

## Лекция № 12.

### Общее уравнение динамики (принцип Даламбера - Лагранжа).

Рассмотрим систему материальных точек, которые находятся под действием активных сил и реакций в связях (внешних). На систему наложены идеальные двусторонние стационарные связи. Применим к данной системе пр. Даламбера. Т.к. к каждой точке системы приложены силы инерции, полученная система сил будет находиться в равновесии:

$$\sum \bar{F}_k^a + \sum \bar{N}_k + \sum \bar{\Phi}_k = 0 \quad (12.1)$$

$\nwarrow$   
 активные силы

$\downarrow$   
 реакции в связях

$\swarrow$   
 силы инерции

Дадим системе возможное перемещение  $(\delta \bar{r}_k)$  и запишем элементарную работу. Умножим скалярно (12.1) на  $\delta \bar{r}_k$ .

$$\sum \bar{F}_k^a \cdot \delta \bar{r}_k + \sum \bar{N}_k \cdot \delta \bar{r}_k + \sum \bar{\Phi}_k \cdot \delta \bar{r}_k = 0;$$

$\downarrow$ 
 $\downarrow$ 
 $\downarrow$

$$\sum \delta A_k^a + \sum \delta A_k^N + \sum \delta A_k^\Phi = 0.$$

Т.к. на систему наложены идеальные связи  $\Rightarrow \sum \delta A_k^N = 0$ ; тогда

$$\sum \delta A_k^a + \sum \delta A_k^\Phi = 0 \quad (12.2)$$

- общее уравнение динамики или пр. Даламбера – Лагранжа.

Общее уравнение динамики (12.2) – это уравнение движения системы, применяется при решении задач для определения ускорений угловых и линейных, для вывода уравнений движения.

Выразим общее уравнение динамики в аналитической форме:

$$\sum \bar{F}_k^a \cdot \delta \bar{r}_k + \sum \bar{\Phi}_k \cdot \delta \bar{r}_k = 0; \quad (12.3)$$

Обозначим  $\bar{F}_k^a(x_k^a; y_k^a; z_k^a); \bar{\Phi}_k(x_k^\Phi; y_k^\Phi; z_k^\Phi); \delta \bar{r}_k(\delta x_k; \delta y_k; \delta z_k)$

Выражение (12.3) принимает вид:

$$\sum (x_k^a \cdot \delta x_k + y_k^a \cdot \delta y_k + z_k^a \cdot \delta z_k) + \sum (x_k^\Phi \cdot \delta x_k + y_k^\Phi \cdot \delta y_k + z_k^\Phi \cdot \delta z_k) = 0$$

- общее уравнение динамики в аналитической форме.

По этой теме выполняется 4 задача ДКР.



$$\text{т.к. } a_A = a\tau = \varepsilon_2 \cdot R \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{a_A}{R} = \frac{a_1}{R} \Rightarrow M_2^\Phi = (2mR^2) \cdot \frac{a_1}{R} = 2m \cdot R \cdot a_1.$$

$$\text{Тогда: } \sum \delta A_k^\Phi = -2m_1 \delta S - 2m \cdot R \cdot a_1 \cdot \frac{\delta S}{R}.$$

Подставляем значения  $\sum \delta A_k^a$  и  $\sum \delta A_k^\Phi$  в общее уравнение динамики:

$$(-mg\delta S + M_{\text{вр}} \cdot \frac{\delta S}{R}) + (-2ma_1\delta S - 2mRa_1 \frac{\delta S}{R}) = 0;$$

$$\delta S \cdot (-2mg + M_{\text{вр}} \cdot \frac{1}{R} - 2ma_1 - 2ma_1) = 0;$$

$$\text{если } \delta S \neq 0; \Rightarrow -2mg + M_{\text{вр}} \cdot \frac{1}{R} - 4ma_1 = 0 \mid \times R \Rightarrow$$

$$-2mgR + M_{\text{вр}} - 4ma_1R = 0;$$

$$4ma_1R = M_{\text{вр}} - 2mgR;$$

$$a_1 = \frac{M_{\text{вр}} - 2mgR}{4mR} \left( \text{м/с}^2 \right).$$

$$\text{Ответ: } a_1 = \frac{M_{\text{вр}} - 2mgR}{4mR} \text{ м/с}^2.$$