

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ – КРИВОШИПНО-ШАТУННЫЙ МЕХАНИЗМ»

Ковалев Е.Б., Толочко О.И., Чекавский Г.С.

Донецкий государственный технический университет

gleb@elf.dgtu.donetsk.ua

The structural scheme of electromechanical system «motor – crank mechanism» has been taken on the basis of electric drive moving equation attached to inertia moment, depending on motor shaft turning angle. Possibility of research the diverse mechanisms work routines was appreciated. The model applicable for research of work of any mechanisms with inertia moment, having a variable constituent, depending on motor shaft turning angle.

Существует большая группа механизмов, работающих в сложных условиях с переменной нагрузкой и изменяющимся во времени моментом инерции механизма (штемпельные прессы, лесопильные рамы, поршневые насосы и др.). Главными особенностями механизмов такого рода является, во-первых, наличие механизма, обеспечивающего плоскопараллельное перемещение рабочего органа, во-вторых, пульсирующая подача материала, обуславливающая гармоническую составляющую в моменте сопротивления. Одним из таких механизмов является механизм резания лесопильной рамы [1], основной особенностью которого служит наличие кривошипно-шатунного механизма.

При расчетах характеристик механизмов с моментом инерции, зависящим от угла поворота вала двигателя, используется основное уравнение динамики электропривода вида [2]:

$$J(\alpha) \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dJ(\alpha)}{d\alpha} \cdot \omega^2 = M - M_C(\alpha), \quad (1)$$

где α и ω – соответственно угол поворота и угловая частота вращения вала двигателя; M и $M_C(\alpha)$ – соответственно электромагнитный момент и статический момент сопротивления, приведенный к валу двигателя; $J(\alpha)$ – момент инерции системы, приведенный к валу двигателя, зависящий от α , имеющий постоянную и переменную составляющие.

В случаях, когда переменная составляющая момента инерции мала по сравнению с его средним значением, либо ее влияние можно оценить, при исследовании динамики такой системы уравнение (1) упрощают, приводя к следующему виду:

$$J_{cp} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M - M_C(\alpha), \quad (2)$$

где J_{cp} – среднее значение момента инерции, приведенного к валу двигателя.

Для исследования и анализа динамики электромеханической системы (ЭМС) в таких условиях целесообразно построить ее математическую модель с учетом характера изменяющейся нагрузки и момента инерции. Рассмотрим способ построения математической модели ЭМС с переменным моментом инерции с использованием уравнения динамики (1) на примере системы «двигатель – кривошипно-шатунный механизм», как одной из типичных для рассматриваемого класса механизмов.

Закон изменения момента инерции рассматриваемой ЭМС можно представить в следующем виде [2]:

$$J_{\Sigma}(\alpha) = J_{cp} \cdot \left(1 + k_J \frac{\sin^2(\alpha + \beta)}{\cos^2 \beta} \right), \quad (3)$$

где k_J – коэффициент, учитывающий амплитуду гармонической составляющей момента инерции кривошипно-шатунного механизма (КШМ);

β – угол между шатуном и плоскостью поступательного перемещения шатуна:

$$\beta = \arcsin(\lambda \cdot \sin \alpha); \quad (4)$$

λ – конструктивный параметр, равный отношению длины кривошипа к длине шатуна.

Гармонический закон изменения момента сопротивления КШМ, приведенного к валу двигателя [2], можно представить в следующем виде:

$$M_C(\alpha) = M_{C0} + M_{Cm} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}, \quad (5)$$

где M_{C0} – постоянная составляющая момента сопротивления, учитывающая трение в опорах вала, подшипниках, направляющих ползуна, а также потери в передачах. В ряде случаев этой величиной пренебрегают.

Продифференцировав (3) по α , получим:

$$\frac{dJ_{\Sigma}(\alpha)}{d\alpha} = \frac{k_J J_{cp}}{\cos^2 \beta} \left[\sin 2(\alpha + \beta) \cdot \left(1 + \lambda \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right) + \lambda^2 \sin 2\alpha \cdot \frac{\sin^2(\alpha + \beta)}{\cos^2 \beta} \right] \quad (6)$$

Используя уравнения (1), (3) – (6), можно построить структурную схему ЭМС «двигатель – КШИМ», приведенную на рис. 1. На структурной схеме обозначены следующие функции: $f_1(\alpha)$ – вычисление угла β согласно (4); $f_2(\alpha, \beta)$ – вычисление переменной составляющей момента инерции согласно (3); $f_3(\alpha, \beta)$ – вычисление производной момента инерции согласно (6); $f_4(\alpha, \beta)$ – вычисление переменной составляющей статического момента сопротивления согласно (5). На структурной схеме также обозначены блок умножения БУ и блок деления БД. Звено *Sign* учитывает реактивный характер постоянной составляющей статического момента сопротивления.

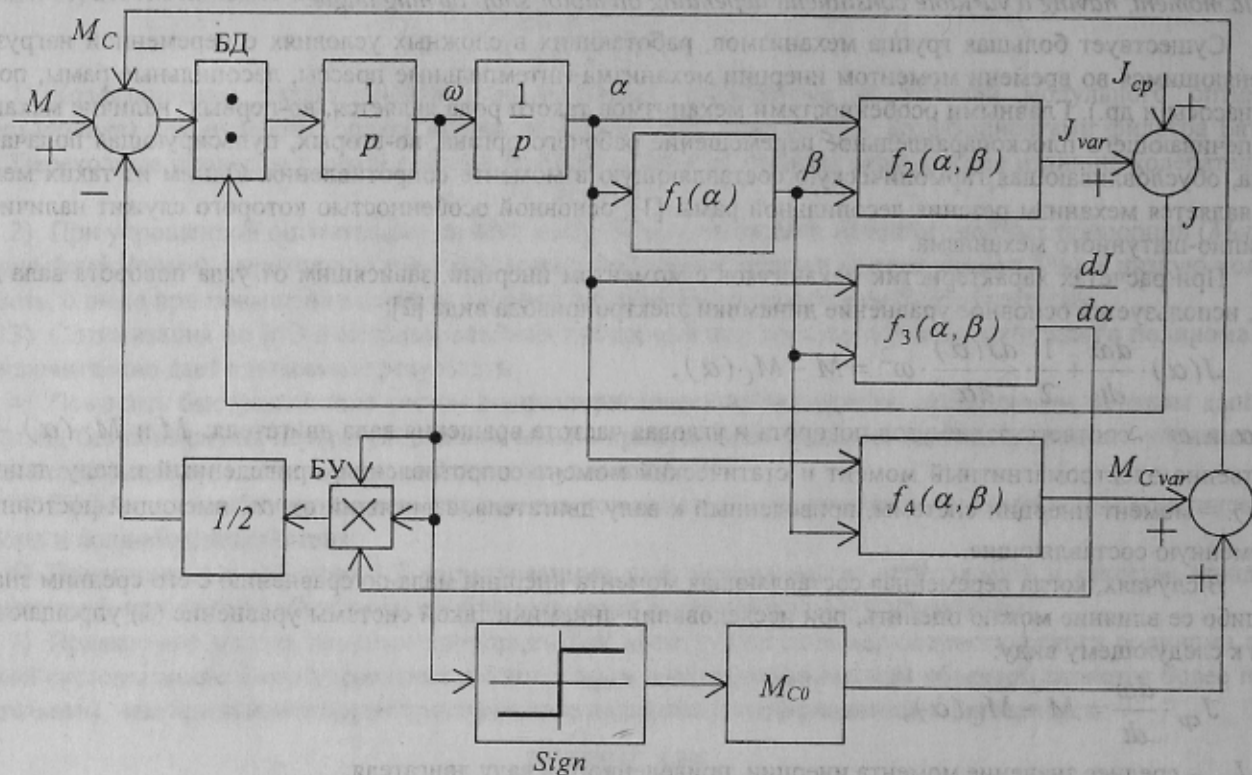


Рисунок 1 – Структурная схема механической части ЭМС на основе КШИМ

Работа рассматриваемых механизмов часто происходит в условиях высокой влажности, запыленности, в агрессивной среде. Технически и экономически оправданным в этом случае является использование асинхронных двигателей (АД) с короткозамкнутым ротором, которые достаточно просты по конструкции, длительно и без отказов работают в условиях агрессивной среды, просты в обслуживании и хорошо зарекомендовали себя в эксплуатации при работе в сложных условиях угольной и горнорудной промышленности.

С учетом полученной структурной схемы рассмотрим динамику ЭМС «асинхронный двигатель – кривошипно-шатунный механизм». Для исследования динамики АД и электропривода на его основе может быть использована модель двигателя в неподвижной ортогональной системе координат статора a, b [3]. В зависимости от содержания исследований может быть выбрана другая модель электродвигателя (асинхронного, двигателя постоянного тока, любого другого) [3, 4, 5].

Уравнения электрического равновесия цепей статора и ротора короткозамкнутого АД в системе координат a, b имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_{as}}{dt} &= u_{as} - \frac{1}{T_{\sigma s}} \psi_{as} + \frac{K_r}{T_{\sigma s}} \psi_{ar}, & \frac{d\psi_{bs}}{dt} &= u_{bs} - \frac{1}{T_{\sigma s}} \psi_{bs} + \frac{K_r}{T_{\sigma s}} \psi_{br}, \\ \frac{d\psi_{ar}}{dt} &= -\frac{1}{T_{\sigma r}} \psi_{ar} + \frac{K_s}{T_{\sigma r}} \psi_{as} - \omega_r \psi_{br}, & \frac{d\psi_{br}}{dt} &= -\frac{1}{T_{\sigma r}} \psi_{br} + \frac{K_s}{T_{\sigma r}} \psi_{bs} + \omega_r \psi_{ar}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Уравнения токов статора и ротора имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} i_{as} &= \frac{1}{\sigma L_s} (\psi_{as} - K_r \psi_{ar}); & i_{bs} &= \frac{1}{\sigma L_s} (\psi_{bs} - K_r \psi_{br}); \\ i_{ar} &= \frac{1}{\sigma L_r} (\psi_{ar} - K_s \psi_{as}); & i_{br} &= \frac{1}{\sigma L_r} (\psi_{br} - K_s \psi_{bs}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Выражение электромагнитного момента:

$$M = \frac{3}{2} \cdot \frac{Z_p L_m}{\sigma L_s L_r} (\psi_{bs} \psi_{ar} - \psi_{as} \psi_{br}). \quad (9)$$

В уравнениях (1) – (3): $\psi_{as}, \psi_{bs}, \psi_{ar}, \psi_{br}$ – проекции векторов потокоцеплений статора и ротора на комплексные оси a, b ; $i_{as}, i_{bs}, i_{ar}, i_{br}$ – проекции векторов токов статора и ротора; u_{as}, u_{bs} – проекции вектора напряжения статора; R_s, R_r – активные сопротивления фаз статора и ротора; L_s, L_r, L_m – индуктивности фаз статора и ротора и взаимоиנדуктивность; $\sigma = 1 - L_s^{-1} L_r^{-1} L_m^2$ – коэффициент рассеивания по Блонделю; $T_{\sigma s} = \sigma L_s R_s^{-1}$, $T_{\sigma r} = \sigma L_r R_r^{-1}$ – электромагнитные постоянные времени цепей статора и ротора с учетом рассеивания; $K_s = L_m L_s^{-1}$, $K_r = L_m L_r^{-1}$ – коэффициенты приведения статора и ротора; $\omega_r = Z_p \omega$ – угловая частота вращения поля ротора АД; Z_p – число пар полюсов двигателя.

С учетом этого, структурная схема ЭМС «асинхронный двигатель – кривошипно-шатунный механизм», построенная с использованием структурной схемы рис.1 и уравнений (7) – (9), будет иметь вид, показанный на рис.2. С целью снижения громоздкости структурная схема КШМ изображена одним блоком.

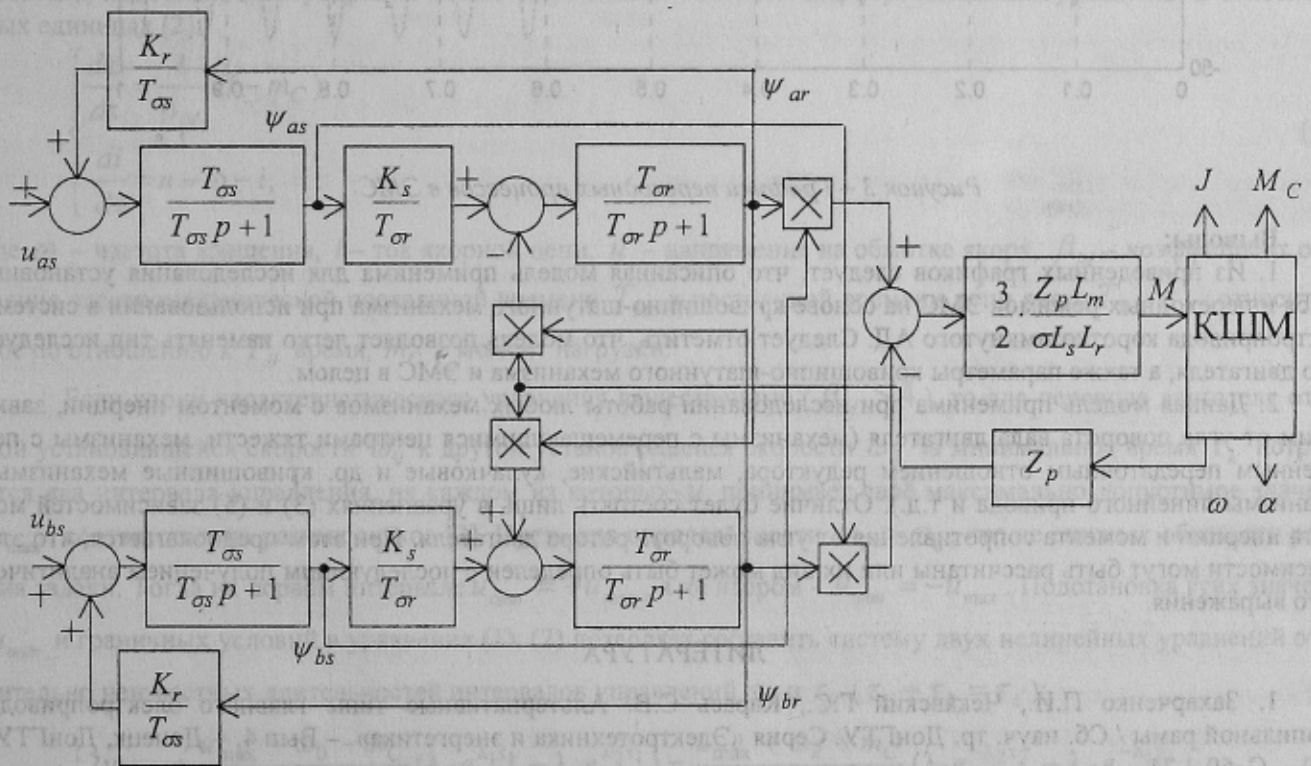


Рисунок 2 – Структурная схема ЭМС «асинхронный двигатель – кривошипно-шатунный механизм»

Моделирование ЭМС производилось в среде программы Simulink 2.2 программного пакета Matlab 5.2. Графики переходных процессов в ЭМС, полученные по модели рис.2, приведены на рис.3. Рассматривается наиболее характерный режим – разгон вхолостую и наброс нагрузки на установившейся скорости.

Исследования проводились для ЭМС с кривошипно-шатунным механизмом на основе асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором типа МТК-11-6 со следующими паспортными данными [6]:

$$P_n = 2,2 \text{ кВт}; n_n = 883 \text{ об/мин}; U_n = 380 \text{ В}; I_n = 6,4 \text{ А}; J_{\text{дв}} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Параметры ЭМС приняты следующими: $k_j = 0,3$, $M_{C0} = 4,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $J_{cp} = 3 \cdot J_{\text{дв}}$, $\lambda = 0,33$.

Колебательность момента инерции начинает сказываться на динамике системы ближе к моменту завершения разгона. Наброс нагрузки (подача материала) вызывает дополнительные колебания скорости. В целом

динамика ЭМС в значительной мере зависит от параметра k_J , а также величины нагрузки, в меньшей мере – от параметров λ и M_{C0} .

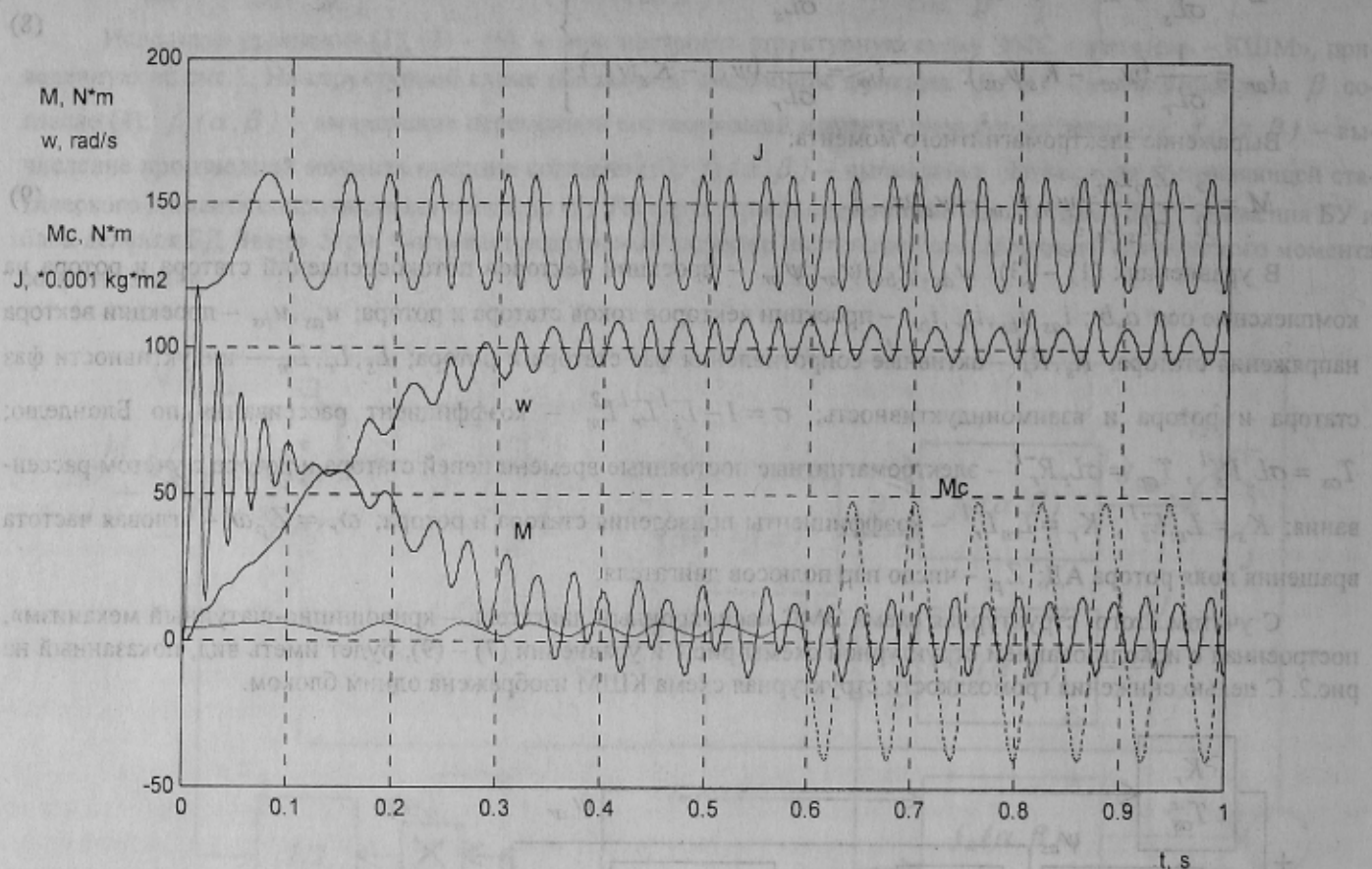


Рисунок 3 – Графики переходных процессов в ЭМС

Выводы:

1. Из приведенных графиков следует, что описанная модель применима для исследования установившихся и переходных режимов ЭМС на основе кривошипно-шатунного механизма при использовании в системе электропривода короткозамкнутого АД. Следует отметить, что модель позволяет легко изменять тип исследуемого двигателя, а также параметры кривошипно-шатунного механизма и ЭМС в целом.

2. Данная модель применима при исследовании работы любых механизмов с моментом инерции, зависящим от угла поворота вала двигателя (механизмы с перемещающимися центрами тяжести, механизмы с переменным передаточным отношением редуктора, мальтийские, кулачковые и др. кривошипные механизмы, механизмы линейного привода и т.д.). Отличие будет состоять лишь в уравнениях (3) и (5) зависимостей момента инерции и момента сопротивления от угла поворота ротора двигателя. При этом предполагается, что эти зависимости могут быть рассчитаны или их вид может быть определен с последующим получением аналитического выражения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захарченко П.И., Чекавский Г.С., Карась С.В. Альтернативные типы главного электропривода лесопильной рамы / Сб. науч. тр. ДонГТУ. Серия «Электротехника и энергетика». – Вып.4. – Донецк, ДонГТУ, 1999. – С. 69 – 74.
2. Ковчин С.А., Сабинин Ю.А. Теория электропривода / Учебник для вузов. – С.-Пб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербургское отд-ние, 1994. – 496 с., ил.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: Учебник для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
4. Regelung elektrischer Antriebe / von Gerhard Pfaff. – München; Wien : Oldenbourg. NE: Pfaff, Gerhard; Meier, Christof // 1. Eigenschaften, Gleichungen und Strukturbilder der Motoren. – 4., verb. Aufl. – 1991. // (Methoden der Regelungs- und Automatisierungstechnik)
5. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами: Учебное пособие для вузов. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. – 392 с., ил.
6. Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе. Изд. 5-е книги «Расчет характеристик и сопротивлений для электродвигателей». – М., Энергия, 1967. – 472 с., с ил.