УДК 622.822.22

С.П.Греков С.П. (НИИГД, г.Донецк, Украина), А.А.Березовский (ИМ НАН Украины), В.И.Назаренко. Н.С.Почтаренко (Донецкий гос.техн.ун-т, Украина)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОЖАРА В ШАХТАХ

Ранее в работах [1-3] рассматривались некоторые задачи расчета температур пожарных газов и скорости распространения пожара по горным выработкам. Полученные результаты позволили определить параметры тепло-массопереноса в горных выработках, зависящие от температуры пожарных газов и скорости потока, а также установить влияние состава пород на процесс теплообмена с потоком воздуха.

Последующие работы, выполненные совместно ДонГТУ, НИИГД и ИМ НАН Украины, позволили математически сформулировать задачу описания теплового поля потока при пожаре в горной выработке с учетом влияния температуры на изменение теплофизических параметров горных пород.

Как и в [3], полагаем, что горную выработку можно представить в виде цилиндрического канала с переменным сечением $S(z)$, где z - координата, отсчитываемая вдоль оси канала. Не ограничивая общности, будем считать, что очаг пожара в горной выработке передвигается со скоростью v_n, координату z пожара примем равной $v_n t$ и полагаем температуру очага пожара $T(x, y, v_n, t)$ заданной функцией. Прогретый в очаге пожара воздух вентиляционным потоком распространяется по горной выработке со скоростью u. На поверхности канала имеет место теплообмен по закону Ньютона с горным массивом. До возникновения пожара начальная температура воздушной среды и поверхности пород массива предполагается постоянной – $T(x, y, z, 0) = T_0 = const$ и $T_{пор} = T_0$.

1. **Постановка задачи**. Математическая модель процесса теплопереноса в горной выработке представляется следующей начально-краевой задачей:

$$
\begin{gathered}
div(\lambda\, gradT) = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + c\rho\, u \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (x, y, z) \in \Omega,\ t > 0, \\
T(x, y, z, 0) = T_0, \quad (x, y) \in \overline{\Omega}, \\
T(x, y, v_n, t) = f(x, y, t), \quad (x, y) \in S(0), \quad t > 0, \\
\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\alpha (T - T_{пор}), \quad (x, y, z) \in \partial\Omega,\ t > 0.
\end{gathered}
\tag{1}
$$

Здесь: div и $grad$ - операторы дивергенции и градиента; λ, c и ρ - теплопроводность, теплоемкость и плотность воздушной среды; α - коэффициент теплообмена воздуха в канале с поверхностью горной выработки $\partial\Omega$; Ω - цилиндрическая область с поперечным сечением $S(z)$; $f(x, y, t)$ - монотонная неубывающая функция времени t – $f(x, y, 0) = T_0$; $\vec{n}$ - орт внешней нормали к $\partial\Omega$.

2. **Усреднение температуры по сечению канала**. Предполагая, что струя вентиляционного потока воздуха достаточно хорошо перемешивается в сечении канала, можно перейти к рассмотрению средней по сечению $S(z)$ температуры:

$$T(z,t) = \frac{1}{S(z)} \int\limits_{S(z)} T(x,y,z,t)dxdy\ . \qquad (2)$$

Применяя к дифференциальному уравнению, начальному условию и первому краевому условию задачи (1) оператор усреднения по $S(z)$ (2) и пользуясь формулой Гаусса-Остроградского с учетом второго краевого условия, приходим к следующей начально-краевой задаче относительно средней по сечению S температуры $T(z,t)$:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + c\rho u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right) - \frac{\alpha L}{S(z)}(T - T_{nop}), \quad z > 0, \quad t > 0,$$
$$T(z,0) = T_0, \quad z > 0,$$
$$T(v_n t, t) = f(t), \quad T(z,t) = T_0, \quad z > ut \le \infty, \quad t > 0,$$

где $f(t)$ - среднее по сечению S значение функции $f(x,y,t)$. Будем считать, что начальное и краевое условия согласованы – $f(0) = T_0$.

3. **Уравнение первого порядка**. Пренебрегая из-за малости членом $\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right)$ по сравнению с конвективным переносом $c\rho u \frac{\partial T}{\partial z}$, приходим к задаче для дифференциального уравнения в частных производных первого порядка:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\alpha L}{c\rho S(z)}(T - T_{nop}), \quad z > 0, \quad t > 0,$$
$$T(z,0) = T_0, \quad z > 0, \qquad (3)$$
$$T(v_n t, t) = f(t), \quad t > 0,$$

где $S(z)$ - площадь поперечного сечения выработки.

Дифференциальное уравнение (3) является гиперболическим. При постоянных параметрах c, ρ, u и $S(z) = S = const$ его решение описывает тепловую волну, распространяющуюся по невозмущенному начальному фону $T = T_0 = const$ со скоростью u:

$$T(z,t) = \begin{cases} T_0, & z \ge ut, \quad t > 0, \\ T_0 + \left[f\left(\dfrac{ut - z}{u - v_n}\right) - T_0 \right] \exp\left(-\dfrac{\alpha L}{c\rho S} \cdot \dfrac{z - v_n t}{u - v_n} \right), & z \le ut, \quad t > 0. \end{cases}$$

Более точная математическая модель расчета температурного потока при пожаре в горной выработке учитывает зависимость скорости u, плотности ρ и коэффициента теплообмена α от температуры. Рассмотрим случай степенных зависимостей

$$u(T) = u_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\nu}; \quad \rho(T) = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\gamma}; \quad \alpha(T) = \alpha_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\beta}, \qquad (4)$$

где u_0, ρ_0 и α_0 - значения соответствующих величин при $T = T_0$, а ν, γ и β - постоянные.

После перехода к относительной температуре $\theta = T / T_0$ и независимым переменным $x = az / u_0$, $\tau = at$ задача (3) в случае степенных зависимостей (4) преобразуется к следующему каноническому виду:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \theta^{\nu} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \theta^{\delta}(1-\theta), \quad x > 0, \quad \tau > 0,$$
$$\theta(x,0) = 1, \quad x > 0,$$
$$\theta(v_n \tau / u_0, \tau) = \psi(\tau), \quad \tau > 0,$$

где $\delta = \beta - \gamma$, $a = \alpha_0 L / c\rho_0 S$, $\psi(\tau) = f(\tau)/T_0$, $\psi(0) = 1$.

Отметим, что в случае общих функциональных зависимостей

$$u(T) = u_0 l(\theta), \qquad \rho(T) = \rho_0 g(\theta), \qquad \alpha(T) = \alpha_0 h(\theta),$$

где $l(\theta)$, $g(\theta)$ и $h(\theta)$ - положительные непрерывные функции θ, равные единице при $\theta = 1$, задача (3) принимает вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + l(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} = k(\theta)(1-\theta), \quad x > 0, \quad \tau > 0,$$
$$\theta(x,0) = 1, \quad x > 0, \tag{5}$$
$$\theta(v_n \tau / u_0, \tau) = \psi(\tau), \quad \tau > 0.$$

Полагая $\theta = 1 + u$, приходим к канонической форме задачи (5):

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \mu(u) \frac{\partial u}{\partial x} = -g(u)u, \quad x > 0, \quad \tau > 0,$$
$$u(x,0) = 0, \quad x > 0, \tag{6}$$
$$u(v_n \tau / u_0, \tau) = \varphi(\tau), \quad \tau > 0,$$

где $\mu(u) = \nu(1+u)$, $g(u) = k(1+u)$, $\varphi(\tau) = \psi(\tau) - 1$. Решение соответствующей (6) линейной задачи, когда $\mu(u) = g(u) \equiv 1$, записывается в виде

$$u(x,\tau) = \begin{cases} 0, & x \geq \tau, \quad \tau > 0, \\ \varphi\left(\dfrac{u_0(\tau - x)}{u_0 - v_n}\right) \exp\left(-\dfrac{xu_0 - v_n \tau}{u_0 - v_n}\right), & x \leq \tau, \quad \tau > 0. \end{cases}$$

При этом переход к координате z, времени t и температуре T осуществляется по формулам $z = u_0 x / a$, $t = \tau / a$, $T = T_0(1+u)$.

4. **Задача со свободной границей. Метод Роте**. Введем в рассмотрение фронт тепловой волны, определив его как значение $x = s(\tau) \geq 0$, при котором $u(s(\tau),\tau) = 0$, $\tau > 0$, где $s(\tau)$ - монотонно неубывающая функция. Поскольку $u(x,\tau) = 0$ при $x \geq s(\tau)$, $\tau > 0$, то уравнение (6) будем рассматривать только в области $0 < x < s(\tau)$, $\tau > 0$.

Приближенное решение задачи (6) будем искать методом Роде, заменяя производную по времени конечной разностью

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\Delta \tau}(u - \breve{u}) = c^2 (u - \breve{u}),$$

где $c^2 = 1/\Delta \tau$, $\Delta \tau$ - шаг по времени, а u и $\breve{u}$ - значения искомой функции на данном τ и предыдущем $\tau - \Delta \tau$ временном слое.

Так как носитель $\breve{u}(x)$ меньше носителя $u(x)$, то естественно доопределить решение $\breve{u}(x)$ на отрезке $\breve{s} < x < s$ нулем:

$$\breve{u}(x) = \begin{cases} \breve{u}(x), & 0 < x < \breve{s}, \\ 0, & \breve{s} < x < s. \end{cases}$$

Обозначим через φ и s значения заданной и подлежащей определению функций $\varphi(t)$ и $s(\tau)$ соответственно на заданном временном слое. В результате для определения $u(x) = u(x,\tau)$ и $s = s(\tau)$ на данном временном слое приходим к следующей задаче со свободной границей:

$$\begin{aligned} &\mu(u)\frac{\partial u}{\partial x} + c^2 u = c^2 \breve{u} - g(u)u, \quad 0 < x < s, \\ &u(0) = \varphi, \quad u(s) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

В этой постановке дополнительное второе краевое условие позволяет определить носитель решения $0 \le x \le s$.

В случае $\mu(u) = (1+u)^{\nu}$, $g(u) = (1+u)^{\delta}$. Тогда, интегрируя (7) по x от 0 до x с учетом первого краевого условия, получаем

$$(1+u)^{1+\nu} = (1+\varphi)^{1+\nu} - (1+\nu)\int \left\{ c^2 \left[u(\xi) - \bar{u}(\xi) \right] + \left[1 + u(\xi) \right]^{\delta} u(\xi) \right\} d\xi$$

или для $\theta(x) = 1 + u(x)$

$$\theta^{1+\nu}(x) = f(x) + \int_0^x F[\theta(\xi)]d\xi, \qquad 0 < x < s,$$

где

приходим к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра.

Затем, используя конечномерную аппроксимацию решения интегральных уравнений, заменим интегральное уравнение Вольтерра квадратурной формулой. Применяя метод эквивалентной линеаризации и асимптотические разложения для функций $\mu(u)$ и $g(u)$, получим в первом приближении решение задачи (6) после перехода к первоначальным функциям:

$$\begin{aligned} \frac{T(x,\tau) - T_0}{T_0} &= \bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}_1 = e^{-x}\left[1 - e^{-k(\tau - x)}\right] + \\ &+ \varepsilon\, e^{-x}(e^{-x} - 1)\left[1 - e^{-k(\tau - x)}\right] \cdot \left[1 - d e^{-k(\tau - x)}\right] \end{aligned} \tag{8}$$

где $1 - e^{-k(\tau - x)}$ - функция развития пожара;

$$x = \frac{a\tilde{z}}{\tilde{u}_0}; \quad \tau = at; \quad k = \frac{\chi}{a}; \quad a = A = \frac{\alpha_0 L}{c\rho_0 S}; \quad c = 1 - b; \quad d = 1 + b(1+k);$$

$$\varepsilon = \beta - \gamma; \quad b = \frac{\nu}{\beta - \gamma}; \quad \tilde{z} = z - v_n \tau; \quad \tilde{u}_0 = u_0 - v_n.$$

Математическое моделирование теплового поля пожара в сети горных выработок шахты, реализованное на ЭВМ с использованием уравнения (8), показало существенное влияние зависимости теплофизических параметров от температуры на результаты расчета.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Определение температуры пожарных газов в начальный период развития экзогенного пожара. / Греков С.П., Жадан В.М., Стариков М.А. //Горноспасательное дело: Сб.науч.тр. - Донецк, 1973. - С.10-12.
2. Математическая модель поля температур в горной выработке при пожаре. / Греков С.П., Калюсский А.Е. ВНИИ горноспасательного дела. - Донецк, 1989. - 7 с. Деп. в ЦНИИЭИуголь 15.12.89, №5025.
3. Алгоритм и программа расчета температуры в горной выработке при ее прогреве по жаром и последующем остывании. /Греков С.П., Александров С.Н., Назаренко В.И., Почтаренко Н.С. // Труды конференции "Проблемы охраны труда и техногенно-экологической безопасности". - Севастополь, 28-30 сент.1999 г.