

УДК 622.7

**С.Л. Букин\*** (канд. техн. наук, доц.),  
**В.Ф. Комаров\*\*** (науч. сотр.), **Р.А. Шолда\*** (аспирант)  
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет» (\*),  
Донецкий национальный университет (\*\*)

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В МЕЖРИФЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ДЕКИ КОНЦЕНТРАЦИОННОГО СТОЛА**

*В работе предложена математическая модель движения одиночной частицы твердого материала в потоке жидкости, текущей по наклонной деке с нарифлениями концентрационного стола. С помощью данной модели определены траектории движения частиц разной крупности и плотности в межрифельном пространстве для различной геометрии нарифлений и случая ввода дополнительной подпитки.*

**Ключевые слова:** твердая частица, математическая модель, траектория, движение, жидкость, межрифельное пространство, дека, концентрационный стол.

**Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.** Данная работа является продолжением цикла научно - исследовательских работ, посвященных вопросам совершенствования концентрационных столов для обогащения разнообразных полезных ископаемых (углей, руд черных, цветных, драгоценных металлов и пр.) [1-3].

**Анализ исследований и публикаций.** Библиография, посвященная изучению движения частиц в жидкости, весьма обширная. Исследованиям процессов обогащения на концентрационных столах посвящены работы П.В. Лященко, И.Н. Исаева, И.С. Благова, Б.В. Кизельвальтера, В.А. Волоченко, Н.Н. Виноградова, Г. Кирхберга и других исследователей. Однако к настоящему времени теория процесса разделения частиц на концентрационных столах разработана в недостаточной степени. Это объясняется тем, что математическое описание процесса представляет большие трудности. Анализ основных работ по теоретическим и экспериментальным исследованиям процесса разделения частиц разной плотности и размера в тонком слое воды, текущей по наклонной плоскости, приведен в статье [3]. В этих работах утверждается, что наличие крупномасштабных турбулентных пульсаций и вторичных циркуляционных потоков приводит не только к снижению скорости разделения, но и к перемешиванию

зерен обогащаемого материала. Эти явления в наибольшей степени проявляются при разделении мелкого угля и шлама и служат одной из основных причин засорения продуктов обогащения посторонними фракциями. В работе [4] также подтверждается, что главными причинами засоренности продуктов обогащения являются излишне турбулентное перемешивание взвешенного слоя минеральных частиц и вынос в конечные продукты недостаточно расслоившегося материала. Вредное влияние турбулентного перемешивания можно снизить путем уменьшения размеров и длины пробега восходящих и нисходящих циркуляций. Однако авторы не предложили реальных технических средств для снижения эффекта турбулентного перемешивания. Это выполнено в работах [3, 5], в которых изложены результаты исследования гидродинамики потока жидкости, текущей по наклонной плоскости с нарифлениями. Так, в работе [3] установлено, что при помощи ввода дополнительных потоков можно в значительной мере интенсифицировать течения в застойных зонах, а также практически полностью подавлять обратные циркуляционные течения. Но и в этих работах не изучено движение частиц материала разного размера и разной плотности.

**Постановка задачи.** Целью исследования является изучение движения частицы твердого материала в межрифельном пространстве концентрационного стола с учетом гидродинамических процессов.

Для достижения поставленной цели необходимо поэтапное решение следующих задач:

- разработать математическую модель движения одиночной частицы твердого материала в потоке жидкости в межрифельном пространстве деки концентрационного стола;
- разработать математическую модель движения совокупности частиц твердого материала в стесненных условиях в межрифельном пространстве деки;
- выполнить компьютерное моделирование движения одиночной частицы твердого материала и совокупности частиц с учетом гидродинамического воздействия смывного потока воды на деке концентрационного стола для оптимизации его конструктивных параметров.

Настоящая статья направлена на решение первой и частично третьей задач.

**Изложение материала и результаты.** Рассмотрим движение одиночной твердой сферической частицы радиуса  $r$  плотностью  $\rho_m$  в потоке жидкости с плотностью  $\rho_{жс}$  ( $\rho_m > \rho_{жс}$ ).

При движении сферической частицы в вязкой несжимаемой жидкости на нее действуют следующие силы: тяжести, выталкивающая, инерционная, сопротивления, Бассе, Магнуса, Сафмена и др. Рассмотрим их подробнее. Для описания движения одиночной частицы в потоке жидкости, текущей по наклонной плоскости, выберем систему координат  $ХОУ$  (рис. 1): ось  $ОХ$  направим горизонтально, а ось  $ОУ$  - вертикально вверх.

Итак, сила тяжести, действующая вниз, равна

$$\vec{F}_G = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m \vec{g},$$

где  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения,  $м/с^2$ .

Выталкивающая сила или сила Архимеда, направленная вверх, определяется выражением

$$\vec{F}_A = -\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{жс} \vec{g}.$$

Сила инерции, зависящая от мгновенного значения ускорения, равна

$$\vec{F}_u = m \frac{d\vec{u}_m}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m \frac{d\vec{u}_m}{dt},$$

где  $\vec{u}_m$  – скорость частицы,  $м/с$ ;

Продольная квазистационарная сила сопротивления среды движущемуся в ней телу зависит от режима движения - ламинарного, переходного и турбулентного [6], область существования которых определяется величиной критерия Рейнольдса

$$Re = \frac{|\vec{u}_{жс} - \vec{u}_m| 2r}{\nu},$$

где  $\vec{u}_{жс} - \vec{u}_m$  – характерная скорость ( $\vec{u}_{жс}$  - скорость течения),  $м/с$ ;

$\nu$  – кинематическая вязкость среды,  $м^2/с$ .

Силу сопротивления в условиях большого динамического диапазона чисел Рейнольда в компактном виде достаточно адекватно описывает эмпирическая формула Хана и Ричардсона [7]:

$$\vec{F}_c = \pi r^2 \rho_{жс} (\vec{u}_{жс} - \vec{u}_m)^2 \left[ 1,849 Re_m^{-0,31} + 0,293 Re_m^{-0,06} \right]^{3,45}.$$

Сила Бассе, обычно включаемая в выражение для силы сопротивления движущейся частице, зависит от предыстории движения и определяется функционалом сложного вида. Для упрощения описания движения дисперсной частицы составляющей силы сопротивления типа силы Бассе обычно пренебрегают [8]. Но в ряде случаев это может вносить существенную методическую погрешность (до 20%) в результат вычисления [9, 10].

Поперечные силы, возникающие при движении вращающейся частицы в жидкости, - это силы Магнуса и Сафмена. Эффект Мангуса при таких моментах инерции частиц рассматриваемой крупности и вязкости воды настолько мал, чтобы им нельзя было пренебречь. Силу Сафмена в точечной модели невозможно учесть.

Существуют и другие составляющие силы сопротивления частицы, зависящие от их формы и состояния поверхности, степени турбулентности потока, градиента давления, вращательного движения потока вокруг центров вихревых шнуров, а также других факторов. Однако этих сил влияние на динамику частицы в потоке жидкости пренебрежимо мало.

Таким образом, траекторию движения частицы можно получить из второго закона Ньютона

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \vec{F}_c(\vec{u}_{жс}, \vec{u}_m) + \vec{F}_G + \vec{F}_A.$$

Подставив выражения для соответствующих сил и разложив векторы в плоскости расчетной области по проекциям  $x$  и  $y$  (горизонтальная и вертикальная оси), получим систему из двух дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m \frac{d^2 x}{dt^2} = \operatorname{sgn}(u_{жсx} - u_{m_x}) \pi r^2 \rho_{жс} \left\{ 1.849 |u_{жсx} - u_{m_x}|^{\left(\frac{2}{3.45} - 0.31\right)} \left(\frac{2r}{v}\right)^{-0.31} + \right. \\ \left. + 0.293 |u_{жсx} - u_{m_x}|^{\left(\frac{2}{3.45} + 0.06\right)} \left(\frac{2r}{v}\right)^{0.06} \right\}^{3.45} + \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_m - \rho_{жс}) g \sin(\alpha); \\ \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m \frac{d^2 y}{dt^2} = \operatorname{sgn}(u_{жсы} - u_{m_y}) \pi r^2 \rho_{жс} \left\{ 1.849 |u_{жсы} - u_{m_y}|^{\left(\frac{2}{3.45} - 0.31\right)} \left(\frac{2r}{v}\right)^{-0.31} + \right. \\ \left. + 0.293 |u_{жсы} - u_{m_y}|^{\left(\frac{2}{3.45} + 0.06\right)} \left(\frac{2r}{v}\right)^{0.06} \right\}^{3.45} - \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_m - \rho_{жс}) g \cos(\alpha), \end{array} \right.$$

где  $x, y$  – перемещения частицы по осям  $X$  и  $Y$ ;

$\alpha$  – угол наклона деки;

$u_{жx} - u_{тx}$  и  $u_{жy} - u_{тy}$  – соответствующие осям  $X$  и  $Y$  проекции скорости движения частицы относительно среды

**Результаты численного моделирования.** Для моделирования движения одиночной частицы в тонком потоке воды, текущей по наклонной плоскости, были разработаны алгоритмы и методики расчетов, а также создан программный пакет. Пакет обеспечивает представление результатов расчетов в графической и табличной форме, вывод их в Excel и на печать.

При моделировании процесса гидротранспортирования твердой частицы в качестве значений постоянных и варьируемых факторов были приняты значения, наиболее приближенные к реальным условиям обогащения угольных шламов на концентрационном столе. На рис. 1 представлена расчетная схема, на которой обозначено:

- угол поперечного наклона деки  $\alpha$ , град;
- высота рифли  $H$ , мм;
- ширина рифли  $l$ , мм;
- радиус обратного ската рифли  $R$ , мм;
- длина межрифельной зоны  $L$ , мм;
- расход основного (суммарное значение исходной и смывной) потока воды  $Q$ , м<sup>3</sup>/ч×м длины деки;
- расход дополнительной (подпиточной) воды  $Q_1 = kQ$ , м<sup>3</sup>/ч×м длины деки.

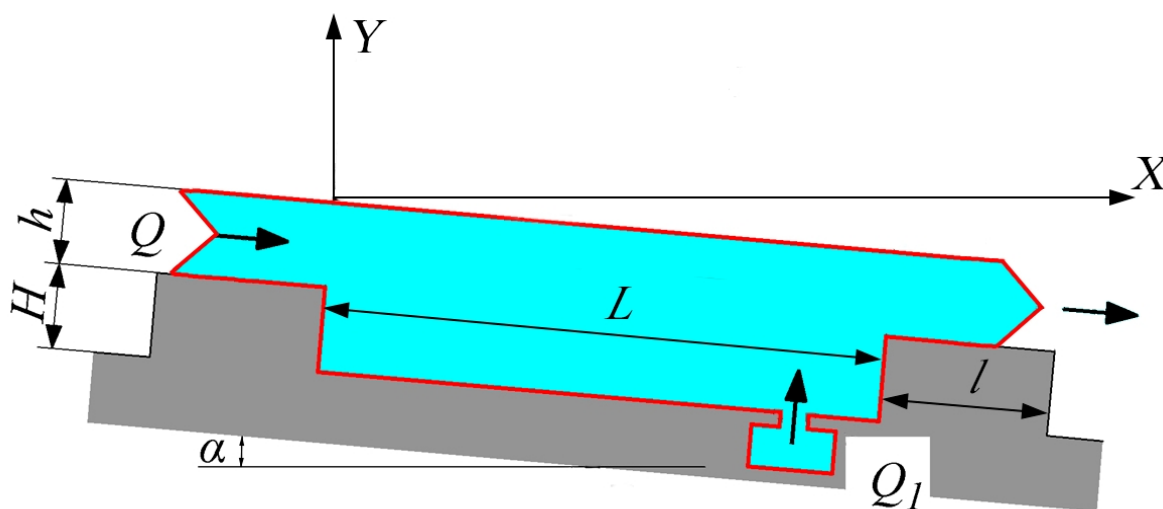


Рис. 1. Основные параметры межрифельного пространства деки концентрационного стола

Компьютерное моделирование движения осуществлялось для частиц угольного концентрата ( $\rho_m=1200$  кг/м<sup>3</sup>), промпродукта ( $\rho_m=1600$  кг/м<sup>3</sup>) и отходов ( $\rho_m=2000$  кг/м<sup>3</sup>). Процесс моделирования разделен на три этапа. Первый этап посвящен определению траекторий движения частиц в межрифельном пространстве деки концентрационного стола, образованного рифлями прямоугольного сечения.

На рис. 2 и 3 приведены графики движения твердых частиц при воздействии основного потока воды, расход которого составляет 1 м<sup>3</sup>/ч×м длины деки (рис. 2) и 2 м<sup>3</sup>/ч×м (рис. 3). Некоторые параметры в процессе моделирования оставались постоянными:  $\alpha=5^\circ$ ,  $L=40$  мм,  $H=6$  мм,  $l=12$  мм. Графики наглядно демонстрируют унос практически всех частиц класса крупности 0-0,1 мм концентратной и промпродуктовой фракций, а также большей части породной фракции при расходе основного потока  $Q = 2$  м<sup>3</sup>/ч×м. При снижении расхода воды в два раза картина движения концентратных и промпродуктовых частиц мало изменяется, а скорость осаждения породных частиц возрастает. При увеличении крупности зерен наблюдается процесс осаждения всех частиц на поверхность деки, причем скорость осаждения крупных породных частиц значительно выше концентратных той же крупности. Таким образом, поперечное сечение слоя обогащаемого материала представляет собой совокупность слоев «крупных» породных частиц вблизи покрытия деки, затем продуктовых и концентратных частиц той же крупности, на которые сверху осаждаются слои «мелких» частиц трех фракций. Практически все частицы этих фракций крупностью менее 0,1 мм будут смыты потоком воды в первые (со стороны загрузки) приемники продуктов обогащения концентрационного стола. Часть тонких и сверхтонких частиц материала, после того, как будет «втянута» в обратные циркуляционные течения (рис. 2а, рис 3а), будет перемещаться потоком воды вдоль рифлей за счет продольного угла наклона деки. Под действием смывного потока воды на определенной высоте рифлей эти частицы будут разгружаться совместно с крупными зёрнами концентрата в следующие за начальными разгрузочные лотки, тем самым ухудшая качество угольного концентрата.

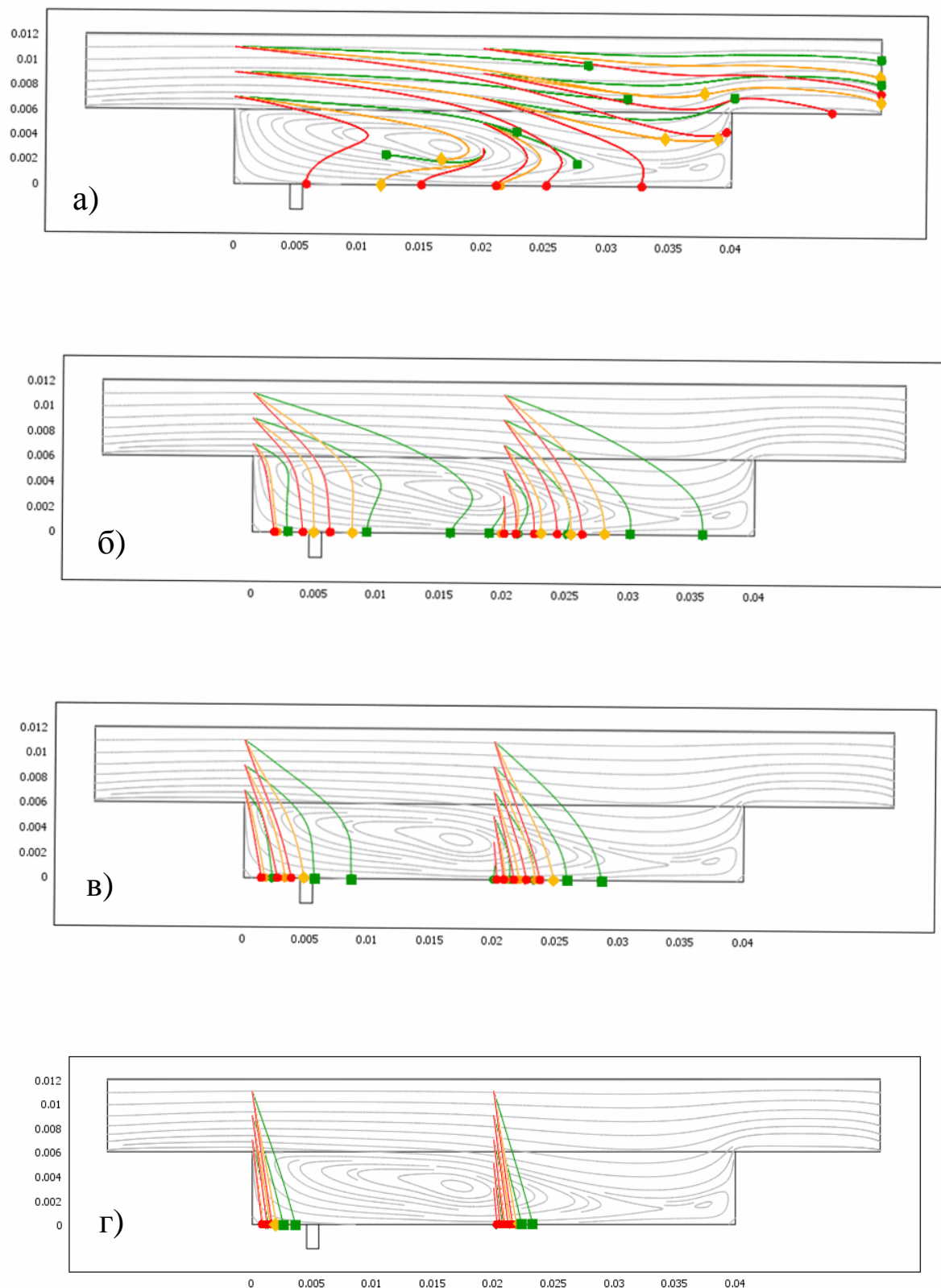


Рис. 2. Траектории движения частиц разной плотности и размеров при угле наклона  $\alpha=5^\circ$  и расходе  $Q=1 \text{ м}^3/\text{ч}\times\text{м}$ :  
а –  $d=0,1 \text{ мм}$ ; б –  $d=0,5 \text{ мм}$ ; в –  $d=1 \text{ мм}$ ; г –  $d=3 \text{ мм}$   
■ -  $\rho_m=1200 \text{ кг/м}^3$ ; ◆ -  $\rho_m=1600 \text{ кг/м}^3$ ; ● -  $\rho_m=2000 \text{ кг/м}^3$

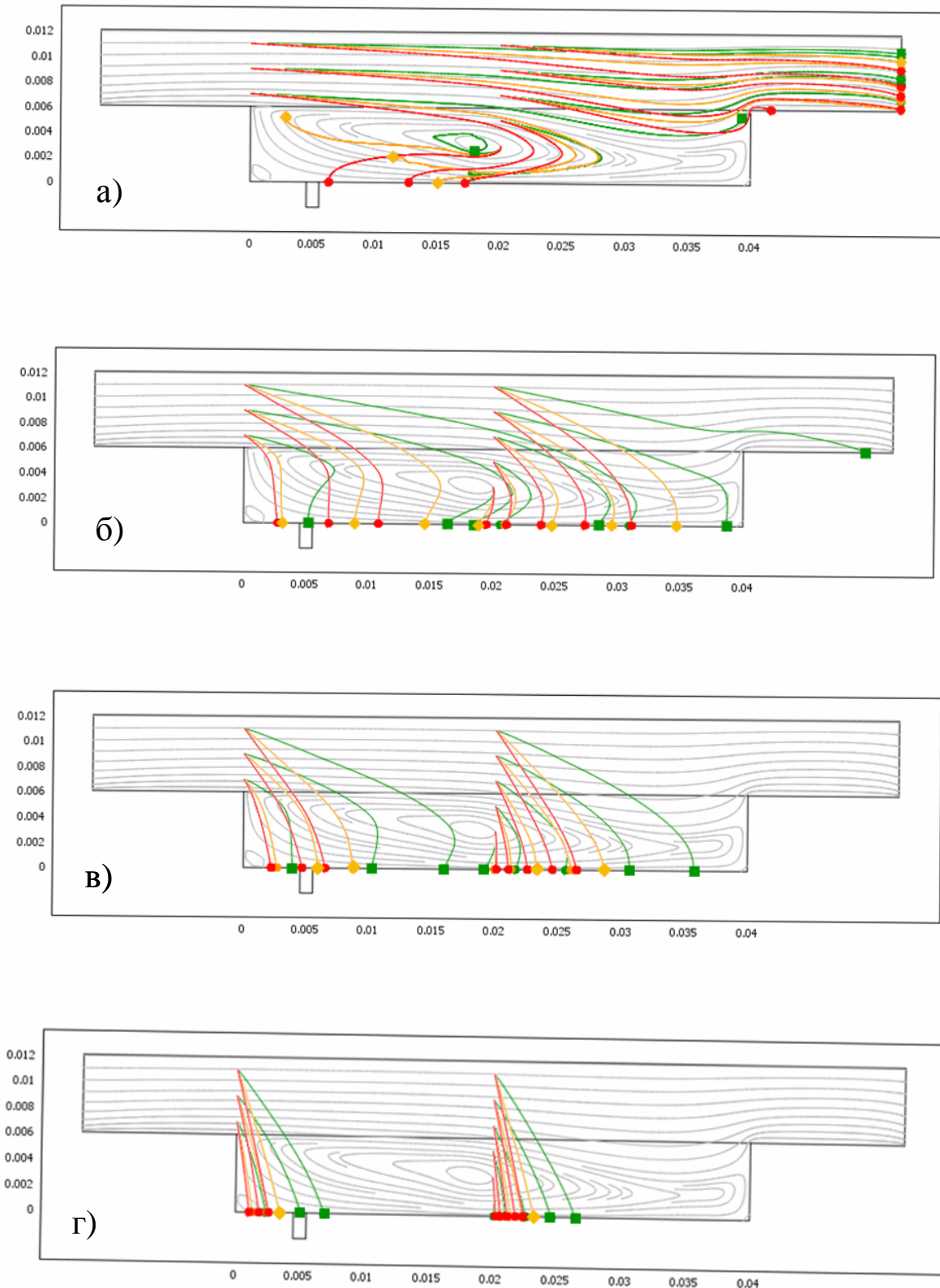


Рис. 3. Траектории движения частиц разной плотности и размеров при угле наклона  $\alpha=5^\circ$  и расходе  $Q=2 \text{ м}^3/\text{ч}\times\text{м}$ :  
а –  $d=0,1 \text{ мм}$ ; б –  $d=0,5 \text{ мм}$ ; в –  $d=1 \text{ мм}$ ; г –  $d=3 \text{ мм}$   
■ -  $\rho_m=1200 \text{ кг/м}^3$ ; ◆ -  $\rho_m=1600 \text{ кг/м}^3$ ; ● -  $\rho_m=2000 \text{ кг/м}^3$



Описанный механизм процесса разделения в значительной степени отличается от традиционного, широко распространенного в научной и учебной литературе. Однако полностью утверждать о справедливости нового представления о механизме разделения на концентрационном столе можно только после экспериментальных подтверждений.

Повысить качественные показатели процесса разделения на концентрационных столах, особенно тонкозернистых, возможно путем ликвидации «застойных» зон и зон высокой турбулизации.

Как следует из работы [3], при помощи ввода дополнительных потоков и, используя «ламинарную» геометрию нарифления, можно в значительной мере интенсифицировать течения в застойных зонах, а также практически полностью подавлять обратные циркуляционные течения воды. На втором и третьем этапах компьютерного моделирования исследовалось перемещение частиц при изменении геометрии рифли и в вариантах подачи дополнительной воды. Результаты этих экспериментов приведены на рис. 4 – рис. 6, из которых можно сделать вывод, что оба способа являются достаточно эффективными при подавлении вредного влияния турбулентности, а одновременная реализация этих способов, при незначительном повышении эффективности подавления турбулентности, имеет сложности технического характера.

Одним их приоритетных направлений совершенствования концентрационных столов является оптимизация геометрических параметров системы нарифления при учете динамических, конструктивных и технологических параметров, а также основных свойств перерабатываемых полезных ископаемых. Разработанная программа, в сочетании с возможностями программ оптимального проектирования, позволит успешно выполнить данную задачу.

**Выводы и направления дальнейших исследований.** Разработана математическая модель движения твердой частицы, находящейся в тонком слое воды, текущей по наклонной деке концентрационного стола. Модель получена для одиночной частицы, но может быть использована и при описании течения гидросмеси с малой концентрацией твердой фазы ( $C \leq 0,05$  – объемная концентрация частиц в потоке), когда взаимное влияние частиц друг на друга пренебрежимо мало [11]. Для стационарных условий и при движении твердых частиц в воде для силы сопротивления движущемуся в жидкости телу выбрана формула Хана и Ричардсона.

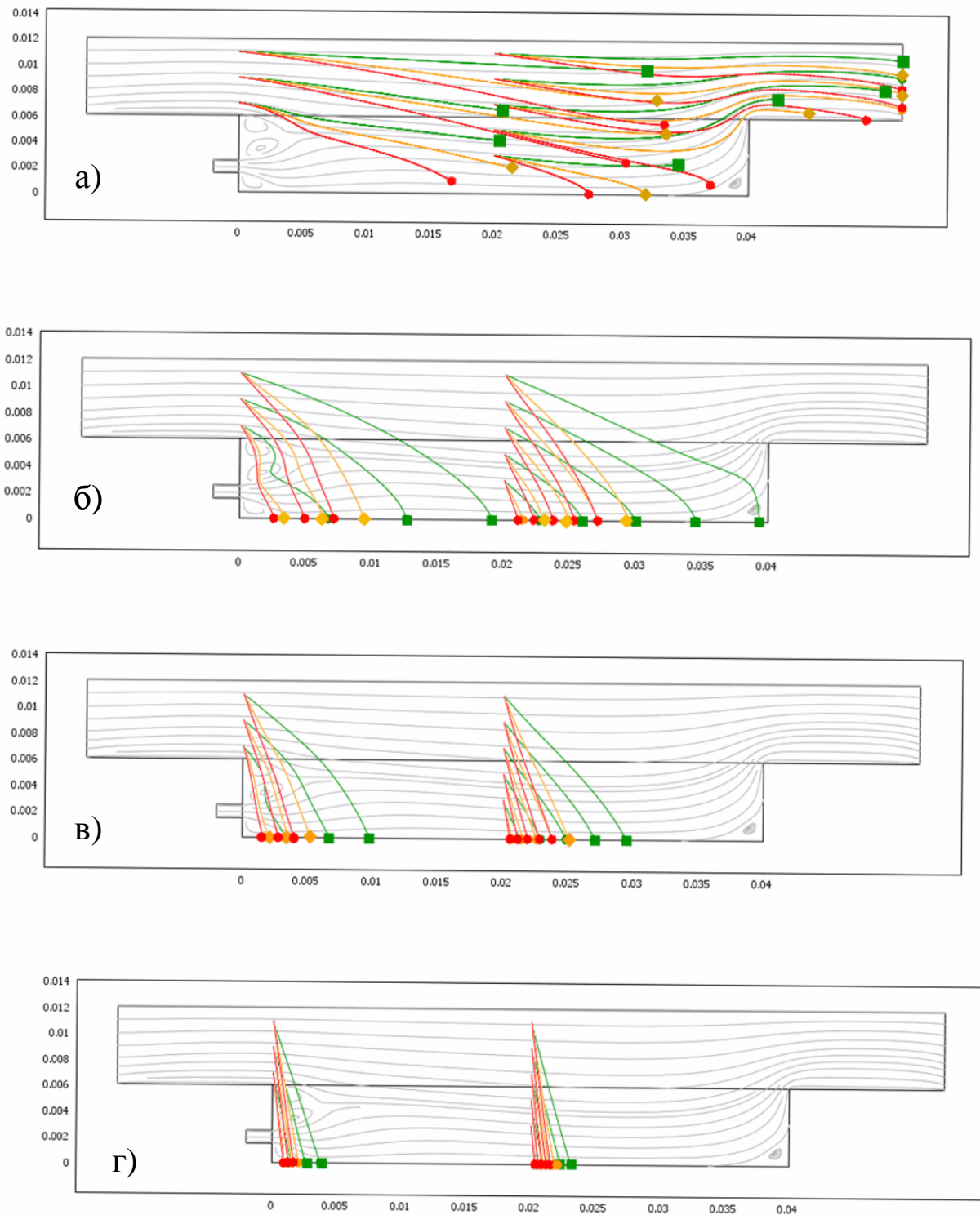


Рис. 4. Траектории движения частиц разной плотности и размеров при угле наклона  $\alpha=5^\circ$  и расходах основной  $Q=1 \text{ м}^3/\text{ч}\times\text{м}$  и дополнительной воды  $Q_I=0,2 \text{ м}^3/\text{ч}\times\text{м}$ :  
 а –  $d=0,1 \text{ мм}$ ; б –  $d=0,5 \text{ мм}$ ; в –  $d=1 \text{ мм}$ ; Г –  $d=3 \text{ мм}$   
 ■ -  $\rho_m=1200 \text{ кг/м}^3$ ; ◆ -  $\rho_m=1600 \text{ кг/м}^3$ ; ● -  $\rho_m=2000 \text{ кг/м}^3$

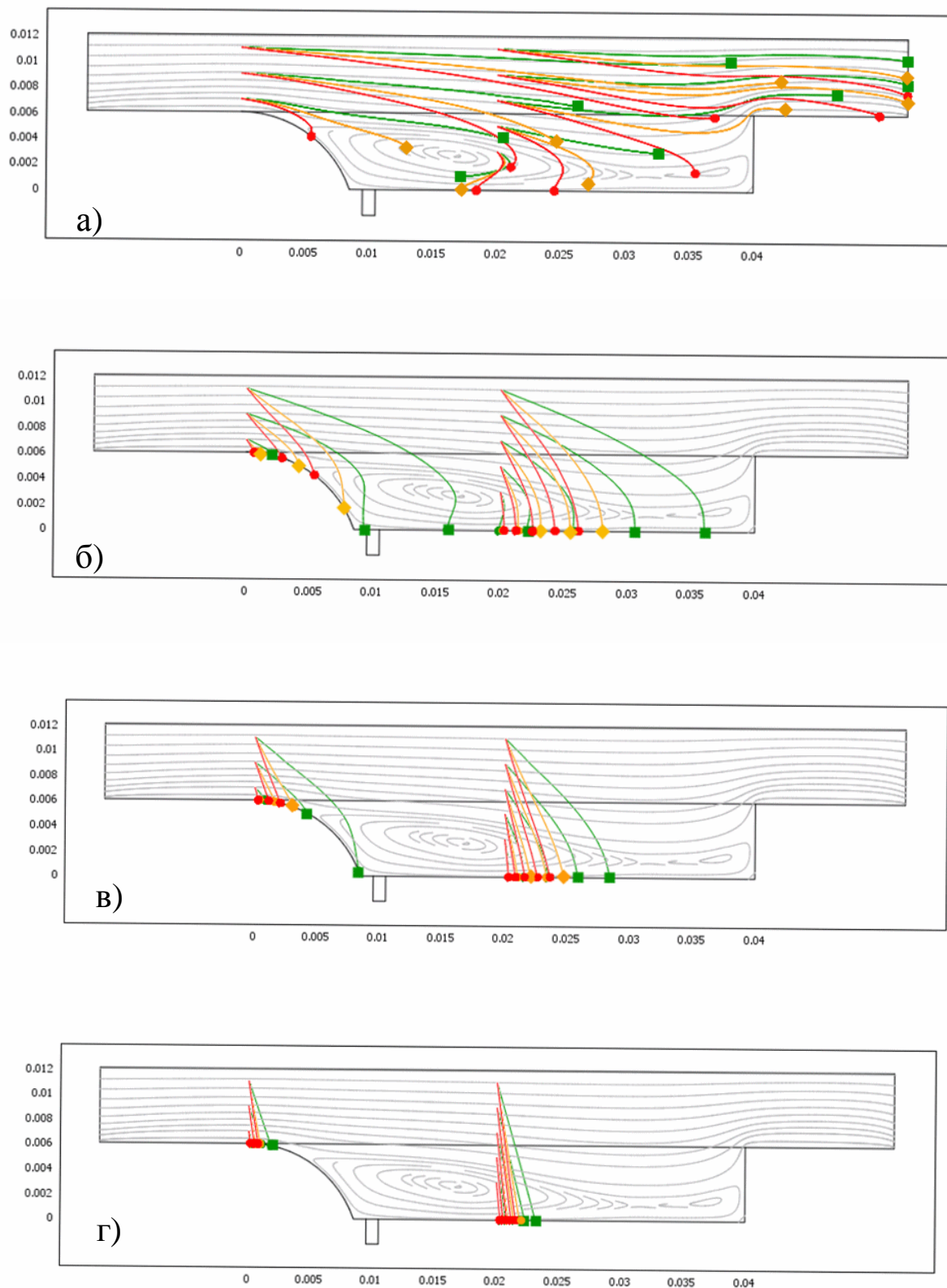


Рис. 5. Траектории движения частиц разной плотности и размеров при  $\alpha=5^\circ$ ,  $Q=1 \text{ м}^3/\text{ч}\times\text{м}$  и  $R=15 \text{ мм}$ :  
а –  $d=0,1 \text{ мм}$ ; б –  $d=0,5 \text{ мм}$ ; в –  $d=1 \text{ мм}$ ; г –  $d=3 \text{ мм}$   
■ -  $\rho_m=1200 \text{ кг/м}^3$ ; ◆ -  $\rho_m=1600 \text{ кг/м}^3$ ; ● -  $\rho_m=2000 \text{ кг/м}^3$

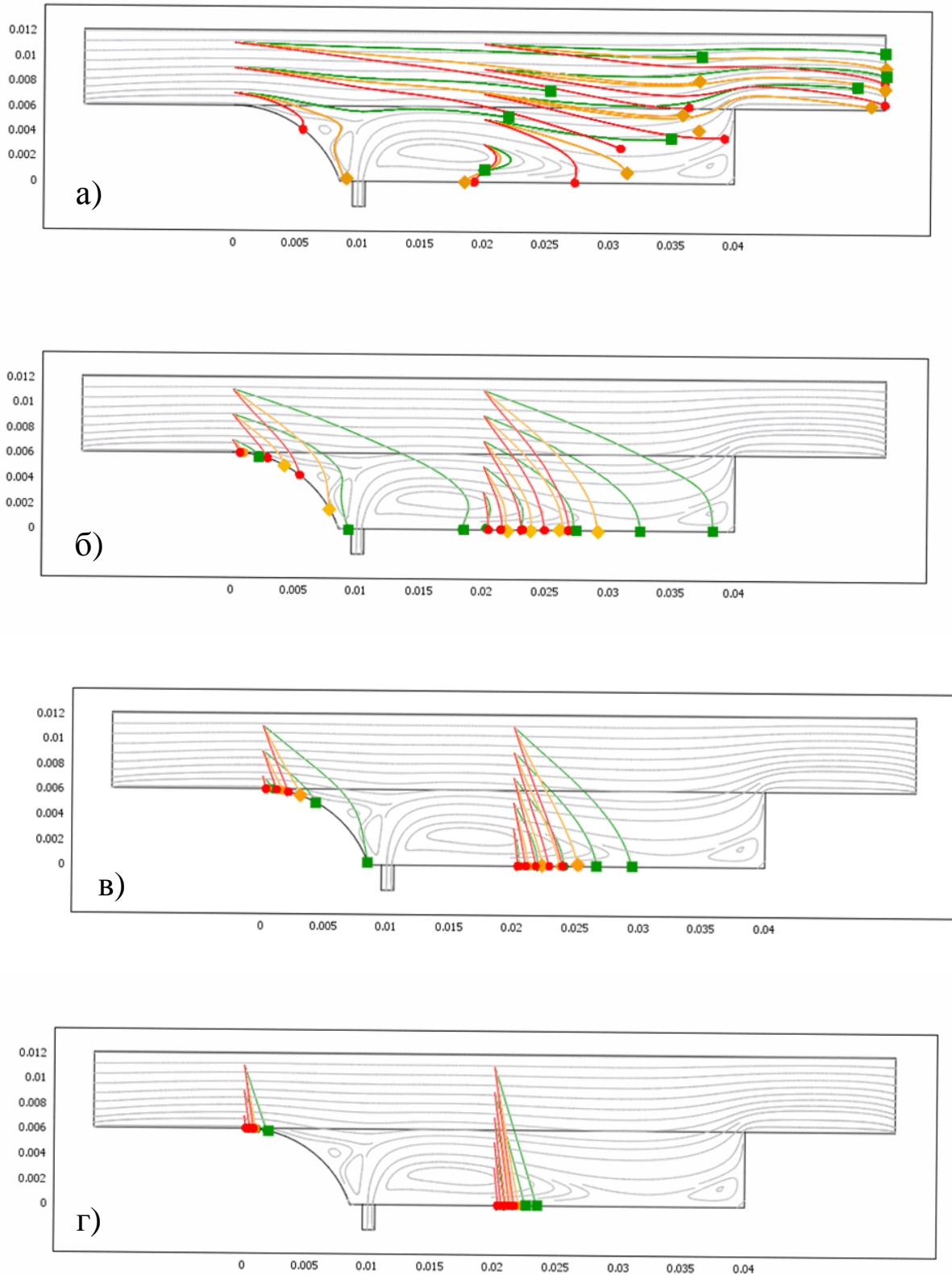


Рис. 6. Траектории движения частиц разной плотности и размеров при  $\alpha=5^\circ$ ,  $Q=1$  м<sup>3</sup>/ч×м,  $R=15$  мм и  $Q_I=0,2$  м<sup>3</sup>/ч×м:  
 а –  $d=0,1$  мм; б –  $d=0,5$  мм; в –  $d=1$  мм; г –  $d=3$  мм  
 ■ -  $\rho_m=1200$  кг/м<sup>3</sup>; ◆ -  $\rho_m=1600$  кг/м<sup>3</sup>; ● -  $\rho_m=2000$  кг/м<sup>3</sup>

Выявленные особенности движения частиц разных размеров и плотностей ставят под сомнение традиционное описание механизма разделения полезных ископаемых на деке концентрационного стола.

Установлено, что путем ввода воды дополнительной подпитки и оптимизации геометрии нарифления можно изменять характер движения жидкости в межрифельном пространстве, а также траектории движения твердых частиц.

С целью уточнения математических моделей гидродинамики потока и движения твердых частиц, а также полученных зависимостей, необходимо проведение экспериментальных исследований в лабораторных и промышленных условиях.

#### Список литературы

1. Испытания концентрационного стола СКО-5х2 в полевых условиях / Е.И. Назимко, С.Л. Букин, А.Н. Корчевский др. // Збагачення корисних копалин. – 2010. – Вип. 40 (81). – С. 91-96.
2. Букин С.Л. Комплекс обогащения угольных шламов на основе концентрационного стола / С.Л. Букин, А.Н. Корчевский, Р.А. Шолда // Збагачення корисних копалин. – 2010. – Вип. 43 (84). – С. 54-61.
3. Букин С.Л. Математическая модель движения жидкости в межрифельном пространстве деки концентрационного стола / С.Л. Букин, В.Ф. Комаров, Р.А. Шолда // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Гірничо-електромеханічна». – 2013. – №1(25). – С. 47-56.
4. Мельников В.В. Изучение применимости феноменологического подхода для построения математических моделей гравитационных и гравитационно-центробежных процессов обогащения руд и песков / В.В. Мельников, А.Н. Роговой // Вестник ИрГТУ. – 2008. – №3(35). – С. 196-199.
5. Интенсификация процесса обогащения углей мелких классов / [Н.Н. Виноградов, К.К. Коллодий, Г.М. Гурвич, В.В. Беловолов] // В кн.: Обогащение углей в СССР; под ред. И.С. Благова. – М.: Недра, 1973. – С. 34-45.
6. Шохин В.Н. Гравитационные методы обогащения: учебник для вузов / В.Н. Шохин, А.Г. Лопатин. – М.: Недра, 1980. – 400 с.
7. Coulson J.M. Chemical Engineering / J.M. Coulson, J.F. Richardson // Particle Technology and Separation Processes. V. 2. Fifth Edition. – 2002. – 1183 p.
8. Протождяконов И.О. Гидромеханические основы процессов химической технологии / И.О. Протождяконов, Ю.Г. Чесноков. – Л.: Химия, 1987. – 360 с.
9. Решение задачи механической очистки пищевых сред / Б.А. Вороненко, В.В. Пеленко, С.В. Поляков, В.Н. Марков // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств». – 2013. – Вып. 2(16).
10. Наумов В.А. Влияние силы Бассе на динамику твердых частиц в придонном слое / В.А. Наумов // Теор. и практ. аспекты применения инж. физ.-хим. механики с целью совер. и интенс. техн. процессов пищевых производств: сб. науч. тр. – М.: Моск. гос. ун-т прикл. биотехнологии, 2002. – С. 257-260.
11. Семененко Е.В. Определение потолка взвешивания полидисперсных частиц различной плотности в напором взвесенесущем потоке / Е.В. Семененко // Прикладна гідромеханіка. – 2007. – Т.9, №4. – С. 59-65.

Стаття надійшла до редакції 21.10.2013

*С.Л.Букін\*, В.Ф.Комаров\*\*, Р.О.Шолда\*. ДВНЗ «Донецький національний технічний університет (\*), Донецький національний університет (\*\*)*

**Дослідження руху твердої частинки в міжрифельному просторі деки концентраційного столу**

*У роботі запропоновано математичну модель руху одиначної частинки твердого матеріалу в потоці рідини, що тече по похилій деці з нарифленнями концентраційного столу. За допомогою даної моделі визначені траєкторії руху частинок різної крупності і щільності в міжрифельному просторі для різної геометрії нарифлення та випадку вводу додаткового підживлення.*

**Ключові слова:** тверда частинка, математична модель, траєкторія, рух, рідина, міжрифельний простір, дека, концентраційний стіл.

*S.Bukin\*, V.Komarov\*\*, R.Sholda\*. Donetsk National Technical University (\*), Donetsk National University (\*\*)*

**Study of Solid Particles Motion in the Space between the Riffle of Table Concentrator Deck**

*This paper provides a mathematical model of solid material single particle motion in a stream of fluid flowing in the space between the riffle lines of a table concentrator deck. Using this model we defined the motion path of particles of different sizes and densities in the space between riffle lines for different riffle geometry and for the case of additional replenishment.*

**Keywords:** solid particle, mathematical model, motion path, liquid, space between riffle, deck, table concentrator.