

## СИНТЕЗ КОНФИГУРАЦИИ ПРОФИЛЯ ПОЛЮСНЫХ НАКОНЕЧНИКОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТЕ С ГРАДИЕНТНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВЕРТИКАЛЬНЫХ УСИЛИЙ

Бершадский И.А.

Донецкий государственный технический университет

*djura@pandora.kita.dgtu.donetsk.ua*

*The task of optimum control on speed ferrohdrodynamic of the gauge of currents is stated which is reduced with synthesis electromagnetic gradient tractive force in a working backlash. Proceeding from the variational approach, the equation Euler with the given regional conditions is decided and a line of nonlinear structures pole of tips is received, with which use the course of ferrosuspension in a mode of operation is essentially increased.*

Движение ферросуспензии в процессе срабатывания феррогидродинамического указателя тока короткого замыкания (ФУТКЗ) [1] в значительной степени связано с законом изменения пондеромоторной силы в межполюсном пространстве, который определяется профилем полюсных наконечников (ПН). Известные теоретические и экспериментальные исследования конфигураций профилей велись в основном в направлениях, относящихся к вопросам магнито- и феррогидростатической сепарации (МГС, ФГС) [2, 3]. В условиях МГС – сепарации важно знать распределение слоёв жидкости, а, следовательно, и минералов в вертикальном направлении. Воспользуемся аналогичным подходом: определяющие профиль ПН кривые выводятся из решения уравнения Лапласа [2].

$$\Delta U = 0, \quad (1)$$

где  $U$  – магнитный потенциал.

Форма двух полюсных наконечников описывается двумя эквипотенциальными поверхностями, на которых  $U = \text{const}$ . Поверхности силовых линий должны быть ортогональны эквипотенциальным поверхностям. Применяя известные решения уравнения Лапласа [4], рассмотрим системы частных решений (1), которые в полярных координатах ( $\rho$ ,  $\theta$ ) имеют вид  $u = x(\rho) y(\theta)$ . Анализ этих решений показал, что практический интерес для выбора профиля полюсов представляют не все решения этого вида, а только

$$\begin{cases} U_0 = A_0 \theta \\ U_m = A \rho^m \sin m\theta \end{cases} \quad (2)$$

где  $\rho$  – радиус вектор в полярных координатах;  $\theta$  – полярный угол;  $m$  – неизвестная степень;  $A$  – постоянная величина.

Решения (2) определяют набор конфигураций магнитных полей с полюсами, в качестве которых приняты эквипотенциальные поверхности.

Пондеромоторная сила после учёта выражения  $H = \text{grad } U$  и раскрытия градиента в полярных координатах имеет вид:

$$f_0 = -\chi_m \frac{A_0^2 e_\rho}{\rho^3}, \quad (3)$$

$$f_m = \chi_m A_m^2 m^2 (m-1) \rho^{2m-3} e_\rho. \quad (4)$$

Анализируя зависимость (3), можно вывести уравнения кривых, по которым рассчитываются профили ПН с качественно различными законами изменения пондеромоторной силы в зависимости от расстояния  $\rho$ .

Вид кривой, определяющей профиль полюсных наконечников, создающих изодинамическое магнитное поле, ( $f = \text{const}$ ) приведен на рис. 1б. Чтобы сила  $f$  была независима от радиус-вектора, необходимо соблюдение

условия  $2m - 3 = 0$  и  $m = \frac{3}{2}$ . Подставляя полученное  $m$  в (3), находим уравнение кривой профиля ПН:

$$\rho^{\frac{3}{2}} \sin \frac{3}{2} \theta = \text{const} \quad (5)$$

Однако с точки зрения повышения эффективности работы ФУТКЗ, необходимо получение как можно более высокой неравномерности пондемоторной силы в межполюсном пространстве. Рассмотрим степенное уравнение (4) и уравнение клиновидного полюса (3).

При использовании клиновидных полюсных наконечников пондеромоторная сила убывает с расстоянием как  $\rho^{-3}$ , [5] что следует из соответствующего уравнения (3).

Для исследования уравнения (4) разбиваем неизвестный показатель степени  $m$  на ряд участков (0,1), (1,2), (2,3),  $\geq 3$ . В интервале (0...1) при  $m \rightarrow 0$  и  $m \rightarrow 1$  – прямые соответствующие  $\theta_0 = 90^\circ$  и  $\theta_1 = 0$ . Остальные

значения  $m$  этого интервала также приводят к профилям, близким к прямой (рис. 1а). Создать неравномерность больше, чем  $\rho^{-3}$  не удаётся.

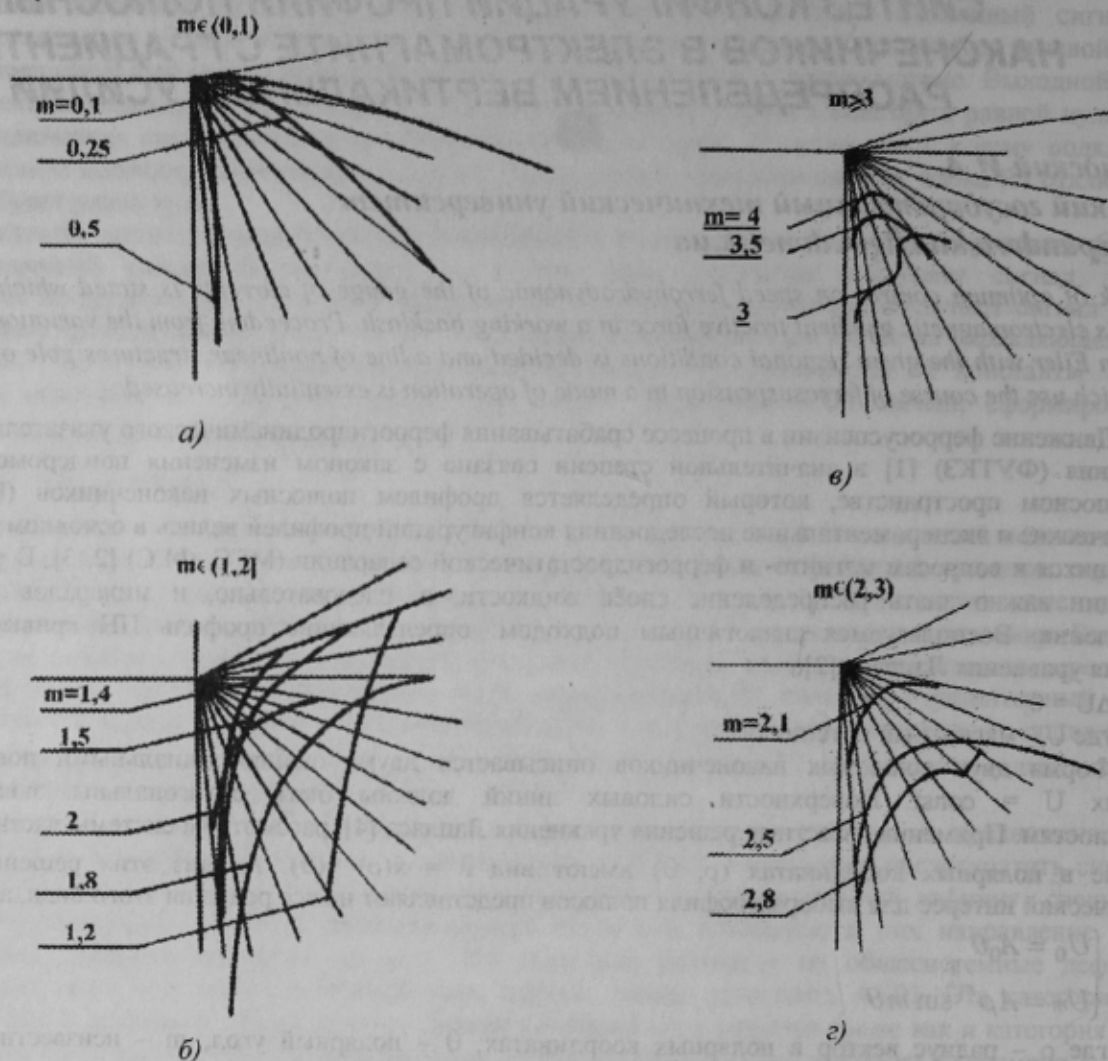


Рисунок 1 – Профили полюсных наконечников

а)  $m \in (0,1)$ , б)  $m \in (1,2]$ , в)  $m \geq 3$ , г)  $m \in (2,3)$ .

Интервал (1,2] позволяет строить ряд профилей, характеризующих возрастание  $\rho$  с расстоянием от начала координат от  $\rho^0$  до  $\rho^1$ . (рис. 1б).

Аналогичные результаты присущи и интервалу (2,3), вместе с тем здесь начинает проявляться зигзагообразный характер профилей, (рис. 1г), что совершенно неприемлемо в условиях работы ФУТКЗ. В таких магнитных системах величина электромагнитной силы при переходе от одной ступени к другой изменяется от отрицательных значений до положительных; т.е. меняет знак. Создание несколько большей неравномерности по сравнению с предыдущим интервалом, также недостаточно.

При  $m \geq 3$  (рис. 1в) уменьшается область существования полярных углов  $\theta$  при которых могут быть построены профили. Так, при  $m=4$  имеем соотношение между верхним  $\delta_1$ , нижним зазором  $\delta_2$  и высотой полюса  $H_p$  соответственно 2:6:5 при  $H_p = 50$  мм и  $\delta_1 = 20$  мм,  $\delta_2 = 60$  мм. Как видно из приведенных оценок, такие эпюры пондеромоторных сил хотя и обладают большой неоднородностью, не могут создать достаточный уровень интенсивности в зазоре из за резкого сужения области определения по его высоте. Кроме того, как следует из [2] в таких МС появляется клиновидный нейтральный полюс (железный вкладыш), угол раствора которого увеличивается с ростом  $m$ . Это обстоятельство усложняет конструкцию и затрудняет размещение индикаторной камеры. Поэтому целью дальнейшего повышения эффективности рабочего процесса в ФУТКЗ на основе синтеза профиля ПН предлагается использовать максимизацию интегральных силовых характеристик.

Учитывая доказанное в [6] преимущество подхода с существующими для  $N$  аналитическими выражениями, применили вариационный метод решения задачи.

Если рассматривать поле в воздушном зазоре, образованном скошенными полюсами без учёта влияния края полюсов, то можно методом конформных отображений получить расчётные формулы напряжённости  $H$  и магнитной силы [7]



$$|H| = \frac{M_\delta}{\pi(1-2\theta)} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (6)$$

$$F_x = \chi\mu_0 \frac{M_\delta^2}{a^3} \frac{\frac{x}{a}}{\pi^2(1-2\theta)^2 \left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 \right]^2}, \quad (7)$$

$$F_y = \chi\mu_0 \frac{M_\delta^2}{a^3} \frac{\frac{y}{a}}{\pi^2(1-2\theta)^2 \left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 \right]^2}, \quad (8)$$

где  $\theta$  - угол скоса полюсов в долях  $\pi$ ,  $x, y$  - координаты точек полюса;  $M_\delta$  - магнитная сила, приходящаяся на зазор;  $a$  - наименьшее расстояние между полюсами.

$$\text{Следуя [8] находим } \operatorname{ctg} \theta\pi = \frac{\partial x}{\partial y}, \theta = \frac{1}{\pi} \operatorname{arccctg} \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right).$$

Далее записываем функционал, подлежащий максимизации:

$$\int_{y_1}^{y_2} \Phi(y, x, x') = \int_{y_1}^{y_2} \chi\mu_0 \frac{M_\delta^2}{a^4} \frac{2}{\pi^2} \frac{y}{\left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arccctg} \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)\right)^2 \left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 \right]^2} \partial y; \quad (9)$$

В такой постановке решение может быть получено в виде зависимости  $x(y)$  при условии, что в каждой точке искомой кривой значение подынтегрального выражения определяется по выражениям (8). Текущий угол  $\theta\pi$  выбирается как угол наклона касательной в рассчитываемой точке. Т.к. точка схождения полюсов  $O$  будет постоянно перемещаться вдоль прямой  $ou$ , проведём замену переменной  $y \rightarrow \tilde{y} = y'x$ . Тогда (9) приобретает вид:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{\tilde{y}_1}^{\tilde{y}_2} \frac{Ay'x}{a^4 \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arccctg} x'\right)^2 \left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y'x}{a}\right)^2 \right]^2} \partial \tilde{y} = \\ &= \int_{\tilde{y}_1}^{\tilde{y}_2} \frac{A}{x' \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arccctg} x'\right)^2 x^3 \left[1 + \left(\frac{1}{x'}\right)^2\right]^2} \partial \tilde{y} = \int_{\tilde{y}_1}^{\tilde{y}_2} \frac{A}{G1F(x)G2} \partial \tilde{y}. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение Эйлера

$$\Phi_x - \Phi_{y'x'} - \Phi_{xx'} x' - \Phi_{xx'} x' = 0. \quad (11)$$

Учитывая введённые обозначения, получим дифференциальное уравнение 2-го порядка следующего вида

$$\frac{\partial^2 x}{\partial y^2} = \frac{F_x(x)G1(y, x)G2(y, x) - F_x(x)x'(G1'(y, x)G2(y, x) + G1(y, x)G2'(y, x))}{F(x)(G1''(y, x)G2(y, x) + 2G1'(y, x) + G1(y, x)G2''(y, x))}, \quad (12)$$

$$\text{где } F(x) = \frac{1}{(x^3)^3}; G1(y, x) = \frac{1}{x' \left(1 - \frac{2}{\pi} a \tan \left(\frac{1}{x'}\right)\right)^2}; G2(y, x) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{x'}\right)^2\right]^2}$$

Его решение выполнено методом Рунге-Куты 4-го порядка при помощи функции `rkfixed` пакета `MathCAD 7.0 Pro`. В результате получено семейство экстремалей, образующих центральное поле с центром в точке  $(x_0, y_0)$ . Выбор конкретного профиля зависит от начальных условий и в данном случае сводится к заданию краевых точек.

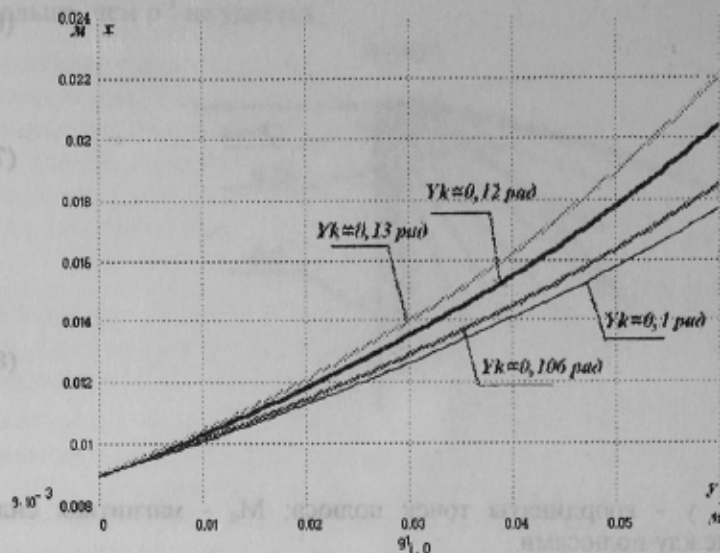


Рисунок 2 – Профили полюсных наконечников (решение вариационного уравнения Эйлера)

вертикальной координате (высота полюса  $H_p = 60\text{мм}$ ). Сравнение велось как по всем выборкам вместе, так и отдельно по каждому виду используемой немагнитной добавки: "углю мелкой фракции", "углю смесевому" и по "окиси железа". По результатам сравнений проводится сопоставление средних выборочных значений и дисперсии, а затем делается вывод о статической значимости расхождения параметров.

Результаты расчёта по отдельным выборкам показали в целом эффективность использования таких систем, в особенности для "углей мелкой фракции" (абсолютный ход в зависимости от вида немагнитной добавки возрос от 15% до 25%).

#### ВЫВОДЫ

1. Рассмотрены известные решения уравнения Лапласа, возможность их использования для выбора профиля полюсных наконечников при синтезе магнитного поля заданной неравномерности.
2. С использованием теории вариационного исчисления предложен ряд профилей полюсных наконечников, удовлетворяющих требованиям максимизации электромагнитной энергии в рабочей области. Проведено экспериментальное исследование таких полюсов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Труб И.И. Гидравлический указатель короткого замыкания // Энергетик. – 1998. – №12. – С.12.
2. Бунин Г.М., Андрус У.Ц., Гиль Б.Б. Магнитогидростатическая сепарация // Журнал прикладн. матем. и техн. физ. – 1966. – №3.
3. Бунин Г.М., Кинаревская В.А. Обогащение и фракционирование полезных ископаемых в магнитных жидкостях // В сб.: Новые физические методы сепарации минерального сырья. – М.: Наука, 1969.
4. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука, 1964. – 772 с.
5. Берлинский А.П., Шлепакова Л.И., Зелёнов В.И. и др. МГС сепарация минералов. // Обзор. Лабораторные и технологические исследования и методы обогащения минерального сырья. – М.: ВИЭМС. – 1975. – 53 с.
6. Дворчик С.Е., Лифиц С.А., Реуцкий С.Ю. О синтезе магнитного поля в задачах магнитожиткостной сепарации // Магнитная гидродинамика. – 1991. – № 2. С.45-49.
7. Захарова М.С. Расчёт магнитного поля в зазоре, образованном скошенными полюсами // В. сб.: "Горная электромеханика и автоматика". – Вып. 16. Харьков - Изд. ХГУ: - 1970. - С.54 - 60.
8. Марюта А.Н., Младецкий И.К., Новицкий П.А. Контроль качества железорудного сырья. – К.: Техника, 1976. – 220 с.
9. Тимошенко Г.М., Зима П.Ф. Теория инженерного эксперимента. – Донецк: ДПИ, 1984. – 59 с.

Последние определяются по координатам  $(x_1, y_1)$  и  $x'(0)$ . Фиксируем  $x_1 = 9 \cdot 10^{-3}\text{м}$ ,  $y_1 = 0$ , а производную варьируем:  $x'(0) = \text{tg } 0,14, \text{tg } 0,12, \text{tg } 0,13, \text{tg } 0,1$ . Кривые, построенные в соответствии с этими условиями, приведены на рис.2.

Оценку эффективности усовершенствования ФУТКЗ можно провести на основании сопоставления данных сравнительного эксперимента, выполненного по методике, изложенной в [9]. Её сущность заключается в том, что при одних и тех же условиях (одинаковые индикаторные камеры и величины зазоров в верхней и нижней части полюсов) проведен ряд замеров абсолютного хода ферросуспензии с различными ПН непосредственно после срабатывания устройства и по истечении 3 часов. Таким образом, в результате экспериментов получены несколько выборок с числом замеров 25. При этом варьировалось начальное положение верхнего слоя по