УДК

Луценко Л. И., Танич К. Л.

УСТАНОВИВШИЕСЯ КОЛЕБАНИЯ УПРУГОГО НЕОДНОРОДНОГО ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Автомобильно-дорожный институт НВУЗ «Донецкий национальный технический университет»
Горловка, Кирова 51, 84646

UDC

Lutsenko L.I., Tanith K. L.

ESTABLISHED NON-ELASTIC FLUCTUAI0NS OF THE RECTANGLE

Automobile-road Institute of “Donetsk National Technical Univercity”
Gorlovka, Kirova 51,84646

Аннотация. В работе рассматривается задача колебания поперечно-неоднородного изотропного упругого прямоугольника.

Ключевые слова: сплошная среда, суперпозиция, резонансные частоты.

Abstract. We consider stady-state oscillations of an inhomogeneour elastic rectangle.

Key words: continuous medium, superposition, resonant frequencies.

Установившиеся гармонические колебания поперечно-неоднородного упругого полупространства, вызванные поверхностной нагрузкой, рассматривались в работах В. А. Бабешко и Е. В. Глушкова [1]. Мы усложнили задачу, рассмотрев поперечно-неоднородный прямоугольник, колебания которого осуществляются под действием гармонически изменяющейся во времени нагрузки.

Рассматривалась тонкая неоднородная упругая пластина, занимающая область $D = D^{(1)} \cup D^{(2)}$, где

$$D = \{(\alpha_1, \alpha_2): -c \le \alpha_1 \le a, |\alpha_2| \le b\},$$

$$D^{(1)} = \{(\alpha_1, \alpha_2): -c \le \alpha_1 < 0, |\alpha_2| \le b\},$$

$$D^{(2)} = \{(\alpha_1, \alpha_2): 0 \le \alpha_1 \le a, |\alpha_2| \le b\},$$

где $\alpha_i -$ декартовы координаты; a, b, c – постоянные величины.

На сторонах пластины $\alpha_1 = a,$ $\alpha_1 = -c$ задана нагрузка, гармонически изменяющаяся во времени с частотой ω.

Для описания поведения пластины используем уравнения движения сплошной среды, которые после перехода к безразмерным координатам приводят к системе дифференциальных уравнений. Из двух разработанных для решения таких систем методов: метод однородных решений и метод суперпозиции, мы отдали предпочтение второму, поскольку в рамках этого метода на основе анализа асимптотических свойств неизвестных коэффициентов удалось более эффективно исследовать локальные особенности волновых полей в окрестности угловых точек области D.

Используя метод, предложенный Гринченко В. Т. и Мелешко В. В. [2], удалось свести задачу к исследованию бесконечной системы линейных алгебраических уравнений и последующему ее решению при помощи определения асимптотических свойств неизвестных этой системы.

Используя прием, предложенный Белоконем В. А. [3], краевую задачу свели к системе интегральных уравнений, для решения которой использовали метод Бубнова-Галеркина, учитывающий поведение решения ее в угловых точках областей $D^{(1)}, D^{(2)}$. Такое исследование позволило определить асимптотику коэффициентов Фурье при больших значениях индексов и удачно подобрать координатные функции в методе Бубнова-Галеркина, что позволило свести бесконечную систему уравнений к конечной.

Численный анализ задачи проводился на примерах областей, образованных следующими парами материалов: «медь – свинец», «алюминий - свинец», на границе раздела которых появление поверхностных волн Стоунли не наблюдалось, и парами «медь – магний», «цинк - магний», принадлежащим тем тридцати комбинациям материалов, которые оказались удачными с точки зрения существования таких волн. Естественно возник вопрос о выборе порядка системы алгебраических уравнений для получения достоверных значений собственных частот. Этот вопрос разрешился путем наблюдения за изменением знака определителя системы и контролем близости к нулю соответствующих параметров. В случае невыполнения этих условий число вовлекаемых в конечную систему неизвестных увеличивалось.

Определение резонансных частот осуществлялось путем анализа частотного определителя системы. Смена знака определителя не является достаточным признаком наличия собственной частоты в рассматриваемом частотном интервале, поэтому необходимо было учесть, что при подходе к собственной частоте сходимость неизвестных к асимптотике ухудшается.

Предложенный метод был опробован на парах материалов, рассмотренных в работе [3], и качественное сходство полученных спектров собственных частот свидетельствует о правильности нашей методики. В этом нас убеждает и сравнение с результатами, полученными при помощи стержневой теории.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при анализе поведения перемещений и напряжений деформированных конструктивных элементов, изготовленных из различных материалов, при создании оптимальных конструкций, расчетов их на прочность и жесткость.

Литература:

1. Бабешко В. А., Глушков Е. В. Методы построения матрицы Грина стратифицированного упругого полупространства. – Журнал вычисл. матем. и матем. физики. – 1987. – Т. 27, № 1.
2. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наук. думка, 1981. – 283 с.
3. Белоконь А. В. Об одном методе решения задач теории упругости для тел конечных размеров: Докл. АН. 1977. – Т. 233, № 1, - с. 56 – 59.

Статья отправлена: 11.12.2013г.