

ликомарганца, кокса; разнообразной пыли, улавливаемой в системах аспирации и т.д.

Таким образом, разработанные и реализованные в промышленном масштабе брикетировочное оборудование и экологоохранные технологии позволяют в короткий срок окупить затраты и повысить эффективность основного производства, а также значительно улучшить экологическую обстановку на заводе и в регионе.

#### Литература

1. Носков В.А. Валковый пресс для брикетирования мелкофракционных отходов производства и сырья /Металлургическая и горно-рудная промышленность/ 1999 №2-3 с.100-101.
2. Носков В.А., Баял К.В. Влияние конфигурации прессующего инструмента на показатели уплотнения мелкофракционных шихт в брикеты /Металлургическая и горно-рудная промышленность/ 2003 №4 с.137-138.

Рекомендовано к публикации д.т.н. Н.Я. Биличенко

УДК 622.002 : 622.83

### АПРОКСИМАЦИЯ ПОЛНОЙ ДИАГРАММЫ ДЛИТЕЛЬНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

А.К. Носач, Л.Л. Бачурин, Я.А. Ляшок,

Красноармейский филиал ДонНТУ, Красноармейск, Украина

При аналитических расчетах напряженно-деформированного состояния массива горных пород в упругопластической постановке с учетом разупрочнения используются различные варианты кусочно-линейной аппроксимации [1, 2], чаще всего – в виде трехзвенной ломаной, имеющей участки остаточной прочности (1), запредельного состояния (2) и упругой деформации (3) (рис. 1). Такой метод является вполне оправданным, поскольку нелинейные аналитические выражения, описывающие кривую «напряжение-деформация», при попытке их использования приводят к непреодолимым математическим трудностям.

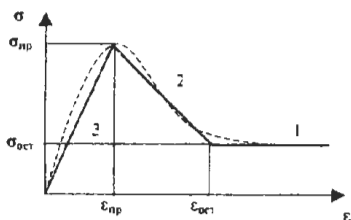


Рисунок 1 – Кусочно-линейная аппроксимация полной диаграммы деформирования

В численных расчетах, в том числе с использованием метода конечных элементов, при реализации деформационной модели среды с разупрочнением

также используется кусочно-линейная аппроксимация, учитывающая дополнительную зависимость предельной (σ<sub>пр</sub>) и остаточной (σ<sub>ост</sub>) прочности от величины минимального главного напряжения σ<sub>3</sub> [3].

Очевидно, кусочно-линейная аппроксимация не вполне адекватна нелинейному характеру деформирования горных пород, поэтому можно предположить, что в некоторых численных задачах, предусматривающих учет запредельного деформирования горных пород, возможны искажения. Поскольку современные вычислительные средства практически снимают ограничения, связанные со сложностью используемых аналитических выражений, была предпринята попытка использования в численных расчетах нелинейного аналитического выражения, описывающего кривую полного деформирования.

Ранее уже предлагались варианты нелинейной аппроксимации кривых полного деформирования, имеющие ту или иную степень приближения к опытным данным, например, приведенная в работе [4] дробно-рациональная функция. Однако практически все из них имеют недостаток, выражающийся в необходимости определения различных коэффициентов либо путем определения дополнительных характеристик горных пород (помимо выше перечисленных), либо путем регрессионного анализа опытных данных. Поэтому нами форма выражения была выбрана с учетом следующего требования: кривая должна определяться минимальным количеством ключевых параметров, среди которых – модуль упругости E, предел прочности на одноосное сжатие σ<sub>пр</sub> и остаточная прочность σ<sub>ост</sub>.

Таким образом, функция, описывающая полную диаграмму деформирования горной породы, имеет следующий вид:

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{E \cdot A}{\varepsilon_{пр}^{n-1}} \cdot \varepsilon^n - \sigma_{ост} \right) \cdot \left\{ 1 - \tanh \left[ m \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{пр}} - A \right) \right] \right\} + \sigma_{ост}$$

$$\text{где } A = 1,3 \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_{ост}}{\sigma_{пр}} \right)^{0,1};$$

n – параметр, определяющий кривизну участка упругого деформирования (при n > 1 кривая выпуклая, при n < 1 – вогнутая; наибольшее приближение к прямой на участке упругого деформирования достигается при n = 1,1); m – параметр, определяющий крутизну спада участка запредельного деформирования (m = 2 при часто используемом в расчетах соотношении ε<sub>ост</sub>/ε<sub>пр</sub> ≈ 3).

При равенстве предельной и остаточной прочности кривая, описываемая уравнением (1), соответствует модели с идеальной пластичностью.

Комплекс графиков, характеризующих среду с разупрочнением, приведенный в [3], с использованием предлагаемой зависимости для определения напряжений σ<sub>i</sub> при деформациях, попадающих в зону II (пластические деформации) изображен на рис. 2 (расшифровка соответствует приведенной в [3]).

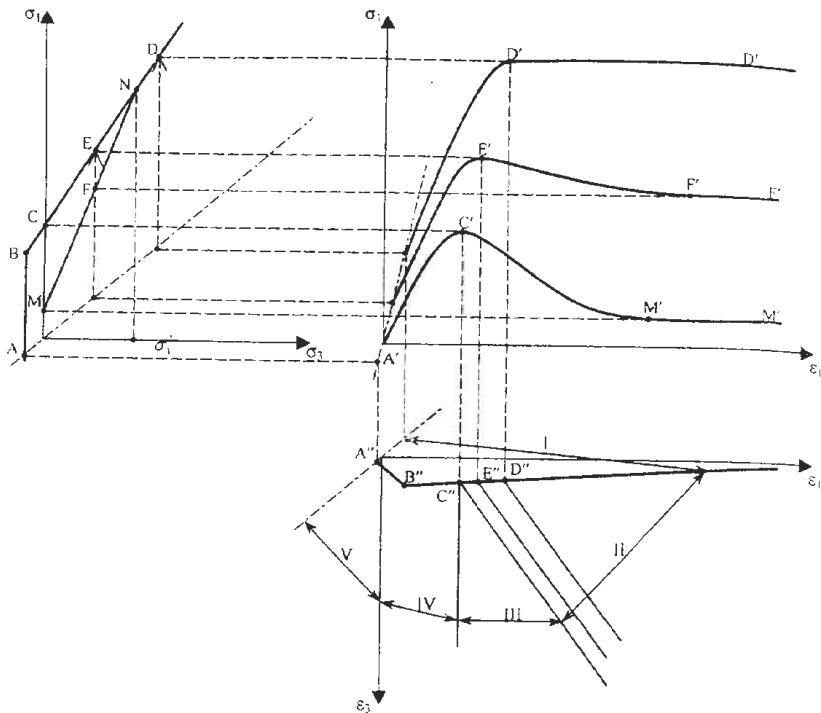


Рисунок 2 – Комплекс графиков, характеризующих свойства разупрочняющей среды

Использование нелинейной аппроксимации при прочих равных условиях приводит к ускорению сходимости итерационного процесса. Например, в задаче о распределении напряжений и деформаций вокруг круглой выработки, приведенной в работе [3], сходимость ускоряется на 22% по сравнению с моделью с кусочно-линейной аппроксимацией (использовались изопараметрические элементы). При этом несколько изменяются и сглаживаются контуры пластических зон (рис. 3).



Рисунок 3 – Зоны разрушения (меньшие по площади) и пластических деформаций, полученные с использованием нелинейной (а) и линейной аппроксимации (б)

## Литература

- Баклашов И. В. Деформирование и разрушение породных массивов. – М.: Недра, 1988. – 211 с.  
 Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Механика деформирования и разрушения горных пород. – М.: Недра, 1992. – 224 с.  
 Фадеев А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.  
 Киричанский Г. Т. Элементы теории деформирования и разрушения горных пород. АН УССР. ИГТМ. – Киев: Наук. думка, 1989. – 184 с.

Рекомендовано к публикации д.т.н. Г.А. Симановичем

УДК 539.3

## АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ ЗАЩЕМЛЕННОЙ И ШАРНИРНО ОПЁРТОЙ ПЛАСТИН

А.Ю. Лагошный, ПГАСА, Украина,

Н.В. Матысина, Е.А. Лагошная, НГУ, Днепропетровск, Украина

Рассмотрим в области  $D_\varepsilon(x_1, x_2 \in D_\varepsilon)$  возмущённую задачу о колебании защемлённой по контуру пластины при возмущении кусочно гладкой границы

$$\Delta \Delta V_\varepsilon - \lambda_\varepsilon V_\varepsilon = 0 \quad (1)$$

$$V_\varepsilon|_{\Gamma_\varepsilon} = V_\varepsilon(\sigma, s)|_{\sigma=\varepsilon\alpha(s)} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_\varepsilon(\sigma, s^*)}{\partial \sigma} \Big|_{\Gamma_\varepsilon} = \left[ \cos \beta \frac{\partial V_\varepsilon(\sigma, s)}{\partial \sigma} + \sin \beta \frac{\partial V_\varepsilon(\sigma, s)}{\partial s} \right]_{\sigma=\varepsilon\alpha(s)} = 0.$$

Здесь  $\lambda_\varepsilon = \rho h \omega_\varepsilon^2 D^{-1}$ ;  $\varepsilon \geq 0$  - малый параметр;  $s, -\sigma$  и  $s^*, -\sigma^*$  - локальные ортонормальные координаты в окрестности границ  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_\varepsilon$  (см. рис.4);  $\frac{\partial}{\partial \sigma}$  и  $\frac{\partial}{\partial \sigma^*}$  - производные по направлению внешних нормалей к  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_\varepsilon$ ;  $\beta$  - угол между направлением нормалей  $\bar{\sigma}$  и  $\bar{\sigma}^*$  в точках  $(0, S_0)$  и  $(\varepsilon\alpha(S_0), S_0)$ ,  $\text{tg} \beta = -\varepsilon\alpha'(s)$ ;  $\Delta$  - оператор Лапласа; функция  $\alpha(s)$  - бесконечно дифференцируемая функция всюду, за исключением угловых точек, в угловых точках  $\alpha(s)$  равная нулю и имеет односторонние производные любого порядка. Относительно контура  $\Gamma_0$  будем полагать, что: контур  $\Gamma_0$  состоит из бесконечно дифференцируемых участков, минимальный угол между односторонними касательными к  $\Gamma_0$  в угловых точках отличен от нуля.

Полагая в (1), (2)  $\varepsilon = 0$ , получаем невозмущённую задачу. Считаем, что собственное число  $\lambda_n$  невозмущённой задачи простое. Запишем собственное значение  $\lambda_n$  и соответствующую ему собственную функцию  $V_n$  задачи (1), (2) в виде