

О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва

# **КУРС ФІЗИКИ**

# **2**

**КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ**

**ХВИЛЬОВА І КВАНТОВА ОПТИКА**

**ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ**

**ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА**

**ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА**

Навчальний посібник  
для студентів  
інженерно-технічних спеціальностей  
вищих навчальних закладів





**Волков Олександр Федорович** у 1975 році закінчив факультет експериментальної і теоретичної фізики Московського інженерно-фізичного інституту за фахом «Фізика твердого тіла». Кандидат технічних наук, доцент кафедри «Фізика» Донецького національного технічного університету. Член-кореспондент Інженерної академії України.

Опубліковано більше 100 наукових, науково-методичних і методичних робіт.



**Лумпієва Таїсія Петрівна** у 1977 році з відзнакою закінчила фізико-математичний факультет Карельського державного педагогічного інституту за фахом «Фізика». Викладач кафедри «Фізика» Донецького національного технічного університету.

Опубліковано більше 50 наукових, науково-методичних і методичних робіт.

**Фізика - це найфундаментальніша та найвсеосяжніша зі всіх наук.**

*Річард Ф. Фейнман,  
лауреат Нобелівської премії 1965 року.*

Вважається, що фізика дуже складна, і самі фізики це визнають. Проте, якщо розглядати окремо створення нових фізичних теорій і засвоєння того, що зроблено іншими, то останнє, мабуть, не вимагає більшої наполегливості або кмітливості, чим вивчення, наприклад, поезії, іноземних мов або будь-якого іншого з безліч проявів творчої фантазії людини.

*Леон Н. Купер,  
лауреат Нобелівської премії 1972 року.*

**О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва**

# **КУРС ФІЗИКИ**

У ДВОХ ТОМАХ

**Том 2**

- **КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ**
- **ХВИЛЬОВА І КВАНТОВА ОПТИКА**
- **ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ**
- **ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА**
- **ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА**

*Рекомендовано  
Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів  
інженерно-технічних спеціальностей  
вищих навчальних закладів*

**Донецьк  
Видавництво ДонНТУ  
2009**

**ББК 22.3я7**  
**В 67**  
**УДК 53(075.8)**

*Гриф надано Міністерством  
освіти и науки України,  
лист № 1.4/18-г-989 від 07.05.2008 р.*

Рецензенти:

**П.І. Голубнічий**, завідувач кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля, заслужений діяч науки і техніки України, доктор фізико-математичних наук, професор

**В.Ф. Русаков**, завідувач кафедри загальної фізики та дидактики фізики Донецького національного університету, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**С.В. Тарасенко**, завідувач відділом теорії магнетизму і фазових переходів Донецького фізико-технічного інституту ім. О.О. Галкіна НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

**Волков О.Ф., Лумпієва Т.П.**

**В 67 Курс фізики: У 2-х т. Т.2:** Коливання і хвилі. Хвильова і квантова оптика. Елементи квантової механіки. Основи фізики твердого тіла. Елементи фізики атомного ядра. Навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 208 с.

Навчальний посібник написаний відповідно до програми курсу «Фізика» для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Зміст першого тому складають розділи: фізичні основи механіки, молекулярна фізика і термодинаміка, електростатика і постійний струм, електромагнетизм. Зміст другого тому: коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика, елементи квантової механіки, основи фізики твердого тіла, елементи фізики атомного ядра. Викладення матеріалу ведеться без громіздких математичних перетворень, основний акцент робиться на фізичну суть явищ і законів, що їх описують.

Табл. 7. Рис. 136.

ISBN 978-966-377-072-7 (загальний)  
ISBN 978-966-377-074-1 (том 2)

© Волков О.Ф., Лумпієва Т.П., 2009  
© Донецький національний технічний університет, 2009

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	8
ЧАСТИНА 1. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ .....	9
<b>Розділ 1. Коливання</b> .....	9
§1 Загальні відомості про коливання .....	9
1.1 Класифікація коливань .....	9
1.2 Характеристики коливань .....	10
§2 Гармонічні коливання .....	11
2.1 Швидкість і прискорення при гармонічних коливаннях .....	11
2.2 Диференціальне рівняння гармонічних коливань .....	12
§3 Енергія коливань .....	12
§4 Приклади систем, що здійснюють гармонічні коливання .....	13
4.1 Пружинний маятник .....	13
4.2 Фізичний маятник .....	14
4.3 Математичний маятник .....	16
4.4 Коливальний контур .....	16
§5 Додавання гармонічних коливань .....	18
5.1 Графічне зображення гармонічних коливань. Векторна діаграма .....	18
5.2 Додавання однаково напрямлених гармонічних коливань .....	19
5.3 Додавання взаємно перпендикулярних коливань .....	21
§6 Згасаючі коливання .....	23
6.1 Згасаючі коливання пружинного маятника .....	23
6.2 Згасаючі коливання в коливальному контурі .....	24
6.3 Основні характеристики згасаючих коливань .....	25
6.4 Аперіодичний процес .....	27
§7 Вимушені коливання .....	28
7.1 Вимушені механічні коливання .....	28
7.2 Вимушені коливання в коливальному контурі .....	31
<b>Розділ 2. Пружні хвилі</b> .....	36
§8 Загальні відомості про хвилі .....	36
8.1 Класифікація хвиль .....	36
8.2 Характеристики хвиль .....	37
§9 Плоска монохроматична хвиля .....	38
9.1 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі .....	38
9.2 Хвильове рівняння .....	40
9.3 Перенесення енергії хвилею. Вектор Умова .....	40
§10 Звукові хвилі .....	43

10.1	Характеристики звуку	43
10.2	Ультразвук	44
10.3	Інфразвук	45
§11	Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі	46
11.1	Принцип суперпозиції хвиль. Інтерференція хвиль	46
11.2	Стоячі хвилі	46
11.3	Складні хвилі. Групова швидкість	48
§12	Ефект Доплера в акустиці	49
<b>Розділ 3. Електромагнітні хвилі</b>		<b>51</b>
§13	Рівняння Максвелла	51
§14	Електромагнітні хвилі	53
14.1	Плоска електромагнітна хвиля	53
14.2	Експериментальне дослідження електромагнітних хвиль	54
14.3	Основні властивості електромагнітних хвиль	55
14.4	Шкала електромагнітних хвиль	56
§15	Способи отримання електромагнітних хвиль	57
15.1	Радіохвилі	57
15.2	Електромагнітні хвилі оптичного діапазону	58
15.3	Рентгенівське випромінювання	58
15.4	Гамма випромінювання	59
<i>Зверніть увагу!</i>		59
<i>Тест для самоконтролю знань за темою «Коливання»</i>		61
<i>Тест для самоконтролю знань за темою «Хвилі»</i>		67
<i>Коди відповідей до тестів «Коливання» і «Хвилі»</i>		73
<b>ЧАСТИНА 2. ХВИЛЬОВА І КВАНТОВА ОПТИКА</b>		<b>74</b>
§16	Попередні відомості	74
16.1	Деякі відомості з геометричної оптики	74
16.2	Фотометричні величини	76
<b>Розділ 4. Хвильова оптика</b>		<b>79</b>
§17	Інтерференція світла	79
17.1	Інтерференція. Когерентність	79
17.2	Умови максимумів і мінімумів інтерференції	80
§18	Інтерференція в тонких плівках	82
§19	Застосування інтерференції	85
§20	Дифракція світла	87
20.1	Дифракційні ґратки	87
20.2	Дифракція рентгенівських променів	90
§21	Взаємодія світлових хвиль з речовиною	91

21.1 Розсіяння світлових хвиль . . . . .	91
21.2 Поглинання світлових хвиль . . . . .	92
21.3 Заломлення світлових хвиль . . . . .	92
21.4 Дисперсія світлових хвиль . . . . .	93
21.5 Тиск світлових хвиль . . . . .	94
§22 Поляризація світла . . . . .	94
§23 Способи отримання поляризованого світла . . . . .	96
23.1 Відбивання від межі розділу двох діелектриків. Закон Брюстера . . . . .	96
23.2 Заломлення світла в тонкій пластинці . . . . .	97
23.3 Подвійне променезаломлення . . . . .	97
23.4 Поглинання світла в дихроїчних кристалах . . . . .	98
§24 Штучне подвійне променезаломлення. Ефект Керра . . . . .	99
§25 Обертання площини поляризації . . . . .	99
<b>Розділ 5. Квантова оптика . . . . .</b>	<b>100</b>
§26 Теплове випромінювання. Закон Кирхгофа . . . . .	100
26.1 Характеристики теплового випромінювання . . . . .	101
26.2 Класифікація тіл . . . . .	102
26.3 Закон Кирхгофа . . . . .	103
§27 Закони Стефана – Больцмана і Віна . . . . .	105
§28 Гіпотеза Планка. Формула Планка . . . . .	106
§29 Оптична пірометрія . . . . .	107
§30 Зовнішній фотоелектричний ефект. Закони фотоэффекту . . . . .	108
§31 Фотон. Властивості фотона . . . . .	110
§32 Ефект Комптона . . . . .	111
<i>Зверніть увагу!</i> . . . . .	112
<i>Тест для самоконтролю знань за темою «Хвильова оптика»</i> . . . . .	115
<i>Тест для самоконтролю знань за темою «Квантова оптика»</i> . . . . .	121
<i>Коди відповідей до тестів «Хвильова оптика» і «Квантова оптика»</i> . . . . .	128
<b>ЧАСТИНА 3. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>Розділ 6. Елементи квантової механіки . . . . .</b>	<b>129</b>
§33 Гіпотеза де Бройля . . . . .	129
§34 Імовірнісний смисл хвиль де Бройля. Хвильова функція . . . . .	131
§35 Співвідношення невизначеностей Гейзенберга . . . . .	133
§36 Хвильове рівняння Шредінгера . . . . .	135
§37 Частинка в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі . . . . .	136

Розділ 7. <b>Фізика атомів і молекул</b> .....	138
§38 Атом водню і воднеподібні іони .....	138
38.1 Квантові числа .....	139
38.2 Квантування енергії .....	139
38.3 Квантування орбітального моменту імпульсу і магнітного моменту .....	141
38.4 Просторове квантування .....	143
38.5 Спін електрона .....	145
§39 Принцип Паулі. Періодична система елементів Менделєєва .....	146
§40 Лазери .....	149
40.1 Вимушене випромінювання. Принцип роботи лазера .....	149
40.2 Рубіновий лазер .....	152
40.3 Гелій-неоновий лазер .....	154
<i>Зверніть увагу!</i> .....	156
<i>Тест для самоконтролю знань за темою</i> <i>«Елементи квантової механіки»</i> .....	156
<i>Коди відповідей до тесту «Елементи квантової механіки»</i> .....	160
<b>ЧАСТИНА 4. ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА</b> .....	161
Розділ 8. <b>Електропровідність металів і напівпровідників</b> .....	161
§41 Будова твердих тіл .....	161
41.1 Дефекти в кристалах .....	162
41.2 Енергетичні зони в кристалах .....	163
§42 Електричні властивості твердих тіл .....	165
42.1 Електропровідність металів .....	166
42.2 Електропровідність напівпровідників .....	168
42.2.1 Власна провідність напівпровідників .....	168
42.2.2 Домішкова провідність напівпровідників .....	170
Розділ 9. <b>Контактні і термоелектричні явища</b> .....	173
§43 Електронно-дірковий перехід. Напівпровідниковий діод .....	173
§44 Внутрішній фотоефект .....	175
§45 Термоелектричні явища .....	177
45.1 Явище Зеєбека .....	177
45.2 Явище Пельтье .....	178
45.3 Явище Томсона .....	179
<i>Зверніть увагу!</i> .....	180
<i>Тест для самоконтролю знань за темою</i> <i>«Основи фізики твердого тіла»</i> .....	181
<i>Коди відповідей до тесту «Основи фізики твердого тіла»</i> .....	183



ЧАСТИНА 5. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА .....	184
<b>Розділ 10. Атомне ядро .....</b>	<b>184</b>
§46 Склад і розміри ядер. Енергія зв'язку ядер .....	184
46.1 Склад ядра .....	184
46.2 Характеристики атомного ядра .....	185
46.3 Розміри ядер .....	186
46.4 Властивості ядерних сил .....	186
46.5 Дефект маси ядра. Енергія зв'язку .....	186
§47 Ядерні перетворення .....	188
47.1 Ядерні реакції .....	188
47.2 Радіоактивність .....	189
47.2.1 Загальні відомості .....	189
47.2.2 Закон радіоактивного розпаду .....	190
47.3 Використання явища радіоактивності для вимірювання часу в геології і археології .....	192
47.4 Гамма-випромінювання .....	193
<b>Розділ 11. Елементи дозиметрії .....</b>	<b>193</b>
§48 Елементи дозиметрії іонізуючих випромінювань .....	193
48.1 Характеристики іонізуючих випромінювань .....	194
48.2 Основні нормативні дані за радіаційним чинником в Україні ..	196
<i>Зверніть увагу!</i> .....	197
<i>Тест для самоконтролю знань за темою «Елементи фізики атомного ядра» .....</i>	<i>198</i>
<i>Коди відповідей до тесту «Елементи фізики атомного ядра» .....</i>	<i>200</i>
<b>ВИСНОВОК .....</b>	<b>201</b>
<b>ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ .....</b>	<b>202</b>
1.1 Основні фізичні стали .....	202
1.2 Деякі відомості про одиниці фізичних величин .....	203
2.1 Латинський і грецький алфавіти. ....	206
<b>ЛІТЕРАТУРА, ЩО РЕКОМЕНДУЄТЬСЯ .....</b>	<b>208</b>

## ПЕРЕДМОВА

Пропонований навчальний посібник написаний відповідно до програми курсу «Фізика» для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Зміст першого тому складають розділи: фізичні основи механіки, молекулярна фізика і термодинаміка, електростатика і постійний струм, електромагнетизм. Зміст другого тому: коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика, елементи квантової механіки, основи фізики твердого тіла, елементи фізики атомного ядра.

**Основна мета посібника** – допомогти студентам вивчити курс фізики. Автори намагалися з одного боку максимально повно охопити всі розділи курсу, що передбачені програмою, а з іншого – викласти весь матеріал компактно, не використовуючи громіздких математичних викладень, просторових міркувань й ін. Основну увагу надано суті даних явищ, законам, що описують ці явища, межах застосовності законів, а також визначенням фізичних величин, одиницям вимірювання. Визначення, формулювання законів, а також всі нові терміни виділені в тексті курсивом. Математичні знання, необхідні для користування допомогою, відповідають звичайному курсу математики у вищому технічному навчальному закладі.

Зведені таблиці, що наведені в тексті, а також велика кількість посилань і ілюстрацій допоможуть вам краще зрозуміти і засвоїти навчальний матеріал, а тести – перевірити рівень засвоєння матеріалу.

Вивчення матеріалу рекомендуємо проводити у два етапи:

- 1) швидке читання матеріалу всієї теми з метою ознайомлення з його структурою, виділенням основних питань;
- 2) читання з опрацюванням: на цьому етапі треба зрозуміти весь матеріал.

Вивчаючи курс фізики, пам'ятайте, що деяка частина навчального матеріалу підлягає **обов'язковому запам'ятовуванню**. Це визначення, формулювання законів, одиниці вимірювання фізичних величин. Щоб **глибше зрозуміти** суть явищ, навчитися застосовувати закони, що описують ці явища, необхідно розв'язувати задачі. Уміння розв'язувати задачі – головний критерій оцінки засвоєння навчального матеріалу. Експериментальні задачі, методи обробки результатів і їх уявлення, а також правила поводження з найпростішими приладами розглядаються у фізичному практикумі.

Автори виражають глибоку подяку рецензентам: проф. **Голубничому П.І.** завідувачеві кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля; доц. **Русакову В.Ф.** завідувачеві кафедри загальної фізики і дидактики фізики Донецького національного університету; проф. **Тарасенку С.В.** завідувачеві відділу теорії магнетизму і фазових переходів Донецького фізико-технічного інституту ім. О.О. Галкіна НАН України; **Русаковій Н.М.** старшому викладачу кафедри фізики Донецького національного технічного університету за корисні зауваження і поради, які були враховані під час підготовки рукопису до друку. Також виражаємо свою подяку і вдячність **Лумнісву І.В.** за оформлення графічного матеріалу книги.

Із зауваженнями і пропозиціями щодо книги до авторів можна звернутися електронною поштою: [afv.@fizmet.dgtu.donetsk.ua](mailto:afv.@fizmet.dgtu.donetsk.ua)

## ЧАСТИНА 1. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

### Розділ 1. Коливання

**Коливаннями** називають процеси, що в тій чи іншій мірі повторюються в часі.

Коливання широко поширені в природі і техніці. Радіотехніка, електротехніка змінних струмів і деякі інші галузі техніки цілком засновані на дослідженні коливальних процесів. У фізичних науках коливання зустрічаються усюди: в оптиці, акустиці, механіці, електриці, теорії атома.

Фізична суть тих процесів, в яких мають місце коливання, різна: коливання частин машин і механізмів і коливання струму в контурі – абсолютно різні явища. Але аналіз коливальних процесів, що зустрічаються у фізиці і техніці, показує, що основні закони коливань у всіх випадках однакові.

Різноманітні застосування теорії коливань настільки тісно зв'язані одне з одним, що їх необхідно вивчати з єдиної точки зору: як математичної, так і фізичної. Вивчення коливань з єдиної фізичної точки зору значно полегшує дослідження тих коливальних процесів, в яких є зв'язок коливань різних величин, наприклад, електричних і механічних. У фізиці і техніці такі пристрої зустрічаються досить часто.

### §1 Загальні відомості про коливання

#### 1.1 Класифікація коливань

Залежно від фізичної природи процесу, що повторюється, розрізняють коливання:

- механічні (коливання маятників, струн, частин машин і механізмів, споруд, тиску повітря при розповсюдженні в ній звуку і т. п.);
- електромагнітні (коливання змінного електричного струму в колі; коливання векторів електричної напруженості  $\vec{E}$  і магнітної індукції  $\vec{B}$  змінного електромагнітного поля і т. п.);
- електромеханічні (коливання мембрани телефону, дифузора електродинамічного гучномовця і т. п.).

Система, що здійснює коливання, називається коливальною системою або **осцилятором**. Залежно від характеру дії на коливальну систему розрізняють коливання:

- власні;
- згасаючі;
- вимушені;
- автоколивання.

**Власними** називаються коливання, які відбуваються в системі, що залишена сама на себе після того, як їй був наданий поштовх, або вона була виведена з положення рівноваги. Наприклад, щоб кулька, яка підвішена на нитці, почала коливатися, потрібно штовхнути її, або, відвівши убік, відпустити її.

**Згасаючими** називаються вільні коливання, амплітуда яких зменшується з часом. Згасання механічних коливань пов'язане з наявністю сил тертя і опору. Згасання коливань в електричних коливальних системах обумовлене тепловими втратами в провідниках.

**Вимушеними** називаються коливання, які здійснюються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється з часом за гармонічним законом. Наприклад, коливання сили струму в електричному колі, що викликані змінною ерс.

**Автоколиваннями** називаються коливання, що супроводжуються дією на систему, в якій здійснюються коливання, зовнішніх сил, при цьому система сама керує цією дією. Наприклад, в годиннику маятник отримує поштовх за рахунок енергії піднятої гирі або закрученої пружини, причому поштовхи відбуваються в той момент, коли маятник проходить через положення рівноваги.

## 1.2 Характеристики коливань

Величинами, що характеризують коливання, є:

1.  $\xi(t)$  – **миттєве значення** величини, що коливається

$$\xi(t) = f(t) = f(t + T), \quad (1.1)$$

де  $f(t)$  – задана періодична функція часу.

Величина, що коливається, визначає положення (координату) або стан (заряд, тиск, температуру, швидкість) коливальної системи (тіла, електричного контуру).

2. **Амплітуда коливань** ( $A$ ) – максимальне значення величини, що коливається. Амплітуда – додатна величина.

3. **Період коливань** ( $T$ ) – час одного повного коливання:  $T = \frac{t}{N}$

$$[T] = \text{с.}$$

4. **Частота коливань** ( $\nu$ ) – число коливань за одиницю часу.  $\nu = \frac{N}{t}$ .

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.2)$$

$$[\nu] = 1/\text{с.}$$

5. **Кутова або циклічна частота** ( $\omega$ ) – число коливань за  $2\pi$  секунд.

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.3)$$

$$[\omega] = \text{рад/с.}$$

6. **Фаза коливань** ( $\varphi$ ) – величина, що визначає миттєвий стан коливального процесу

$$\varphi = (\omega t + \varphi_0), \quad (1.4)$$

де  $\varphi_0$  – початкова фаза (значення фази при  $t=0$ ).

$$[\varphi] = \text{рад.}$$

## § 2 Гармонічні коливання

**Гармонічні коливання** – це коливання, в процесі яких величина, що коливається, змінюється з часом за законом косинуса або синуса:

$$\xi(t) = \xi_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.1)$$

або

$$\xi(t) = \xi_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.1a)$$

Обидва визначення є рівноправними. Надалі ми вважатимемо, що величина, що коливається, змінюється за законом косинуса.

Цей вид коливань особливо важливий за наступними причинами.

По-перше, більшість коливань в природі і техніці мають характер, близький до гармонічних.

По-друге, періодичні процеси іншої форми (з іншою залежністю від часу  $t$ ) можуть бути представлені як накладання кількох гармонічних коливань.

Гармонічні коливання скалярної величини визначаються в цілому трьома незалежними сталими параметрами: частотою, амплітудою і початковою фазою. Амплітуда коливань і початкова фаза визначаються початковими умовами, а частота і період – властивостями коливальної системи. Якщо хоч би один з цих параметрів змінюється в часі, то коливання не будуть гармонічними.

### 2.1 Швидкість і прискорення при гармонічних коливаннях

З курсу механіки відомо, що швидкість зміни величини визначається як перша похідна цієї величини за часом:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -v_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = v_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.2)$$

де  $v_{\max} = A\omega_0$  – максимальне (амплітудне) значення швидкості.

Прискорення визначається як друга похідна величини, що коливається, за часом:

$$a = \frac{d^2\xi}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = a_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi), \quad (2.3)$$

де  $a_{\max} = A\omega_0^2$  – максимальне (амплітудне) значення прискорення.

Гармонічні коливання можна представити графічно. Для випадку  $\varphi_0=0$  вони мають вигляд, показаний на рис. 2.1. З формул (2.2) і (2.3) і порівняння графіків можна зробити наступні висновки:

- $\xi(t)$  і  $a(t)$  коливаються в протифазі, тобто  $a(t)$  випереджає  $\xi(t)$  за фазою на  $\pi$ ;
- $v(t)$  випереджає  $\xi(t)$  за фазою на  $\pi/2$ .

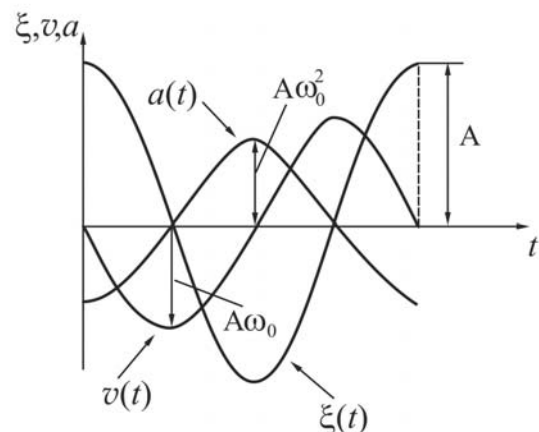


Рисунок 2.1



## 2.2 Диференціальне рівняння гармонічних коливань

Згідно рівнянню (2.3)

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Порівнявши даний вираз з формулою (2.1), можна зробити висновок, що

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\omega_0^2 \xi, \quad \text{або:}$$

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (2.4)$$

Рівняння (2.4) називається диференціальним рівнянням гармонічних коливань. Воно є лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку. Диференціювання ведеться за часом  $t$ .

Згідно з позначенням, прийнятим Ньютоном, похідні за часом позначаються таким чином:

$$\frac{d\xi}{dt} = \dot{\xi}, \quad \frac{d^2\xi}{dt^2} = \ddot{\xi}. \quad (2.5)$$

Тоді диференціальне рівняння гармонічних коливань можна записати у вигляді:

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0. \quad (2.6)$$

Якщо при аналізі фізичних процесів тієї або іншої природи, зроблених на основі законів і наближень, виникає рівняння подібного вигляду, то це означає, що розглянута система може здійснювати гармонічні коливання. Частота коливань визначатиметься властивостями самої системи.

### §3 Енергія коливань

Потенціальна енергія гармонічного коливання, що здійснюється під дією пружної або квазіпружної сили

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.1)$$

Кінетична енергія гармонічного коливання

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.2)$$

Повна енергія гармонічного коливання:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}},$$

$$W = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{kA^2}{2} [\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{kA^2}{2} \quad (3.3)$$

Таким чином, повна енергія гармонічного коливання є рівною:

$$W = \frac{kA^2}{2} \quad (3.4)$$

Це означає, що повна енергія гармонічного коливання залишається величиною сталою. Відзначимо, що повна енергія пропорційна квадрату амплітуди.

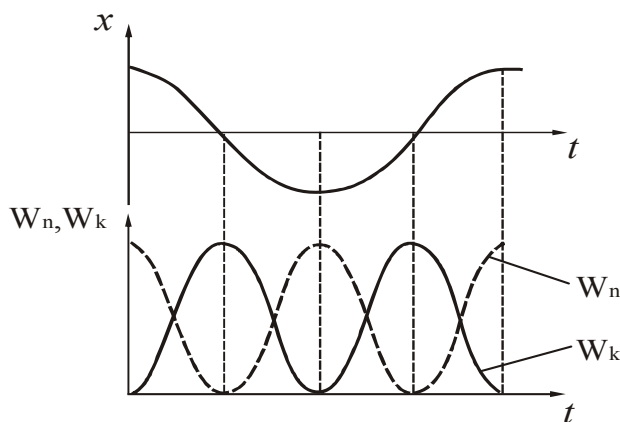


Рисунок 3.1

У процесі коливань відбувається перетворення кінетичної енергії на потенціальну. Процес переходу енергії з одного виду в інший є періодичним (рис. 3.1). Частота зміни енергії в 2 рази перевищує частоту коливань. У моменти найбільшого зсуву  $x$  потенціальна енергія  $W_p$  досягає максимуму. При проходженні системою положення рівноваги ( $x=0$ ) потенціальна енергія дорівнює

нулю, а кінетична енергія максимальна. Найбільші значення кінетичної і потенціальної енергії є рівними між собою.

## §4 Приклади систем, що здійснюють гармонічні коливання

### 4.1 Пружинний маятник

**Пружинний маятник** – це кулька масою  $m$ , яка прикріплена до пружини жорсткістю  $k$  (рис. 4.1). Змістимо кульку від положення рівноваги на відстань  $x$ , після чого надамо систему самій собі. Сила пружності, що виникає, прагне повернути кульку до положення рівноваги. За законом Гука

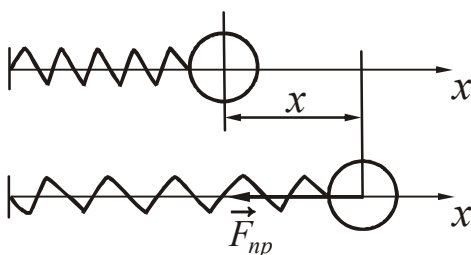


Рисунок 4.1

$$F_{\text{пр}} = -kx \quad (4.1)$$

За другим законом Ньютона

$$F_{\text{пр}} = ma, \quad (4.2)$$

де  $a$  – прискорення, що отримане кулькою. Оскільки

$$a = \frac{d^2x}{dt^2},$$

то

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx. \quad (4.3)$$

Рівняння (4.3) приведемо до канонічного вигляду. Для цього розділимо обидві частини рівняння на масу  $m$ . Отримаємо:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (4.4)$$

Введемо позначення:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2. \quad (4.5)$$

Тоді з урахування (4.5) рівняння (4.4) можна переписати у вигляді:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (4.6)$$

де  $\omega_0$  – це фізичний параметр, що характеризує коливальні властивості системи і який називають **власною частотою** коливань.

Таким чином, рух кульки під дією пружної сили  $F = -kx$  описується диференціальним рівнянням гармонічних коливань.

Загальний розв'язок рівняння (4.6) має вигляд:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4.6a)$$

Період коливань пружинного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (4.7)$$

У розглянутому прикладі сила за своєю природою пружна. Може трапитися, що сила іншого походження виявляє ту ж закономірність, тобто виявляється рівною  $-kx$ , де  $k$  – стала додатна величина. Сили такого вигляду, незалежно від їх природи, називаються **квазіпружними**.

## 4.2 Фізичний маятник

**Фізичний маятник** – це тверде тіло, яке здатне здійснювати коливання відносно нерухомої горизонтальної осі, що не проходить через центр мас.

Відхилимо маятник на кут  $\alpha$  від положення рівноваги (рис. 4.2). При цьому виникає обертальний момент  $M$ , який прагне повернути маятник до положення рівноваги:

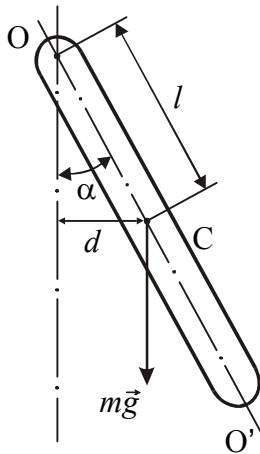
$$M = -mgl \sin \alpha, \quad (4.8)$$

де  $m$  – маса маятника,  $l$  – відстань між точкою підвісу  $O$  і центром мас  $C$ .

Знак “–” поставили тому, що момент сили тяжіння прагне зменшити кут відхилення маятника.

Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху

$$M = J\varepsilon, \quad (4.9)$$



де  $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$  – кутове прискорення маятника;

$J$  – момент інерції маятника відносно осі коливань.

На підставі (4.8) і (4.9) можна записати

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha,$$

але

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \sin \alpha = 0. \quad (4.10)$$

Рисунок 4.2

Рівняння (4.10) є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Коливання, що описуються цим рівнянням, не будуть гармонічними.

Якщо кут відхилення  $\alpha$  малий (до  $3^\circ \div 5^\circ$ ), то  $\sin \alpha \approx \alpha$  ( $\alpha$  повинен бути виражений в радіанах). Рівняння (4.10) в цьому випадку можна привести до вигляду:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0. \quad (4.11)$$

Введемо позначення:

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{J}. \quad (4.12)$$

Тоді:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0 \quad (4.13)$$

Розв'язок рівнянь (4.11) і (4.13) має вигляд:

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (4.14)$$

де  $A = \alpha_{\max}$  – амплітуда коливань, тобто найбільший кут, на який відхиляється маятник.

Отже, малі коливання фізичного маятника є гармонічними.

Період гармонічних коливань фізичного маятника обчислюється за формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (4.15)$$

### 4.3 Математичний маятник

**Математичний маятник** – це матеріальна точка, яка підвішена на невагомій нерозтяжній нитці і здійснює коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

Вдалим наближенням до математичного маятника служить невелика кулька масою  $m$ , яка підвішена на довгій нитці довжиною  $l$  (рис. 4.3). Математичний маятник можна розглядати як граничний випадок фізичного маятника, маса якого зосереджена в одній точці.

Рух фізичного маятника описується рівнянням (4.11):

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0.$$

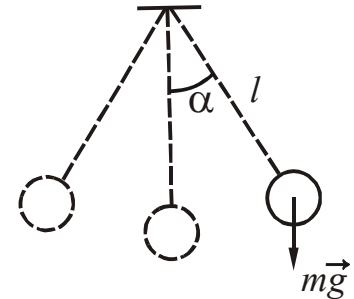


Рисунок 4.3

Якщо нитка довга, то кульку можна вважати матеріальною точкою. Момент інерції  $J$  кульки відносно осі коливань в цьому випадку дорівнює:

$$J = ml^2.$$

Період коливань математичного маятника обчислюється за формулою:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (4.16)$$

Із зіставлення формул (4.15) і (4.16) випливає, що математичний маятник з довжиною

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ml} \quad (4.17)$$

матиме такий же період коливань, як і даний фізичний маятник.

Величину (4.17) називають зведеною довжиною фізичного маятника. Таким чином, *зведена довжина фізичного маятника* – це довжина такого математичного маятника, період коливань якого співпадає з періодом коливань даного фізичного маятника.

### 4.4 Коливальний контур

**Коливальний контур** – це електричне коло, що містить котушку індуктивністю  $L$  і конденсатор ємністю  $C$  (рис. 4.4).

Коливання в контурі можна викликати, надавши обкладкам конденсатора деякий початковий заряд. Замкнемо ключ  $K$  в положення 1 (рис. 4.5). На обкладках виникнуть два різнойменні заряди  $+q$  і  $-q$ . Між ними виникне електричне поле, енергія якого



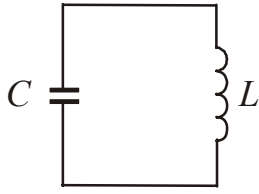


Рисунок 4.4

$$W_{\text{ел}} = \frac{q^2}{2C}. \quad (4.18)$$

Якщо потім відключити джерело напруги і замкнути конденсатор на індуктивність (ключ К – в положенні 2), то конденсатор почне розряджатися, в контурі потече струм. В результаті цього енергія електричного поля зменшуватиметься, проте виникне магнітне поле з енергією

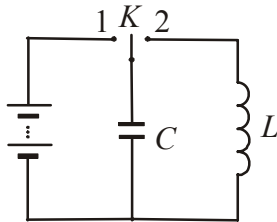


Рисунок 4.5

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}, \quad (4.19)$$

яка зростає. Активний опір  $R=0$ , тому повна енергія не витрачається на нагрівання проводів і залишається величиною сталою

$$W_{\text{ел}} + W_{\text{м}} = \text{const}$$

або

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}. \quad (4.20)$$

Продиференціюємо функцію (4.20) за часом, проведемо скорочення і, розділивши кожен член рівняння на  $L$ , отримаємо:

$$I \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} q \frac{dq}{dt} = 0. \quad (4.21)$$

Оскільки за визначенням  $\frac{dq}{dt} = I$  то, відповідно

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}. \quad (4.22)$$

На підставі цього можна записати:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (4.23)$$

Введемо позначення

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad (4.24)$$

і приведемо рівняння (4.23) до вигляду:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (4.25)$$

Розв'язком цього рівняння є функція

$$q = q_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (4.26)$$

де  $q_{\text{max}}$  – максимальне (амплітудне) значення заряду.

Таким чином, заряд на обкладках конденсатора змінюється за гармонічним законом. Період коливань у коливальному контурі обчислюється за формулою, яка називається формулою Томсона\*:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.27)$$

Напруга на конденсаторі відрізняється від заряду множником  $1/C$  (нагадаємо, що за визначенням  $C=q/U$ ):

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (4.28)$$

де  $U_{\max} = q_{\max}/C$  – амплітудне значення напруги.

Диференціюючи функцію (4.26) за часом, отримаємо вираз для сили струму:

$$I = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (4.29)$$

де  $I_{\max} = \omega_0 q_{\max}$  – амплітудне значення сили струму.

Таким чином, сила струму випереджає за фазою напругу на конденсаторі на  $\pi/2$ .

## § 5 Додавання гармонічних коливань

Будь-яка коливальна система в загальному випадку може здійснювати одночасно декілька коливань, які відрізняються одне від одного частотою, фазою, напрямом. Додавання декількох коливань значно полегшується і стає наочним, якщо зображати коливання графічно у вигляді векторів на площині.

### 5.1 Графічне зображення гармонічних коливань. Векторна діаграма

Візьмемо вісь, яку позначимо буквою  $x$ . З точки  $O$ , узятую на осі, відкладемо вектор завдовжки  $A$ , що створює з віссю  $Ox$  кут  $\varphi_0$ , який дорівнює початковій фазі (рис. 5.1).

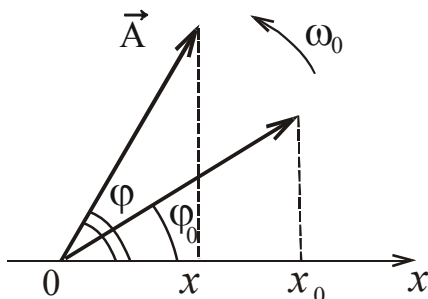


Рисунок 5.1

Якщо привести цей вектор в обертання із сталою кутовою швидкістю  $\omega_0$ , то проекція кінця вектора переміщатиметься вздовж осі  $x$  в межах від  $-A$  до  $+A$ . З часом кут змінюватиметься згідно із законом

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0,$$

Відповідно, проекція вектора  $\vec{A}$  на вісь  $x$  змінюється згідно із законом

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

тобто здійснює гармонічні коливання.

\*Томсон Уїльям (лорд Кельвін) (1824–1907), англійський фізик.

Із сказаного випливає, що гармонічне коливання може бути задане за допомогою вектора, довжина якого дорівнює амплітуді коливання, а напрям вектора утворює з віссю  $x$  кут, який дорівнює фазі коливання. Отримана схема називається **векторною діаграмою**.

## 5.2 Додавання однаконо напрямлених гармонічних коливань

Додавання двох однаконо напрямлених гармонічних коливань можна спостерігати на прикладі коливань кульки, що підвішена на пружині у вагоні. Кулька коливається на пружині відносно точки підвісу і разом з вагоном коливається на ресорах відносно Землі (рис. 5.2). Обидва коливання мають однакоий напрям.

а). Розглянемо додавання коливань однакової частоти, тобто  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ . Зсув  $x$  тіла, що коливається, буде дорівнюватиме сумі зсувів  $x_1$  і  $x_2$ , які описуються рівняннями:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

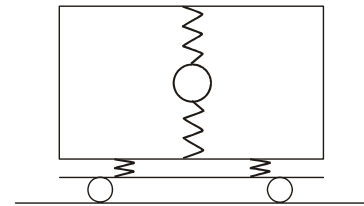


Рисунок 5.2

Обидва коливання представимо у вигляді векторів  $\vec{A}_1$  і  $\vec{A}_2$  і додамо їх за правилом паралелограма (рис. 5.3). Проекція вектора  $\vec{A}$  на вісь  $x$  дорівнює сумі проєкцій складових векторів:  $x = x_1 + x_2$ .

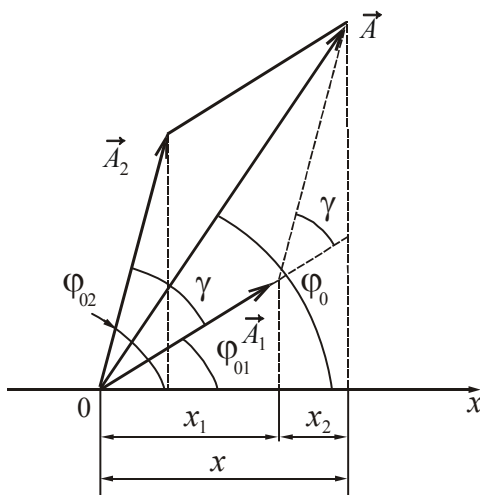


Рисунок 5.3

Отже, вектор  $\vec{A}$  є результуючим коливанням. Цей вектор обертається з тією ж кутовою швидкістю  $\omega_0$ , як і вектори  $\vec{A}_1$  і  $\vec{A}_2$ , так що результуючий рух буде гармонічним коливанням з тією ж частотою  $\omega_0$ , амплітудою  $A$  і початковою фазою  $\varphi_0$ :

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (5.2)$$

З рис. 5.3 за теоремою косинусів випливає:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \gamma. \quad (5.3)$$

Знайдемо амплітуду  $A$  результуючого коливання, зробивши заміну в (5.3):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}. \quad (5.4)$$

З рис. 5.3 визначаємо початкову фазу  $\varphi_0$  результуючого коливання:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (5.5)$$

Отже, подання гармонічних коливань за допомогою векторів дозволяє звести додавання декількох коливань до операції додавання векторів.

б). Розглянемо додавання однаково напрямлених коливань з різними, але близькими частотами. У результаті виникають негармонічні коливання які називають **биттям**.

Позначимо частоту одного коливання  $\omega$ , а частоту другого –  $(\omega + \Delta\omega)$ . За умовою  $\Delta\omega \ll \omega$ . Вважатимемо, що амплітуди обох коливань однакові і дорівнюють  $A$ . За початок відліку часу приймемо момент, коли початкові фази дорівнювали нулю. Тоді рівняння коливань матимуть вигляд:

$$x_1 = A \cos \omega t, \quad (5.6)$$

$$x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t. \quad (5.7)$$

Результуюче коливання опишеться рівнянням

$$x = x_1 + x_2 = A(\cos \omega t + \cos(\omega + \Delta\omega)t) = 2A \cos \frac{\Delta\omega t}{2} \cos \omega t,$$

(у другому співмножнику нехтуємо доданком  $\Delta\omega/2$  в порівнянні з  $\omega$ ).

Таким чином, рівняння, що описує биття, має вигляд:

$$x = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right| \cos \omega t. \quad (5.8)$$

Зміна  $x$  визначатиметься частотою  $\omega$ , а вираз під знаком модуля міняється поволі і визначає амплітуду биття. Знак модуля поставили тому, що амплітуда за визначенням величина додатна.

Таким чином, биття можна розглядати як майже гармонічне коливання з поволі змінною амплітудою. Графік функції (5.8) наданий на рис. 5.4. Амплітуда  $A(t) = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|$  характеризує розмах коливань при битті. Циклічна частота  $\Delta\omega$  називається циклічною частотою биття.

Період биття

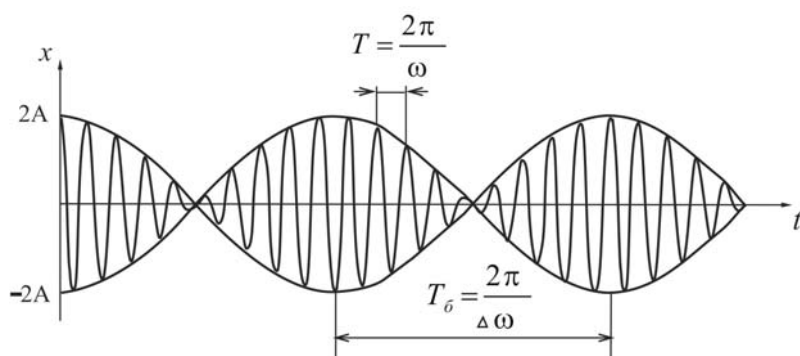


Рисунок 5.4

$$T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (5.9)$$

Биття використовують для вимірювання частоти коливань шляхом їх порівняння з частотою еталонних коливань, наприклад, при настройці музичних інструментів.

### 5.3 Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Додавання взаємно перпендикулярних коливань можна спостерігати на прикладі кульки, яка закріплена на пружинах у вагоні (рис. 5.5). Кулька коливається на пружинах уздовж напрямку руху вагону і разом з вагоном коливається на ресорах перпендикулярно напрямку руху.

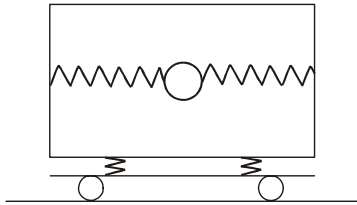


Рисунок 5.5

а). Нехай точка здійснює гармонічні коливання однієї і тієї ж частоти, які відбуваються уздовж координатних осей  $x$  і  $y$ . Початок відліку виберемо так, щоб початкова фаза першого коливання була рівною нулю. Тоді рівняння коливань запишуться таким чином:

$$\begin{aligned} x &= A_1 \cos \omega t \\ y &= A_2 \cos(\omega t + \alpha) \end{aligned} \quad (5.10)$$

де  $\alpha = \varphi_{02} - \varphi_{01}$  – різниця фаз коливань, що складаються. Ці два рівняння складають систему, яка задає траєкторію руху в параметричній формі. Щоб отримати рівняння траєкторії у звичайній формі, виключимо з (5.10) параметр  $t$ . З першого рівняння

$$\cos \omega t = \frac{x}{A_1}, \quad (5.11)$$

отже

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_1}\right)^2}. \quad (5.12)$$

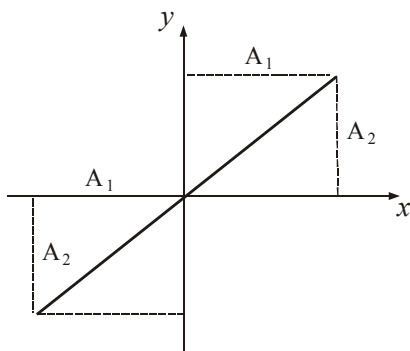


Рисунок 5.6

З другого рівняння системи (5.10) за формулою косинуса суми маємо:

$$\frac{y}{A_2} = \cos(\omega t + \alpha) = \cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha. \quad (5.13)$$

У вираз (5.13) підставимо замість  $\sin \omega t$  і  $\cos \omega t$  їх значення за формулами (5.11) і (5.12). У результаті отримаємо:

$$\frac{y}{A_2} = \frac{x}{A_1} \cdot \cos \alpha - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_1}\right)^2} \cdot \sin \alpha. \quad (5.14)$$

Після математичних перетворень це рівняння можна привести до вигляду (спробуйте виконати це самостійно):

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \alpha = \sin^2 \alpha. \quad (5.15)$$

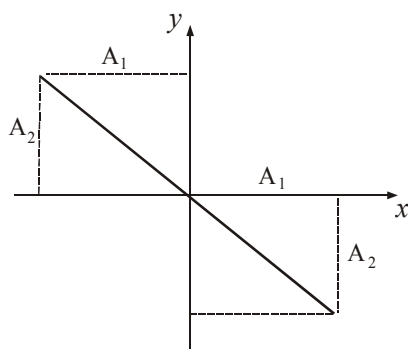


Рисунок 5.7



З аналітичної геометрії відомо, що рівняння (5.15) є рівнянням еліпса, осі якого орієнтовані відносно координатних осей  $x$  і  $y$  довільно.

Розглянемо деякі окремі випадки.

1. Різниця фаз коливань, що складаються  $\alpha = \Delta\varphi = 0$ .

У цьому разі рівняння (5.15) набуває такого вигляду:

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0.$$

З нього випливає рівняння прямої, що проходить через початок координат і лежить у I і III чвертях (рис. 5.6)

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (5.16)$$

2. Різниця фаз коливань, що складаються  $\alpha = \Delta\varphi = \pm\pi$ .

Рівняння (5.15) прийме вигляд:

$$\left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0.$$

З нього випливає рівняння прямої, що проходить через початок координат і лежить у II і IV чвертях (рис. 5.7):

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (5.17)$$

3. Різниця фаз коливань, що складаються  $\alpha = \Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ .

Рівняння (5.15) переходить в наступне:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1, \quad (5.18)$$

тобто в канонічне рівняння еліпса. Піввісь еліпса дорівнює відповідним амплітудам. Якщо  $A_1 = A_2 = R$  то еліпс вироджується в коло

$$x^2 + y^2 = R^2. \quad (5.19)$$

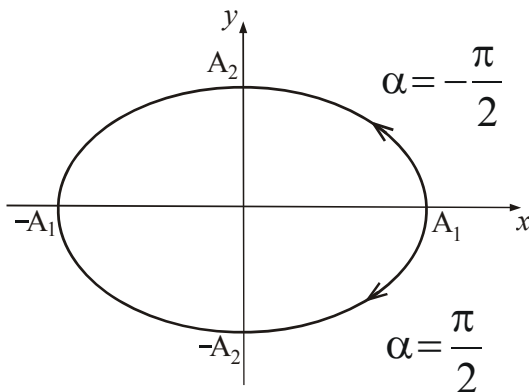


Рисунок 5.8

Випадки  $\alpha = \pi/2$  і  $\alpha = \Delta\varphi = -\pi/2$  відрізняються напрямом руху за еліпсом або колом (рис. 5.8).

Якщо точка одночасно коливається в двох взаємно-перпендикулярних напрямках так, а частоти відносяться як цілі числа (тобто частоти кратні), то вона рухатиметься уздовж замкненої кривої, форма якої залежить від відношення амплітуд  $A_2/A_1$ , кратності

частот  $\omega_2/\omega_1$  і різниці початкових фаз  $\Delta\varphi$ .

Такі замкнені траєкторії точки, що одночасно здійснює гармонічні коливання у двох взаємно перпендикулярних напрямках, називаються **фігурами Ліссажу\***. Фігури Ліссажу вписуються в прямокутник, сторони якого паралельні осям координат  $Ox$  і  $Oy$  і дорівнюють відповідно  $2A_1$  і  $2A_2$ .

Відношення частот  $\omega_y/\omega_x$  дорівнює відношенню числа точок дотикання фігури Ліссажу до відповідних горизонтальних і вертикальних сторін прямокутника, в який вона вписана.

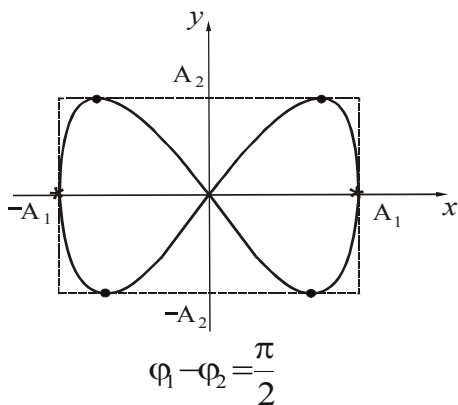


Рисунок 5.9

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{n_x}{n_y}. \quad (5.20)$$

*Приклад:*

Число точок дотикання фігури з горизонтальними сторонами:  $n_x=4$ , число точок дотикання з вертикальними сторонами:  $n_y=2$  (рис. 5.9). Відношення частот

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{4}{2} = 2.$$

Спостереження фігур Ліссажу лежить в основі досить зручного методу дослідження співвідношень між частотами і фазами коливань, а також форми коливань.

## §6 Згасаючі коливання

У реальних фізичних системах, що беруть участь в коливальному русі, завжди присутні сили опору (внутрішнє тертя, опір середовища, втрати енергії за рахунок нагрівання провідників і т. п.), дія яких зменшує енергію системи. Зменшення енергії приводить до згасання коливань.

### 6.1 Згасаючі коливання пружинного маятника

У реальних умовах на кульку маси  $m$ , що здійснює коливання уздовж осі  $Ox$  під дією сили пружності, діє також сила опору. Припустимо, що це сила в'язкого тертя. При малих швидкостях вона пропорційна швидкості:

$$F_c = -r v = -r \frac{dx}{dt}, \quad (6.1)$$

де  $r$  – коефіцієнт опору. Знак “–” обумовлений тим, що сила і швидкість мають протилежні напрями. У цьому випадку другий закон Ньютона запишеться у вигляді:

$$-kx - r \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (6.2)$$

\*Ліссажу Жан Ентуан (1822–1880), французький фізик.

Розділивши обидві частини отриманого рівняння на  $m$ , перепишемо його таким чином:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0, \quad (6.2a)$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (6.3)$$

де позначено:

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Величину  $\beta$  називають коефіцієнтом згасання. Нагадаємо, що  $\omega_0$  – власна частота коливань, тобто частота, з якою здійснювалися б вільні коливання за відсутності тертя.

Рівняння (6.3) називають диференціальним рівнянням згасаючих коливань. Розв'язок рівняння (6.3) залежить від співвідношення між коефіцієнтом згасання  $\beta$  і власною частотою  $\omega_0$ . Якщо згасання невелике ( $\beta < \omega_0$ ), то його розв'язок має вигляд:

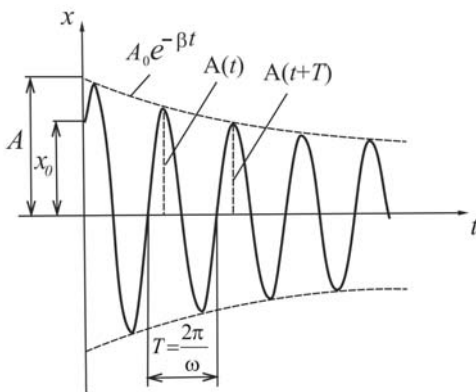


Рисунок 6.1

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0), \quad (6.4)$$

$$\text{де } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (6.5)$$

$\omega$  – частота згасаючих коливань.

Згідно (6.4) рух маятника можна розглядати як коливання з частотою  $\omega$  і амплітудою  $A$ , яка змінюється згідно із законом

$$A = A(t) = A_0 e^{-\beta t}. \quad (6.6)$$

Графік функції  $x(t)$  наведений на рис. 6.1.

## 6.2 Згасаючі коливання в коливальному контурі

Всякий реальний контур (рис. 6.2) має активний опір ( $R \neq 0$ ). Енергія, яка запасена в контурі, витрачається в цьому опорі на нагрівання, тому вільні коливання згасають.

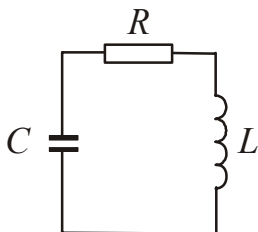


Рисунок 6.2

Отримаємо диференціальне рівняння згасаючих коливань, використовуючи закон збереження енергії. Втрати енергії дорівнюють кількості тепла, що виділяється на активному опорі:

$$-d(W_{\text{ел}} + W_{\text{м}}) = \delta Q. \quad (6.7)$$

Знак “–” перед диференціалом означає, що енергія зменшується.

Згідно (4.18) і (4.19):

$$W_{\text{ел}} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}.$$

За законом Джоуля – Ленца

$$\delta Q = I^2 R dt. \quad (6.8)$$

Записані співвідношення підставимо в (6.7) і знайдемо диференціал:

$$-\left( \frac{1}{2C} 2q dq + \frac{L}{2} 2I dI \right) = I^2 R dt. \quad (6.9)$$

Розділивши (6.9) на добуток  $L dt$  і врахувавши, що

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2},$$

отримаємо диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (6.10)$$

або

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (6.11)$$

де

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Рівняння (6.11) за своїм виглядом співпадає з диференціальним рівнянням (6.3) для згасаючих механічних коливань. Якщо згасання невелике ( $\beta < \omega_0$ ), то його рішення має вигляд:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (6.12)$$

де

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (6.13)$$

– частота згасаючих коливань.

Графік функції  $q(t)$  має той же вигляд, що і  $x(t)$  (див. рис. 6.1).

### 6.3 Основні характеристики згасаючих коливань

Величинами, які характеризують згасаючі коливання, є:

1. **Коефіцієнт згасання** ( $\beta$ ) – скалярна фізична величина, що характеризує швидкість згасання.

$[\beta] = 1/\text{с}$ .

Для механічних коливань

$$\beta = \frac{r}{2m}. \quad (6.14)$$

Для електромагнітних коливань

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (6.15)$$

Чим більше коефіцієнт згасання, тим швидше зменшується амплітуда (рис. 6.3).

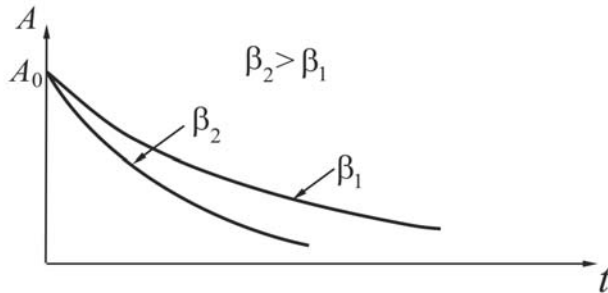


Рисунок 6.3

2. **Час релаксації** ( $\tau$ ) – час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в  $e = 2,71828\dots$  раз ( $e$  – основа натуральних логарифмів).

Знайдемо зв'язок між  $\beta$  і  $\tau$ . Амплітуда згасаючих коливань зменшується згідно із законом (6.6)

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}.$$

Якщо  $t = \tau$  то  $A(\tau) = \frac{A_0}{e}$ . Зробимо підстановку:

$$\frac{A_0}{e} = A_0 e^{-\beta \tau}.$$

Звідси  $\beta \tau = 1$ .

$$\tau = \frac{1}{\beta} \quad (6.16)$$

3. **Логарифмічний декремент згасання** ( $\lambda$ ) – безрозмірна величина, кількісна характеристика швидкості згасання коливань, що чисельно дорівнює натуральному логарифму відношення двох наступних однієї за одною амплітуд  $A(t)$  і  $A(t + T)$  в одну і ту ж сторону (див. рис. 6.1)

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t + T)} \quad (6.17)$$

Встановимо зв'язок між логарифмічним декрементом згасання і коефіцієнтом згасання.

$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

$$\lambda = \beta T. \quad (6.18)$$

Середні значення логарифмічних декрементів деяких систем приведені в таблиці 6.1.

4. **Число коливань за час релаксації** –  $N_e$ .

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}. \quad (6.19)$$

5. **Добротність коливальної системи** ( $Q$ ) – безрозмірна фізична величина, яка характеризує резонансні властивості лінійної коливальної системи, що дорівнює добутку  $2\pi$  на відношення енергії  $W(t)$  коливань системи в даний момент часу  $t$  до втрат енергії за один період  $T$ :

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W_T}, \quad (6.20)$$

де  $\Delta W_T = W(t) - W(t + T)$ .

Якщо згасання невелике, то можна вважати, що

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (6.21)$$

Великим значенням  $Q$  відповідає слабе згасання. Типові значення добротності деяких систем приведені в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1. Середні значення логарифмічних декрементів згасання  $\lambda$  і типові значення добротності  $Q$  деяких систем

Коливальна система	Декремент згасання, $\lambda$	Добротність, $Q$
Радіоконттури звичайні	0,02 ÷ 0,05	10 ÷ 100
Камертон	0,001	100
Кварцова пластинка	$10^{-4} \div 10^{-5}$	2·10
НВЧ резонатори	$10^{-3} \div 10^{-4}$	$10^3 \div 10^4$
Оптичний резонатор	$10^{-6} \div 10^{-7}$	$10^6 \div 10^7$
Сейсмічні хвилі		25 ÷ 1400
Струна (скрипка, рояль)		1000

6. **Енергія коливань.** Оскільки енергія коливань пропорційна квадрату амплітуди (див. формулу (4.4)), то закон зміни енергії при згасаючих коливаннях прийме вигляд:

$$W(t) = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (6.22)$$

де відповідно до (4.4):

$$W_0 = \frac{kA_0^2}{2}. \quad (6.23)$$

#### 6.4 Аперіодичний процес

Розглянемо, яким буде характер руху при великих коефіцієнтах згасання. Згідно з (6.5) частота згасаючих коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Якщо  $\beta = \omega_0$ , то частота згасаючих коливань обертається в нуль, а період – в нескінченність, тобто, рух перестає бути періодичним.

Якщо  $\beta > \omega_0$ , то рух носить аперіодичний (неперіодичний) характер. Це означає, що виведена з положення рівноваги система повертається в положення рівноваги, не здійснюючи коливань.

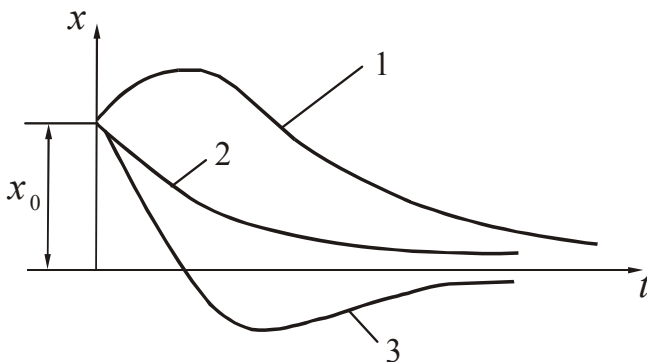


Рисунок 6.4

На рис. 6.4 наведені графіки зміни координати при аперіодичному процесі залежно від початкових умов:

1 – напрям відхилення і напрям початкової швидкості співпадають;

2 – напрям відхилення і напрям початкової швидкості протилежні, але швидкість маленька;

3 – напрям відхилення і напрям початкової швидкості протилежні.

Таким чином, при  $\beta \geq \omega_0$  коли-

вальна система переходить до аперіодичного процесу.

На практиці нерідко виникає завдання погашення коливань у момент їх виникнення (наприклад, коливання стрілки вимірювального приладу, коливань кузова автомобіля). Пристрої, які дозволяють збільшити згасання коливальної системи, називаються *демпферами* або *амортизаторами*.

## §7 Вимушені коливання

Щоб викликати вимушені коливання потрібно надавати на систему зовнішню дію, що періодично змінюється.

### 7.1 Вимушені механічні коливання

Як коливальну систему розглянемо пружинний маятник, що здійснює коливальний рух уздовж осі  $Ox$  (див. п. 3.1). Змінна зовнішня сила, що прикладена до системи і викликає її механічні коливання, називається *змушуючою силою*. Нехай змушуюча сила змінюється згідно із законом

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t, \quad (7.1)$$

де  $\Omega$  – частота змушуючої сили, а  $F_0$  – її амплітудне значення. Окрім змушуючої сили на маятник діють також ті сили, що і при вільних коливаннях, тобто квазіпружна сила і сила опору (див. п. 6.1). Запишемо другий закон Ньютона:

$$-kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \Omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Розділивши це рівняння на  $m$ , перепишемо його у вигляді:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t, \quad (7.2)$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \Omega t, \quad (7.3)$$

де

$$f_0 = \frac{F_0}{m}, \quad \beta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Рівняння (7.3) є диференціальним рівнянням вимушених механічних коливань. З теорії диференціальних рівнянь відомо, що загальний розв'язок даного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює сумі загального розв'язку відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t).$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння вже відомий (див. формулу (6.4)):

$$x_1(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Можна показати, що частинний розв'язок, якій задовольняє правій частині рівняння (7.2), має вигляд:

$$x_2(t) = A \cos(\Omega t + \varphi).$$

Амплітудне значення  $x_1(t)$  яке дорівнює  $A_0 e^{-\beta t}$  після початку вимуше-

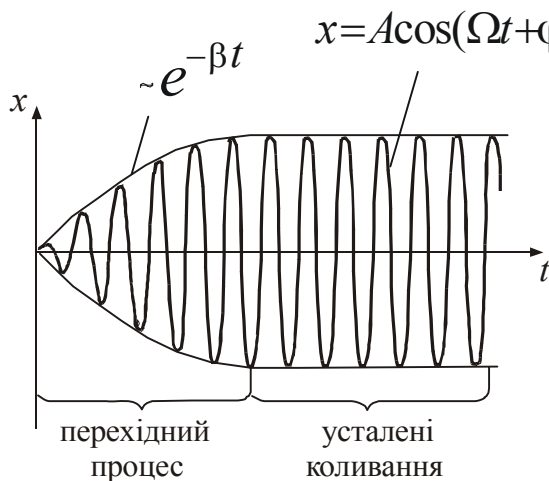


Рисунок 7.1

них коливань більш менш швидко зменшується. Отже, через деякий час  $t$  після початку коливань вільні коливання маятника практично припиняються:  $x(t) \approx x_2(t)$ . Маятник переходить в стан встановлених вимушених коливань, які здійснюються з частотою змушуючої сили (див. рис. 7.1):

$$x(t) = A \cos(\Omega t + \varphi), \quad (7.4)$$

де  $\varphi$  – є величиною відставання за фазою вимушеного коливання від змушуючої сили. Амплітуда цих коливань  $A$  і значення  $\varphi$  визначаються як пара-

метрами системи ( $m$ ,  $\omega_0$ ), так і параметрами змушуючої сили ( $F_0$ ,  $\Omega$ ).

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} \quad (7.5)$$



$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (7.6)$$

Графік залежності амплітуди  $A$  вимушених коливань від частоти  $\Omega$  змушуючої сили (тобто амплітудно-частотна характеристика), має вигляд, представлений на рис. 7.2.

Якщо  $\Omega = 0$  то  $\varphi = 0$ . В цьому випадку

$$A = A_{\text{ст}} = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}. \quad (7.7)$$

Амплітуду  $A_{\text{ст}}$  називають **статичним зсувом** (статичною амплітудою) маятника від положення рівноваги під дією сталої сили  $F_0$ .

При деякій частоті  $\Omega_p$ , званою резонансною, амплітуда досягає максимального значення  $A_p$ .

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти змушуючої сили до власної частоти  $\omega_0$  називається **резонансом**.

Щоб визначити резонансну частоту  $\Omega_p$  треба досліджувати вираз (7.5) на екстремум. При цьому для резонансної частоти впливає наступний вираз:

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (7.8)$$

Підставивши це значення частоти в (7.5), отримаємо вираз для резонансної амплітуди:

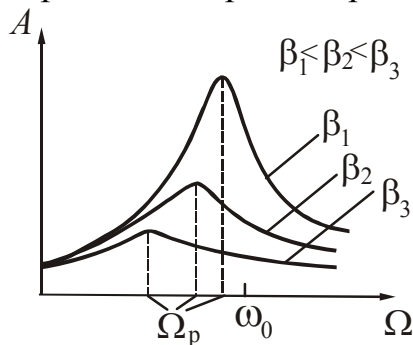


Рисунок 7.3

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (7.9)$$

З (7.9) випливає, що при  $\beta = 0$  (сил опору немає) амплітуда при резонансі оберталася б в нескінченність. Резонансна частота при цьому співпала б з власною частотою  $\omega_0$ .

З (7.8) і (7.9) також випливає, що чим менше  $\beta$ , тим вище максимум кривої і правіше зміщений (рис. 7.3).

Для  $\beta \ll \omega_0$  відношення резонансної амплітуди до статичної дорівнює добротності системи:

$$\frac{A_p}{A_{\text{ст}}} = Q. \quad (7.10)$$

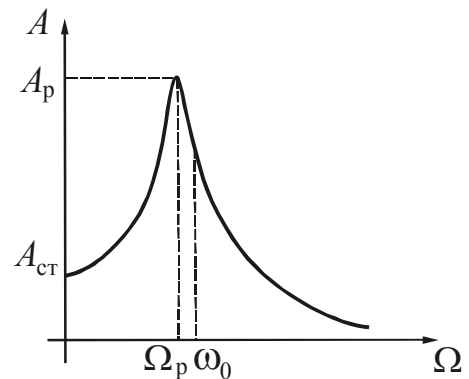


Рисунок 7.2

## 7.2 Вимушені коливання в коливальному контурі

Щоб викликати вимушені коливання в коливальному контурі, потрібно включити послідовно з елементами контуру змінну ерс (рис. 7.4):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t, \quad (7.11)$$

де  $\varepsilon_0$  – амплітудне значення ерс.

Отримаємо диференціальне рівняння вимушених коливань, застосувавши закон збереження енергії. У ліву частину рівняння (6.7) (див. § 6, п. 6.2) додамо елементарну роботу, яку здійснює джерело ерс:

$$\delta A = \varepsilon I dt. \quad (7.12)$$

Рівняння (6.7) прийме вигляд:

$$-d(W_{\text{ел}} + W_{\text{м}}) + \delta A = \delta Q. \quad (7.13)$$

Провівши такі ж перетворення, як в п. 6.2, отримаємо наступне рівняння:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t \quad (7.14)$$

або:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t. \quad (7.15)$$

Тут  $\beta$  і  $\omega_0$  визначаються тими ж формулами, що у разі згасаючих коливань.

Рівняння (7.15) є диференціальним рівнянням вимушених електромагнітних коливань. Воно має той же вигляд, що і диференціальне рівняння вимушених механічних коливань (7.3). Отже, його розв'язок також представимо у вигляді:

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t),$$

де  $q_1(t) = q_{01} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$  – загальний розв'язок однорідного диференціального рівняння;

$q_2(t) = q_0 \cos(\Omega t + \varphi)$  – частинний розв'язок даного неоднорідного рівняння.

При встановлених вимушених коливаннях заряд змінюється за гармонічним законом:

$$q(t) = q_0 \cos(\Omega t + \varphi). \quad (7.16)$$

Амплітудне значення заряду  $q_0$  і зсув фаз  $\varphi$  знаходяться за формулами, аналогічними для механічних коливань:

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\Omega\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}, \quad (7.17)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = \frac{R}{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}. \quad (7.18)$$

У формулах (7.17) і (7.18) зроблена заміна:

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Графік залежності заряду  $q$  від частоти  $\Omega$  співпадає з графіком  $A=f(\Omega)$  для вимушених механічних коливань (див. рис. 7.3).

Сила струму в коливальному контурі при встановлених коливаннях:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0\Omega \sin(\Omega t + \varphi) = I_0 \cos\left(\Omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (7.19)$$

де  $I_0 = q_0\Omega$  – амплітуда сили струму,  $\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$  зсув фаз між струмом і прикладеною напругою.

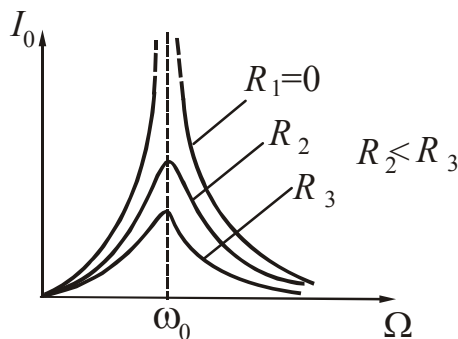


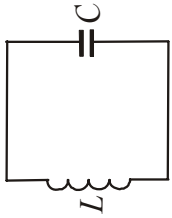
Рисунок 7.5

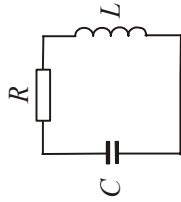
Графіки залежності сили струму  $I_0$  від  $\Omega$  при різних  $R$  називаються **резонансними кривими** (рис. 7.5). Резонансна циклічна частота  $\Omega_p$ , відповідна максимуму амплітуди сили струму в контурі, не залежить від активного опору  $R$ :

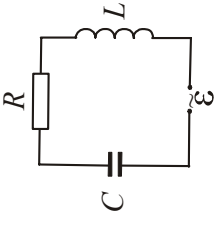
$$\Omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (7.20)$$

Явище резонансу грає велику роль в техніці. Його використовують в акустиці для підсилення звучання музичних інструментів, в електротехніці – для вимірювання частоти струму, в радіотехніці – для виділення потрібного сигналу з інших, що відрізняються частотою, а також в багатоканальній телеграфії і телефонії.

Резонанс може бути причиною аварій і катастроф. Періодичні поштовхи від поршневих машин, силових валів турбін, пропелерів передаються на фундаментальні і інші частини машин. Тому, наприклад, власна частота вібрацій корпусу корабля або крила літака повинна значно відрізнятися від частоти збуджуючої сили, обумовленої обертанням силових гвинтів. Амплітуду небезпечних резонансних коливань також зменшують, збільшивши коефіцієнт загасання (це робиться в амортизаторі автомобіля). У цьому випадку явище резонансу стає непомітним.

Таблиця 7.1 Зіставлення рівнянь, що описують механічні і електромагнітні коливання					
Система	Фізична модель	Тип коливань а) за природою б) за характером	Умови необхідні для здійснення коливань	Диференціальне рівняння і його розв'язання	Характеристики коливань
Замкнена консерва- тивна	Пружинний маятник	а) механічні б) гармонічні	1. Наявність пружної або квазіпружної сили $F_{\text{пр}} = -kx$	$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
	Фізичний маятник	а) механічні б) гармонічні	2. Наявність обертального моменту $M$ , який прагне повернути маятник в положення рівноваги, і аналогічний в цьому квазіпружній силі.	$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0$ $\alpha(t) = \alpha_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$
Замкнена консерва- тивна	Математичний маятник	а) механічні б) гармонічні			$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$
		а) електромгнітні б) гармонічні	1. Наявність конденсатора ємністю $C$ і котушки індуктивністю $L$ . 2. Активний опір контуру $R = 0$	$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ $q = q_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	$T = 2\pi \sqrt{LC}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
	коливальний контур				

Продовження таблиці 7.1 Зіставлення рівнянь, що описують механічні і електромагнітні коливання					
Система	Фізична модель	Тип коливань а) за природою б) за характером	Умови необхідні для здійснення коливань	Диференціальне рівняння і його розв'язання	Характеристики коливань
Замкнена дисипативна	Пружинний маятник	а) механічні б) затухаючі	1. Наявність пружної або квазіпружної сили $F_{\text{пр}} = -kx$  2. Наявність сили опору (тертя) $F_{\text{оп}} = -rv$ .	$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ $\beta = \frac{r}{2m}$
Замкнена дисипативна	Коливальний контур 	а) електромагнітні б) затухаючі	1. Наявність зарядженого конденсатора ємністю $C$ і котушки індуктивністю $L$ .  2. Активний опір контура $R \neq 0$ .	$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$ $q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ $\beta = \frac{R}{2L}$

Продовження таблиці 7.1 Зіставлення рівнянь, що описують механічні і електромагнітні коливання					
Система	Фізична модель	Тип коливань	Умови необхідні для здійснення коливань	Диференціальне рівняння і його розв'язання	Характеристики коливань
Не замкнена дисипативна	Пружинний маятник	а) механічні б) вимушені	1. Наявність пружної або квазіпружної сили $F_{\text{пр}} = -kx$ 2. Наявність сили опору (тертя) $F_{\text{оп}} = -rv$ . 3. Наявність вимужуючої сили $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ .	$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \Omega t$ $x(t) = A \cos(\Omega t + \varphi)$	$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 + \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$ $\text{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$
Не замкнена дисипативна	Коливальний контур 	а) електромагнітні б) вимушені	1. Наявність зарядженого конденсатора ємністю $C$ і котушки індуктивністю $L$ . 2. Активний опір контуру $R \neq 0$ . 3. Наявність змінної ерс $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t$ .	$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t$ $q(t) = q_0 \cos(\Omega t + \varphi)$	$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 + \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$ $= \frac{\varepsilon_0}{\Omega\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}$ $\text{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = -\frac{R}{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}$

## Розділ 2. Пружні хвилі

### §8 Загальні відомості про хвилі

**Хвиля** – це процес розповсюдження збурень в просторі, якій супроводжується перенесенням енергії.

**Збурення** ( $\xi$ ) – це відхилення якої-небудь фізичної величини, що характеризує стан системи, від значення, яке вона мала при знаходженні системи в стані рівноваги.

Ми розглядатимемо збурення, які носять коливальний характер, тому можна дати більш вузьке визначення хвилі.

**Хвиля** – це процес розповсюдження коливань в просторі.

#### 8.1 Класифікація хвиль

Залежно від фізичної природи джерела коливань хвилі поділяють на:

- механічні (звукові, ударні, сейсмічні і так далі);
- хвилі на поверхні рідини;
- електромагнітні (шкала електромагнітних хвиль в інтервалі від радіохвиль до гамма-випромінювання).

Механічними хвилями називаються механічні збурення, що виникають в пружному середовищі, тому механічні хвилі мають другу назву – **пружні** хвилі.

Поверхневі хвилі розповсюджуються уздовж вільної поверхні рідини або уздовж поверхні двох рідин, що не змочуються. В утворенні цих хвиль визначальну роль грають сили поверхневого натягу і сили тяжіння. У поверхневих хвилях частинки рідини одночасно здійснюють поперечні і поздовжні коливання, описуючи еліптичні або складніші траєкторії.

Залежно від взаємної орієнтації напрямку коливань і напрямку розповсюдження хвиль розрізняють:

- поперечні хвилі;
- поздовжні хвилі.

Хвиля називається **поперечною**, якщо напрям коливань частинок середовища перпендикулярний напрямку розповсюдження хвилі (рис. 8.1 а).

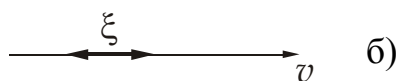
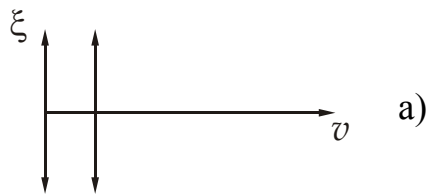


Рисунок 8.1

Хвиля називається **поздовжньою**, якщо напрям коливань частинок середовища співпадає з напрямом розповсюдження хвилі (рис. 8.1 б).

Пружні поперечні хвилі можуть виникнути лише в середовищі, що має опір зсуву, тому у рідкому і газоподібному середовищах можливе виникнення тільки поздовжніх хвиль. У твердому середовищі можливе виникнення як поздовжніх, так і поперечних хвиль.

При розповсюдженні від джерела коливань хвильовий процес охоплює все нові області простору.

Область простору, в якій існує хвильовий процес (збурення), називається **хвильовим полем**. Геометричне місце точок, до яких доходять коливання до моменту часу  $t$ , називається **фронтом хвилі**. Фронт хвилі є тією поверхнею, що відокремлює частину простору, яка вже залучена до хвильового процесу, від області, в якій коливання ще не виникли. Залежно від геометрії фронту хвилі поділяють на:

- плоскі (рис 8.2 а);
- сферичні (рис 8.2 б).

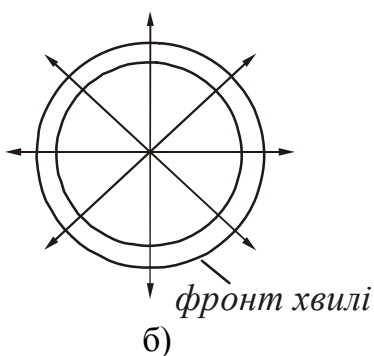
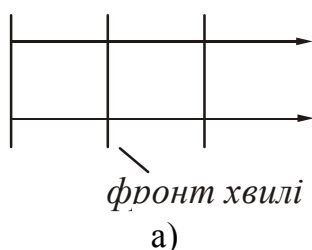


Рисунок 8.2

Стрілки на рисунку указують напрям розповсюдження хвилі. Плоскі хвилі виникають від плоского або віддаленого джерела. Їх хвильовими фронтами є площини. Сферичні хвилі виникають від точкового джерела в просторі. Їх хвильовими фронтами є сфери.

ють від точкового джерела в просторі. Їх хвильовими фронтами є сфери.

## 8.2 Характеристики хвиль

Особливе значення в теорії хвиль має уявлення про **гармонічну хвилю**, тобто нескінченну синусоїдальну хвилю, в якій всі зміни стану відбуваються за законом синуса або косинуса (рис. 8.3). Такі хвилі могли б розповсюджуватися в однорідному середовищі без спотворення форми.

Основними характеристиками хвилі є:

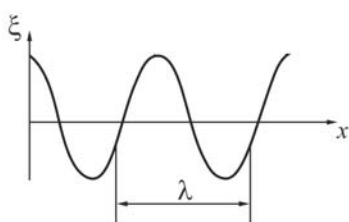


Рисунок 8.3

**Довжина хвилі** ( $\lambda$ ) – відстань між найближчими точками, що коливаються в однаковій фазі (рис. 8.3).

**Період коливань** ( $T$ ) – час, протягом якого здійснюється один повний цикл коливань.

**Амплітуда** ( $A$ ) – максимальне відхилення фізичної величини від положення рівноваги.

Довжина хвилі і період зв'язані співвідношенням:

$$\lambda = vT, \quad (8.1)$$

де  $v$  – швидкість розповсюдження хвилі.

Ця формула справедлива для хвиль будь-якої природи. З використанням співвідношення (8.1) можна дати інше визначення довжини хвилі.

**Довжина хвилі** – це відстань, на яку розповсюджується фронт хвилі за час, що дорівнює періоду коливань.

Замість періоду  $T$  часто користуються частотою  $\nu$ , яка дорівнює числу коливань за одиницю часу  $\nu = \frac{1}{T}$ . З (8.1) отримаємо:



$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (8.2)$$

Нагадаємо, що період вимірюється в секундах, частота – в герцах.

## §9 Плоска монохроматична хвиля

Гармонічна хвиля називається **монохроматичною**, якщо її частота  $\nu$  і амплітуда  $A$  з часом не змінюються. Якщо фронтом хвилі є площина, то хвиля називається **плоскою**.

### 9.1 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі

Рівнянням хвилі називається вираз, який визначає, як зсув  $\xi$  частинки, що коливається, залежить від координати  $x$  і часу  $t$ :  $\xi = \xi(x, t)$ . Вісь  $0x$  сумістимо з напрямом розповсюдження хвилі. Хвильові поверхні плоскої хвилі будуть перпендикулярні осі  $x$  (рис. 9.1).

Коливання точок, які лежать у площині  $x = 0$ , тобто коливання джерела, мають вигляд:

$$\xi(0, t) = A \cos \omega t.$$

Щоб пройти шлях від площини  $x=0$  до площини з довільною координатою  $x$ , потрібний час

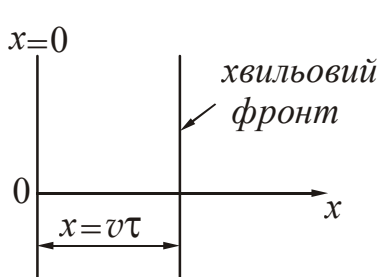


Рисунок 9.1

$$\tau = \frac{x}{v},$$

де  $v$  – швидкість переміщення фронту хвилі.

Це означає, що коливання частинок, які лежать у площині  $x$ , відставатимуть за часом на  $\tau$ . Їх рівняння має вигляд:

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right). \quad (9.1)$$

Рівнянню (9.1) можна надати інший вигляд. Для цього введемо величину

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (9.2)$$

яка називається хвильовим числом. **Хвильове число** показує, скільки довжин хвиль укладається на відстані  $6,28$  м. З урахуванням (9.2), а також того, що  $\omega = 2\pi/T$ , а  $\lambda = vT$  отримаємо:

$$\xi(x, t) = A \cos \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right),$$

або

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx). \quad (9.3)$$

Рівняння (9.1), (9.3) називають рівняннями плоскої біжучої хвилі.

Фронтом хвилі є площина сталої фази. Зафіксуємо будь-яке значення фази в рівнянні (9.3), поклавши, що

$$(\omega t - kx) = \text{const}.$$

Продиференціюємо цей вираз за часом:

$$\omega - k \frac{dx}{dt} = 0,$$

або

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}.$$

Значення  $\frac{dx}{dt} = v$  дає швидкість, з якою переміщується фазова площина.

Таким чином, швидкість розповсюдження гармонічної хвилі – це швидкість переміщення фазової площини, тому її називають **фазовою швидкістю** ( $v = v_{\text{фаз}}$ ).

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k}. \quad (9.4)$$

Хвилі розповсюджуються з кінцевою швидкістю, залежною від природи хвилі і властивостей середовища.

а) У твердих тілах.

Швидкість розповсюдження поздовжньої хвилі:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (9.5)$$

де  $E$  – модуль Юнга\*,  $\rho$  – густина середовища.

Швидкість розповсюдження поперечної хвилі:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (9.6)$$

де  $G$  – модуль зсуву.

б) У газах.

Швидкість розповсюдження поздовжньої хвилі (звуку):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (9.7)$$

де  $\gamma$  – показник адиабати газу,  $M$  – молярна маса газу,  $R$  – молярна газова стала,  $T$  – термодинамічна температура.

---

\*Юнг Томас (1773–1829), англійський фізик.

## 9.2 Хвильове рівняння

Рівняння будь-якої хвилі є розв'язком диференціального рівняння, яке називають хвильовим. Встановимо його вигляд для плоскої монохроматичної хвилі. Згідно з (9.3):

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx).$$

Двічі продиференціюємо це рівняння за координатою  $x$  і часом  $t$ :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx); \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 \xi(x, t) \quad (9.8)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = Ak \sin(\omega t - kx), \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -Ak^2 \cos(\omega t - kx) = -k^2 \xi(x, t). \quad (9.9)$$

З порівняння (9.8) і (9.9) випливає, що

$$\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{k^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Оскільки за формулою (9.4)  $v = \frac{\omega}{k}$ , то

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (9.10)$$

Рівняння (9.10) називається **хвильовим рівнянням** плоскої монохроматичної хвилі в канонічній формі.

Якщо при аналізі фізичних процесів тієї або іншої природи випливає рівняння подібного вигляду, то це означає, що в даному середовищі можливе виникнення хвильових процесів.

У тривимірному просторі хвильове рівняння (9.10) прийме вигляд:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (9.11)$$

## 9.3 Перенесення енергії хвилею. Вектор Умова

Частинки середовища, в якому розповсюджується хвиля, не залучаються хвилею до поступального руху, а лише здійснюють коливання біля своїх положень рівноваги, тобто розповсюдження пружних хвиль в середовищі **не пов'язане з перенесенням маси**. При коливальному русі частинок відбувається перенесення енергії за рахунок передачі її від однієї частинки до іншої. Деяке перенесення речовини може здійснюватися при розповсюдженні в середовищі сильних збурень (наприклад, ударних хвиль, що виникають під час вибуху; цунамі), коли коливання частинок середовища стають нелінійними.

Нехай в деякому середовищі густиною  $\rho$  розповсюджується плоска монохроматична хвиля

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx).$$

Виділимо в середовищі малий об'єм  $dV$ . Кінетична енергія  $dW_k$  частинок середовища дорівнює їх потенціальній енергії  $dW_p$ . Повна енергія

$$dW = dW_p + dW_k = 2dW_k. \quad (9.12)$$

Кінетична енергія частинок, що знаходяться в об'ємі  $dV$ :

$$dW_k = \frac{m_0}{2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 dN, \quad (9.13)$$

де  $m_0$  – маса частинки (молекули),  $\frac{\partial \xi}{\partial t}$  – швидкість коливань частинки,  $dN$  – число частинок в об'ємі  $dV$ .

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx). \quad (9.14)$$

Зробимо заміну в (9.12), використовуючи (9.13) і (9.14):

$$dW = m_0 dN A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx). \quad (9.15)$$

Поділимо (9.15) на об'єм  $dV$  і позначимо цю величину через  $w$ :

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{m_0 dN}{dV} A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx), \quad (9.16)$$

де  $w$  – об'ємна густина енергії.

**Об'ємна густина енергії** ( $w$ ) – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює енергії у одиниці об'єму.

Оскільки

$$\frac{m_0 dN}{dV} = \rho,$$

де  $\rho$  – густина середовища, то

$$w = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx). \quad (9.17)$$

З (9.17) видно, що об'ємна густина енергії в кожний момент часу в різних точках простору різна. Середнє за часом значення квадрата синуса дорівнює  $1/2$ . Відповідно, середнє за часом значення об'ємної густини енергії в кожній точці дорівнює:

$$\langle w \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2}. \quad (9.18)$$

Таким чином, середовище, в якому розповсюджується хвиля, має додатковий запас енергії. Ця енергія переноситься від джерела коливань в різні точки

середовища хвилею, отже, хвиля переносить енергію. Енергія, що переноситься, пропорційна квадрату амплітуди:

$$W \sim A^2.$$

Енергію, що переносить хвиля, характеризують наступними величинами.

**Потік енергії** ( $\Phi$ ) – це скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості енергії, що хвиля переносить через деяку поверхню за одиницю часу:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (9.19)$$

$$[\Phi] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Для характеристики переносу енергії крізь різні ділянки поверхні вводиться величина, яку називають густиною потоку енергії.

**Густина потоку енергії** ( $\vec{j}$ ) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює енергії, що переноситься за одиницю часу крізь одиницю площі поверхні, що розташована перпендикулярно до напрямку розповсюдження хвилі:

$$j = \frac{dW}{dS_{\perp} dt}. \quad (9.20)$$

$$[j] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Напрямок вектора густини потоку енергії співпадає з напрямком швидкості розповсюдження хвилі:

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v} = \frac{dW}{dS_{\perp} dt} \cdot \frac{\vec{v}}{v}. \quad (9.21)$$

Вектор густини потоку енергії вперше був введений М.О. Умовим\* і, тому, називається вектором Умова.

Можна показати, що густина потоку енергії пов'язана з об'ємною щільністю енергії співвідношенням

$$j = w v, \quad (9.22)$$

або у векторному вигляді:

$$\vec{j} = w \vec{v}, \quad (9.23)$$

де  $\vec{v}$  – вектор, модуль якого дорівнює фазовій швидкості, а напрям співпадає з напрямом розповсюдження хвилі (і перенесення енергії).

Скалярна величина  $I$ , що дорівнює модулю середнього значення вектора Умова, називається **інтенсивністю хвилі**, для звукової хвилі – інтенсивністю звуку або силою звуку.

$$I = \langle j \rangle = v \langle w \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2} v. \quad (9.24)$$

\*Умов Микола Олександрович (1846–1915), російський фізик.

## §10 Звукові хвилі

### 10.1 Характеристики звуку

**Звуковими хвилями** називаються пружні хвилі з частотами від 16 Гц до 20 000 Гц, що лежать у межах сприймання органами слуху людини. Ці хвилі є поздовжніми. Вони розповсюджуються в твердих тілах, рідинах і газах.

Хвилі, частота яких менша від 16 Гц, називають **інфразвуковими**, а хвилі з частотами, що перевищують 20 000 Гц, називають **ультразвуковими**.

Сприймані звуки можна розрізнати за гучністю, висотою і тембром. Кожній з цих фізіологічних характеристик відповідає певна фізична характеристика звукової хвилі (табл. 10.1).

Таблиця 10.1. Характеристики звукової хвилі

Фізіологічні	Фізичні
– гучність	– сила звуку
– висота	– частота звуку
– тембр	– спектральний склад

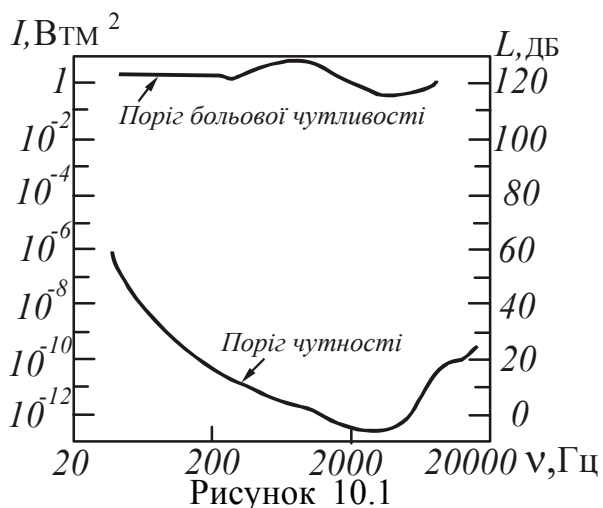
Фізичному поняттю інтенсивності звуку відповідає фізіологічне відчуття гучності звуку. Гучність (сила звуку) залежить від амплітуди коливання але поняття інтенсивності і гучності звуку не рівнозначні.

Висота звуку визначається частотою його коливань.

Реальний звук є накладанням гармонічних коливань з певним набором частот. Набір частот коливань, присутніх в даному звуці, називається **акустичним спектром**. Цей набір частот додає кожному звуку певне забарвлення або так званий тембр. Тембр – це відтінок складного звуку, яким відрізняються один від одного звуки однакової сили і висоти.

Акустичний спектр може бути:

- суцільний (присутні коливання всіх частот в інтервалі від  $\nu_1$  до  $\nu_2$ );
- лінійчастий (звук складається з коливань дискретних частот  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  і т. д.).



Шуми мають суцільний акустичний спектр. Коливання з лінійчастим спектром викликають відчуття звуку з більш менш певною висотою. Такий звук називається тональним. Щоб викликати відчуття звуку хвиля повинна мати певну мінімальну інтенсивність, яку називають **порогом чутності**. Поріг чутності залежить від частоти звуку і різний для різних людей. Найбільш чутливе вухо до частот від 1000 до 4000 Гц. Інтенсивність звуку при цьому є величиною порядку  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup> (рис. 10.1).

При інтенсивності  $1 \div 10 \text{ Вт/м}^2$  вухо перестає сприймати коливання як звук. Такі коливання спричиняють у ньому відчуття болю і тиску. Це значення інтенсивності називають **порогом больового відчуття**. Поріг больового відчуття також залежить від частоти (рис. 10.1).

**Рівень гучності** ( $L$ ) визначається як логарифм відношення інтенсивності  $I$  даного звуку до інтенсивності  $I_0$ , що береться за початкову (тобто інтенсивності найслабкішого звуку, що сприймається на слух,  $I_0 \approx 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ ):

$$L = \lg \frac{I}{I_0}. \quad (10.1)$$

$[L] = \text{Б}$  (бел)

Практично виявилось більш зручним користуватися одиницями в 10 разів меншими, які називають **децибелами** (дБ).

Весь діапазон інтенсивності, при яких хвиля викликає у вусі звукове відчуття (від  $10^{-12}$  до  $10 \text{ Вт/м}^2$ ), відповідає рівням гучності від 0 до 130 дБ (див. праву вісь на рис. 10.1 і таблицю 10.2).

Таблиця 10.2. Рівень гучності для деяких звуків

Звук	$L$ , дБ
Цокання годинника	20
Шепіт на відстані 1 м	30
Тиха розмова	40
Мова середньої гучності	60
Гучна мова	70
Крик	80
Шум мотора літака:	
- на відстані 5 м	120
- на відстані 3 м	130

## 10.2 Ультразвук

**Ультразвуком** називаються пружні хвилі з частотами від  $2 \cdot 10^4$  до  $10^{13}$  Гц. Ультразвукові хвилі з частотами порядку  $10^9$  Гц і вище іноді називають **гіперзвуковими**. Верхня межа частот ультразвуку ( $10^{12} \div 10^{13}$  Гц в кристалах і рідинах і  $10^9$  Гц в газах за нормальних умов) відповідає частотам, при яких довжина хвилі ультразвуку стає сумірною з міжмолекулярними відстанями (у разі газів – з середньою довжиною вільного пробігу молекул). Для генерування ультразвуків застосовують механічні і електромеханічні випромінювачі. Прикладом механічного випромінювача низькочастотних звуків ( $\nu = 20 \div 200 \text{ кГц}$ ) великої інтенсивності є **сирена**.

Основною властивістю ультразвуку є те, що він подібно світлу може випромінюватися у вигляді вузьких направлених променів, оскільки має малу довжину хвилі. Віддзеркалення і заломлення ультразвукових пучків на межі розділу двох середовищ відбувається за законами геометричної оптики.

Для зміни напрямку і фокусування ультразвукових променів застосовуються дзеркала різної форми, звукові лінзи і так далі.

Амплітуди швидкості і прискорення коливального руху частинок середовища, а також амплітуда звукового тиску в ультразвукових хвилях у багато разів більше відповідних величин для чутних звуків. Завдяки великій амплітуді звукового тиску, що створюється могутніми ультразвуковими випромінювачами, в рідинах виникає явище *кавітації* – в ній безперервно утворюються і зникають внутрішні розриви суцільності. Зникнення цих розривів, що мають вид найдрібніших бульбашок, супроводжуються короткочасним зростанням тиску до сотень і навіть тисяч атмосфер. Тому ультразвуки мають здібність дробити – вони руйнують тверді тіла, що знаходяться в рідині, живі організми, великі молекули і так далі.

Ультразвуки сильно поглинаються газами і у багато разів слабкіше – рідинами. Наприклад, коефіцієнт поглинання ультразвуку в повітрі приблизно в 1000 разів більше, ніж у воді.

Ультразвуки застосовують у техніці для контрольовано-вимірювальних цілей (гідролокація, дефектоскопія, вимірювання товщини трубопроводів і шару накипу і так далі), а також для здійснення і прискорення різних технологічних процесів.

Здібність ультразвуків дробити використовують для створення емульсій і суспензій, зняття плівок оксидів і знежирення поверхонь деталей, стерилізації рідин, роздрібнення зерен фотоемульсій і т. п. Руйнуюча дія ультразвукових хвиль в рідині на поверхні твердого тіла помітно збільшується при введенні в рідину дрібних абразивних частинок. Це явище використовується для ультразвукового шліфування і полірування, а також «свердлення» отворів різної форми в склі, кераміці, надтвердих сплавах і кристалах.

Ультразвуки прискорюють протікання процесів дифузії, розчинення і хімічних реакцій.

Широко використовують ультразвукові хвилі в молекулярній акустиці для дослідження акустичними методами будови і властивостей речовин.

### 10.3 Інфразвук

*Інфразвук* – це пружні хвилі з частотами нижче за область чутних людиною частот. Зазвичай за верхню межу інфразвуку приймають частоти  $16 \div 25$  Гц, нижня межа не визначена. Інфразвуки містяться в шумі атмосфери, в шумі лісу і моря. Джерелом інфразвукових коливань є грозові розряди (грим), а також вибухи і гарматні постріли. У земній корі спостерігаються струси і вібрації інфразвукових частот від найрізноманітніших джерел, зокрема від обвалів, вибухів, руху транспорту.

Інфразвук мало поглинається в середовищі, тому інфразвукові хвилі в повітрі, воді і земній корі можуть розповсюджуватися на дуже далекі відстані. Це явище знаходить практичне застосування в звукометрії, при визначенні місця сильних вибухів, дає можливість передбачити стихійне лихо – цунамі. Звуки вибухів, що містять велику кількість інфразвукових частот, застосовуються для дослідження верхніх шарів атмосфери, для дослідження властивостей водного середовища.



## §11 Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі

### 11.1 Принцип суперпозиції хвиль. Інтерференція хвиль

Якщо в середовищі розповсюджується одночасно декілька хвиль, то коливання частинок середовища виявляються геометричною сумою коливань, які здійснювали б частинки при розповсюдженні кожної хвилі окремо. Хвилі накладаються одна на одну, не збурюючи одна одну. Це твердження називається **принципом суперпозиції хвиль**.

Якщо коливання, які обумовлені окремими хвилями в кожній з точок середовища, мають незмінну з часом різницю фаз, то хвилі називаються **когерентними**. Накладення когерентних хвиль, в результаті якого коливання в одних точках підсилюються, а в інших послаблюються, називається явищем **інтерференції**.

### 11.2 Стоячі хвилі

**Стоячі хвилі** – це коливальний процес, що виникає в результаті накладання (інтерференції) двох зустрічних біжучих хвиль з однаковими амплітудами і частотами.

На практиці стоячі хвилі виникають при віддзеркаленні від перешкод. Падаюча на перешкоду хвиля і біжуча їй назустріч відбита хвиля, накладаючись одна на одну, дають стоячу хвилю. Запишемо рівняння падаючої і відбитої хвилі:

$$\begin{aligned}\xi_1(x,t) &= A \cos(\omega t - kx) \text{ – падаюча хвиля;} \\ \xi_2(x,t) &= A \cos(\omega t + kx) \text{ – відбита хвиля.}\end{aligned}$$

Застосувавши принцип суперпозиції і перетворивши результат за формулою для косинуса суми, отримаємо:

$$\begin{aligned}\xi(x,t) &= \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t \\ \xi(x,t) &= 2A \cos kx \cdot \cos \omega t.\end{aligned}\tag{11.1}$$

Рівняння (11.1) називається рівнянням стоячої хвилі. Позначимо

$$2A \cos kx = A(x)\tag{11.2}$$

і назвемо  $A(x)$  амплітудою стоячої хвилі.

Замінивши у (11.2) хвильове число  $k$  згідно з формулою (9.2), отримаємо:

$$A(x) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x.\tag{11.3}$$

Проведемо аналіз виразу (11.3).

1. Якщо  $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 1$ , тобто  $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm n\pi$ , де  $n=0, 1, 2, \dots$  то амплітуда коливань досягає максимального значення.

$$A(x)_{\max} = 2A.$$

Точки, в яких амплітуда коливань максимальна, називаються **пучностями** стоячої хвилі (рис. 11.1 б). Координати пучностей:

$$x_{\text{пучн}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (11.4)$$

Пучність – це не одна єдина точка, а площина, точки якої мають значення координати, визначені за формулою (11.4).

2. Якщо  $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$ , тобто  $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm \frac{\pi}{2} (2n + 1)$ , де  $n=0, 1, 2, \dots$  то

$$A=0.$$

Точки, в яких амплітуда коливань дорівнює нулю, називаються **вузлами** стоячої хвилі (рис. 11.1 б). Координати вузлів:

$$x_{\text{вузл}} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (11.5)$$

Частинки середовища, що знаходяться у вузлових точках, коливань не здійснюють. Вузол, як і пучність, не є однією точкою, а площиною, точки якої мають значення координати, що визначаються за формулою (11.5).

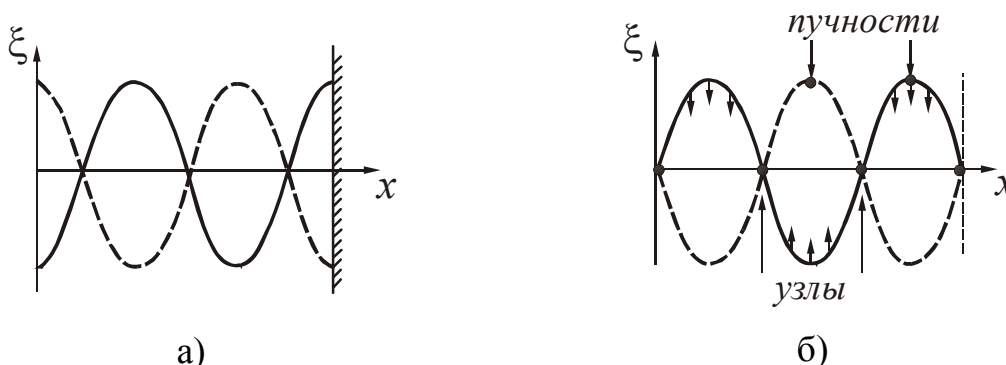


Рисунок 11.1

З формул (11.4) і (11.5) випливає, що відстань між сусідніми пучностями, так само як і відстань між сусідніми вузлами, дорівнює  $\lambda/2$ . Відстань між найближчим вузлом і пучністю –  $\lambda/4$ .

Розглянутий випадок описує утворення стоячої хвилі, відбитої від середовища з меншої густини. Графік такої стоячої хвилі представлений на рис. 11.1 а. Прикладом є хвиля, що виникає в металевому стрижні з незакріпленими кінцями.

Якщо віддзеркалення здійснюється від середовища з більшою

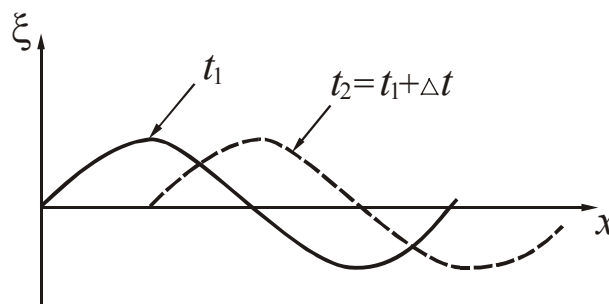


Рисунок 11.2

густиною, то відбита хвиля міняє фазу на  $\pi$ . В цьому випадку формула (11.4) дасть координату вузла, а формула (11.5) – координату пучності, тобто вузли і пучності міняються місцями. Графік хвилі представлений на рис. 11.1 б. Така хвиля виникає, наприклад, в закріпленій струні. Для порівняння на рис. 11.2 даний графік хвилі, що біжить.

У пружній стоячій хвилі енергія періодично мігрує від вузлів стоячої хвилі до пучностей і назад. Проте в самих вузлах і пучностях густина потоку енергії тотожно дорівнює нулю. Середнє за період значення густини потоку енергії дорівнює нулю в будь-якій точці стоячої хвилі, оскільки дві біжучі хвилі, що створюють стоячу, переносять за період рівні кількості енергії в протилежних напрямках. Тому стоячі хвилі і отримали свою назву.

### 11.3 Складні хвилі. Групова швидкість

Поняття фазової швидкості застосовне тільки до строго монохроматичних хвиль, які реально не здійснені, оскільки вони повинні існувати необмежено довго в часі і бути нескінченно протяжними в просторі. Насправді є більш менш складний хвильовий імпульс, обмежений в часі і в просторі.

Грунтуючись на принципі суперпозиції, можна будь-яку несинусоїдальну хвилю розкласти на деяку систему синусоїдальних хвиль, тобто представити її у вигляді *групи хвиль* або *хвильового пакету*.

Групою хвиль називають імпульс, який можна представити у вигляді сукупності нескінченного числа синусоїд з частотами, що мало відрізняються од-

на від одної. Сукупність частот цих синусоїдальних хвиль називається *спектром частот* даної несинусоїдальної хвилі.

Простою групою хвиль є квазісинусоїдальна плоска хвиля, яка виходить при накладенні два що розповсюджуються уздовж осі  $Ox$  плоских хвиль з однаковими амплітудами і близькими за значенням частотами

$\omega$  і  $(\omega + d\omega)$  і хвильовими числами  $k$  і  $(k + dk)$ :

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] = \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \cdot \cos(\omega t - kx) \end{aligned} \quad (11.6)$$

Залежність  $\xi$  від  $x$  в деякий момент часу показана на рис. 11.3. Ця хвиля відрізняється від синусоїдальної тим, що її амплітуда – поволі змінна функція координати  $x$  і часу  $t$ . За швидкість розповсюдження цієї хвилі приймають швидкість  $u$  переміщення точки, в якій амплітуда має фіксоване значення (наприклад,  $A=0$  або  $A=2A_0$ ). Отже, ця точка рухається згідно із законом

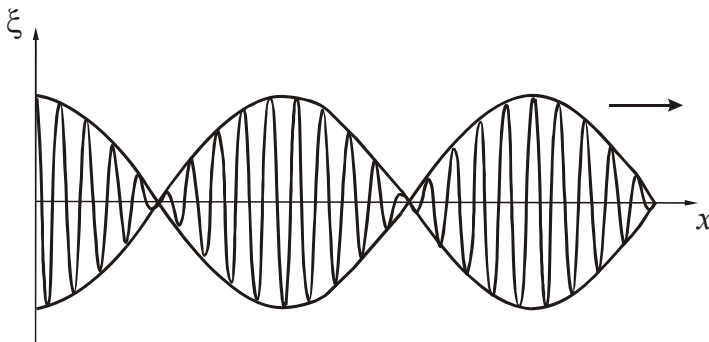


Рисунок 11.3

$$t d\omega - x dk = \text{const.}$$

Звідси:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (11.7)$$

Швидкість  $u$  називають груповою швидкістю.

**Групова швидкість** – це швидкість переміщення амплітуди, і, отже, енергії, яка переноситься групою (хвильовим імпульсом).

Таким чином, монохроматична хвиля характеризується фазовою швидкістю  $v = \frac{\omega}{k}$ , що означає швидкість переміщення фазової площини, а хвильовий імпульс характеризується груповою швидкістю  $u = \frac{d\omega}{dk}$ , яка відповідна швидкості розповсюдження енергії цього поля.

Групова і фазова швидкості зв'язані співвідношенням:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad (11.8)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі.

Якщо фазова швидкість залежить від довжини хвилі  $\left(\frac{dv}{d\lambda} \neq 0\right)$ , то фазова і групова швидкості не співпадають, Якщо фазова швидкість не залежить від довжини хвилі  $\left(\frac{dv}{d\lambda} = 0\right)$  то  $v = u$ .

При гідролокації, радіолокації і так далі вимірюють саме групову швидкість, оскільки робота більшості приймальних пристроїв підпорядковується принципу суперпозиції, який означає, що результат декількох одночасних дій є просто сумою результатів, викликаних кожною дією окремо.

## §12 Ефект Доплера в акустиці

**Ефектом Доплера\*** називається зміна частоти хвиль, які реєструються

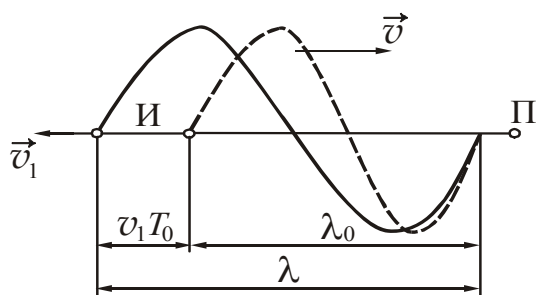


Рисунок 12.1

приймачем, що відбувається унаслідок руху джерела цих хвиль і приймача. Наприклад, при наближенні до нерухомого спостерігача швидко рухомого поїзда тон звукового сигналу останнього вищий, а при віддаленні поїзда – нижче за тон сигналу, що подається тим же поїздом, коли він стоїть на станції.

\*Доплер Йоганн Крістіан (1803–1853), австрійський математик, фізик і астроном.

Нехай приймач  $\Pi$  звукових хвиль в газоподібному (або рідкому) середовищі нерухомий відносно його, а джерело  $I$  віддаляється з швидкістю  $\vec{v}_1$ . Швидкість направлена уздовж прямої, що сполучає джерело і приймач (рис. 12.1).  $T_0$  – період коливань джерела. За цей час джерело переміститься на відстань

$$x = v_1 T_0 = \frac{v_1}{v_0}, \quad (12.1)$$

де  $v_0$  – частота коливань джерела.

При русі джерела довжина хвилі  $\lambda$  в середовищі відрізняється від довжини хвилі  $\lambda_0$  при нерухомому джерелі:

$$\lambda = \lambda_0 + v_1 T_0 = (v + v_1) T_0$$

або

$$\lambda = \frac{v + v_1}{v_0}, \quad (12.2)$$

де  $v$  – фазова швидкість хвилі в середовищі.

Частота, яку реєструє приймач:

$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v_0}{1 + \frac{v_1}{v}}. \quad (12.3)$$

Якщо джерело нерухоме, а приймач наближається до нього з швидкістю  $\vec{v}_2$  уздовж сполучуючої їх прямої (рис. 12.2), то довжина хвилі в середовищі

$$\lambda = \lambda_0 = \frac{v}{v_0}. \quad (12.4)$$

Швидкість розповсюдження хвилі відносно приймача дорівнює  $v + v_0$ . Частота, яку реєструє приймач:

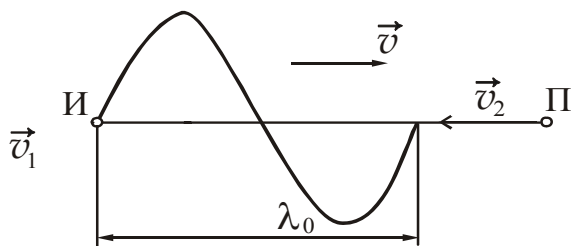


Рисунок 12.2

$$v = \frac{v + v_0}{\lambda_0} = v_0 \left( 1 + \frac{v_2}{v} \right). \quad (12.5)$$

Якщо напрями швидкостей не співпадають з напрямом тією прямою, що проходить через джерело і приймач, то у формулах (12.3) і (12.5) треба брати проекції цих швидкостей на напрям вказаної прямої.

## Розділ 3. Електромагнітні хвилі

## §13 Рівняння Максвелла

**Рівняння Максвелла** – це фундаментальні рівняння класичної макроскопічної електродинаміки, що описують електромагнітні явища в будь-якому середовищі, у тому числі і у вакуумі. Вони сформульовані в 60-х роках XIX століття англійським ученим Дж. Максвеллом\* на основі узагальнення експериментальних законів, що встановлюють зв'язок між електричними і магнітними явищами і розвивають ідеї Майкла Фарадея про те, що взаємодія між електрично зарядженими тілами здійснюється за допомогою електромагнітного поля.

Перше рівняння є узагальненням закону електромагнітної індукції. Максвелл припустив, що змінне магнітне поле завжди (а не тільки в провіднику) породжує вихрове електричне поле, яке не залежить від того, є в ньому провідник чи ні. Згідно цьому рівнянню

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}, \quad (13.1)$$

тобто циркуляція вектора напруженості електричного поля (ерс індукції) визначається швидкістю зміни потоку вектора магнітної індукції крізь поверхню, обмежену даним контуром. Тут знак « $-$ » відповідає правилу Ленца для напрямку індукційного струму.

Друге рівняння Максвелла є узагальненням на змінні поля експериментального закону Біо-Савара-Лапласа, який стверджує, що навколо провідників із струмом існує магнітне поле. Максвелл висловив гіпотезу, що магнітне поле породжується не тільки струмами, які протікають в провіднику, а також змінними електричними полями в діелектриках або вакуумі. Величина, що пропорційна швидкості зміни електричного поля в часі, була названа Максвеллом **струмом зміщення**. Він порушує магнітне поле за тим же законом, що і струм провідності. Повний струм, який дорівнює сумі струму зсуву і струму провідності, завжди є замкнутим. Друге рівняння Максвелла має вигляд:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left( \vec{j}_{\text{пров}} + \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{s}, \quad (13.2)$$

тобто циркуляція вектора напруженості магнітного поля (сума скалярних добутків вектора  $\vec{H}$  у даній точці контуру на нескінченно малий відрізок контуру  $d\vec{l}$ ) визначається повним струмом через довільну поверхню  $S$ , обмежену даним контуром. Тут

$\vec{j}_{\text{пров}}$  – густина струму провідності;

$\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{зм}}$  – густина струму зміщення.

\*Максвелл Джеймс Клерк (1831–1879), англійський фізик.

Третє рівняння Максвелла відображає дослідні факти про відсутність магнітних зарядів, аналогічних електричним:

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{s} = 0, \quad (13.3)$$

тобто потік вектора магнітної індукції крізь довільну замкнену поверхню  $S$  рівний нулю. Це означає, що магнітне поле породжується електричними струмами або рухомими електричними зарядами.

Четверте рівняння Максвелла є узагальненням теореми Гаусса для електростатичного поля на будь-яке електричне поле, як стаціонарне так і змінне:

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{s} = \sum_{k=1}^N q_k, \quad (13.4)$$

тобто потік вектора електричної індукції крізь довільну замкнену поверхню  $S$  визначається електричним зарядом, що знаходиться усередині цієї поверхні (у об'ємі  $V$ , обмеженому поверхнею  $S$ ).

Рівняння Максвелла (13.1–13.4) не утворюють повної замкненої системи, що дозволяє розраховувати електромагнітні процеси за наявності матеріального середовища. Їх доповнюють співвідношеннями, що зв'язують вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  і  $\vec{H}$ , а також  $\vec{j}$ . Зв'язок між цими величинами визначається властивостями середовища та його станом.

Ці співвідношення називають рівняннями стану або матеріальними рівняннями. Вони описують електромагнітні властивості середовища і для кожного конкретного середовища мають певну форму. Для більшості ізотропних середовищ рівняння стану мають просту лінійну форму:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad (13.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}, \quad (13.6)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (13.7)$$

де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища,  
 $\mu$  – магнітна проникність середовища,  
 $\sigma$  – питома електропровідність середовища.

З рівнянь Максвелла випливає, що змінне електричне поле породжує магнітне поле, яке теж виявляється змінним. Таке змінне магнітне поле у свою чергу породжує електричне і так далі. Звідси випливає важливий висновок про існування нового фізичного явища: **електромагнітне поле здатне існувати самостійно – без електричних зарядів і струмів**. При цьому зміна його стану обов'язково має хвильовий характер. Таким чином, якщо порушити за допомогою зарядів, що коливаються, змінне електромагнітне поле, то в навколишньому просторі виникає послідовність взаємних перетворень електричного і магні-

тного полів, які розповсюджуються від точки до точки. Цей процес буде періодичним в часі і в просторі і, отже, є електромагнітною хвилею (ЕМХ).

У разі однорідного нейтрального непровідного середовища з сталою проникністю  $\epsilon$  і  $\mu$  з рівнянь Максвелла отримують рівняння вигляду:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (13.8)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (13.9)$$

Рівняння (13.8) і (13.9) є типовими хвильовими рівняннями (див. формулу (9.11)). Всяка функція, що задовольняє такому рівнянню, описує деяку хвилю. Отже, рівняння (13.8) і (13.9) указують на те, що електромагнітні поля можуть існувати у вигляді електромагнітних хвиль. Порівняння з виразом (9.11) дозволяє зробити висновок про те, що фазова швидкість електромагнітних хвиль дорівнює

$$v_{\text{емх}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}. \quad (13.10)$$

## §14 Електромагнітні хвилі

### 14.1 Плоска електромагнітна хвиля

Розглянемо електромагнітну хвилю, що розповсюджується в нейтральному непровідному середовищі зі сталою проникністю  $\epsilon$  і  $\mu$  ( $\vec{j}=0$ ,  $\epsilon=\text{const}$ ,  $\mu=\text{const}$ ). Спрямуємо вісь  $x$  перпендикулярно хвильовим поверхням. Тоді вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ , а також і їх компоненти за координатними осями не залежатимуть від координат  $y$  і  $z$ . При цьому рівняння (13.8) і (13.9) спрощуються і приймають вигляд:

Індекси  $y$  і  $z$  при  $E_y$  і  $H_z$  підкреслюють ті обставини, що вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  спрямовані уздовж взаємно перпендикулярних осей  $y$  і  $z$ . (Нагадаємо, що в цьому випадку  $E_x=E_z=0$ , а  $H_x=H_y=0$ ).

Розв'язком рівняння (14.1) є функція:

$$E_y(x, t) = E_{\text{max}} \cos(\omega t - kx + \alpha_1). \quad (14.3)$$

Розв'язок рівняння (14.2) має аналогічний вигляд:

$$H_z(x, t) = H_{\text{max}} \cos(\omega t - kx + \alpha_2). \quad (14.4)$$

У цих формулах  $\omega$  – циклічна частота хвилі;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число,  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – початкові фази коливань в точці з координатою  $x=0$ .



Коливання електричного і магнітного векторів в електромагнітній хвилі відбуваються з однаковою фазою. Поклавши  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , отримаємо:

$$E_y = E_{\max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.5)$$

$$H_z = H_{\max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.6)$$

Помноживши рівняння (14.5) на одиничний вектор осі  $y$ , а рівняння (14.6) – на одиничний вектор осі  $z$ , отримаємо рівняння плоскої електромагнітної монохроматичної хвилі у векторному вигляді:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.7)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_{\max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.8)$$

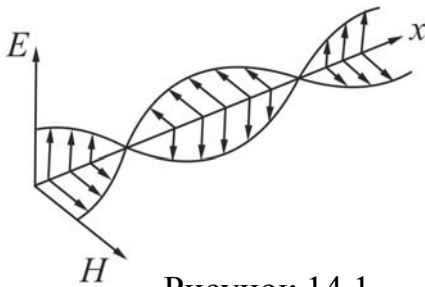


Рисунок 14.1

На рис. 14.1 показана «моментальна фотографія» плоскої монохроматичної хвилі. З рисунка видно, що вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  утворюють з напрямом розповсюдження хвилі правогвинтову систему.

У фіксованій точці простору вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  змінюються з часом за гармонічним законом.

## 14.2 Експериментальне дослідження електромагнітних хвиль

Перші досліди з невітловими електромагнітними хвилями були здійснені Г. Герцем\* в 1888 році. За допомогою великих металевих дзеркал і асфальтової призми (розміром більше 1 м і масою 1200 кг) Герц здійснив віддзеркалення і заломлення електромагнітних хвиль і виявив, що обидва ці явища підпорядковуються законам, встановленим в оптиці для світлових хвиль. Відбивши плоску біжучу хвилю за допомогою металевого дзеркала у зворотному напрямі, Герц отримав стоячу хвилю. Відстань між вузлами і пучностями дозволяла визначити довжину хвилі  $\lambda$ . Помноживши довжину хвилі на відому частоту коливань, Герц розрахував швидкість електромагнітних хвиль. Вона виявилася близькою до швидкості світла. Розташовуючи на шляху хвиль ґрати з паралельних один одному мідних дротів, Герц виявив, що при обертанні ґрат навколо променя інтенсивність хвиль, які пройшли крізь ґрати, сильно змінюється. Коли дроти, які створюють ґрати, були перпендикулярні вектору  $\vec{E}$  хвиля проходила крізь ґрати без перешкод. При розташуванні дротів паралельно  $\vec{E}$  хвиля крізь ґрати не проходила. Таким чином, була доведена поперечність електромагнітних хвиль.

Передача повідомлення за допомогою електромагнітних хвиль була вперше здійснена в 1896 році О.С. Поповим\*.

\*Герц Генріх Рудольф (1857–1894), німецький фізик.

\*Попов Олександр Степанович (1859–1906), російський фізик.

## 14.2 Основні властивості електромагнітних хвиль

1. Електромагнітні хвилі – це електромагнітні коливання, що розповсюджуються в просторі з кінцевою швидкістю. З теорії Максвелла випливає, що електромагнітні коливання розповсюджуються у вакуумі із швидкістю світла:

$$v_{\text{емх}}^{\text{вак}} = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8, \text{ (м/с)} \quad (14.9)$$

2. Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль в однорідному ізотропному середовищі дорівнює

$$v_{\text{емх}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (14.10)$$

тобто вона менш ніж швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі.

3. Електромагнітна хвиля – поперечна хвиля. Це означає, що  $\vec{E} \perp \vec{v}$   $\vec{H} \perp \vec{v}$ , тобто напрям коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  перпендикулярно напрямку розповсюдження хвилі.
4. Електромагнітні хвилі переносять енергію. Об'ємна густина енергії  $w$  електромагнітного поля складається з об'ємної густини енергії електричного поля  $w_{\text{ел}}$  і об'ємної густини енергії магнітного поля  $w_{\text{м}}$ :

$$w = w_{\text{ел}} + w_{\text{м}} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}. \quad (14.11)$$

Можна показати, що ці величини однакові, отже

$$w = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2. \quad (14.12)$$

Перенесення енергії хвилею прийнято характеризувати вектором густини потоку енергії. Для механічних хвиль цей вектор називається вектором Умова. Нагадаємо, що вектор Умова дорівнює добутку об'ємної густини енергії на вектор фазової швидкості хвилі, тобто

$$\vec{j} = w \vec{v}.$$

Для електромагнітних хвиль вводять аналогічний вектор, який називають вектором Пойнтінга\*. **Вектор Пойнтінга**  $\vec{S}$  – векторна фізична величина, чисельно дорівнює енергії, яка переноситься електромагнітною хвилею за одиницю часу через одиничну площину, що розташована перпендикулярно напрямку розповсюдження хвилі.

Отримаємо формулу, що зв'яже вектор Пойнтінга з характеристиками електромагнітної хвилі. Згідно (13.10)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}. \quad (14.13)$$

\*Пойнтінг Джон Генрі (1852–1914), англійський фізик

Тоді модуль вектора Пойнтінга буде дорівнювати

$$S = wv = \epsilon\epsilon_0 E^2 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon}{\mu_0\mu}} E^2. \quad (14.14)$$

Враховуючи, що  $\epsilon\epsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$  отримаємо вираз для розрахунку миттєвого значення вектора Пойнтінга:

$$S = \frac{\sqrt{\epsilon_0\epsilon} \cdot E \cdot E}{\sqrt{\mu_0\mu}} = EH = E_{\max} H_{\max} \cos^2(\omega t - kx). \quad (14.15)$$

Вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  взаємно перпендикулярні, тобто кут між ними  $90^\circ$ , а  $\sin 90^\circ = 1$ .

Отже, вектор Пойнтінга можна представити як векторний добуток векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (14.16)$$

Напрямок вектора  $\vec{S}$  співпадає з напрямком перенесення енергії. Середнє значення вектора Пойнтінга визначає інтенсивність електромагнітної хвилі:

$$I = \langle S \rangle = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2}, \quad (14.17)$$

оскільки середнє значення  $\cos^2(\omega t - kx)$  за період дорівнює  $1/2$ .

5. Електромагнітним хвилям, як і будь-яким хвилям, властиві інтерференція, дифракція, а також поляризація.
6. Електромагнітні хвилі поглинаються середовищем, а в діелектрику, окрім цього, зазнають дисперсію.

### 14.4 Шкала електромагнітних хвиль

Електромагнітні хвилі прийнято умовно класифікувати за довжинами хвиль у вакуумі  $\lambda = c/v$  або за частотою  $\nu = \omega/2\pi$  (рис. 14.2). Між сусідніми діапазонами шкали електромагнітних хвиль немає різких границь. Докладніша класифікація дана в таблиці 14.1.

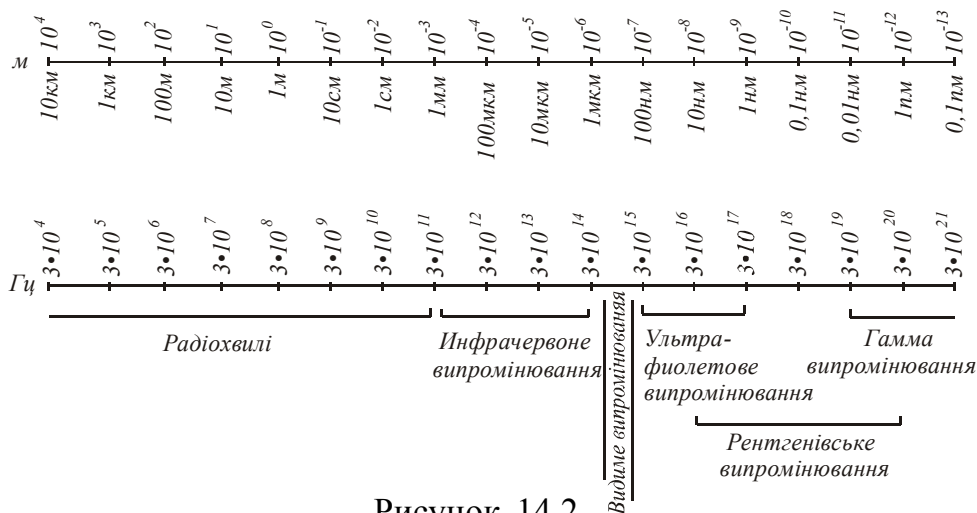


Рисунок 14.2

Відзначимо, що різні види електромагнітного випромінювання відрізняються лише довжиною хвилі (або, що те ж саме, частотою). Залежно від довжини хвилі (частоти) міняються властивості хвиль, їх дії, способи отримання і назви окремих ділянок.

Таблиця 14.1. Шкала електромагнітних хвиль

Назва діапазону хвиль	Зразковий діапазон довжин хвиль		Діапазон частот
	м	Інші одиниці	Гц
Низькочастотні електричні колювання	$\infty \div 10^{+5}$	$\infty \div 100$ км	$0 \div 3 \cdot 10^3$
Радіохвилі	$10^{+5} \div 10^{-3}$	100 км $\div$ 1 мм	$3 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^{11}$
Інфрачервоне випромінювання	$2 \cdot 10^{-3} \div 7,6 \cdot 10^{-7}$	2 мм $\div$ 760 нм	$1,5 \cdot 10^{11} \div 4,0 \cdot 10^{14}$
Видиме випромінювання	$7,6 \cdot 10^{-7} \div 3,8 \cdot 10^{-7}$	760 $\div$ 380 нм	$4,0 \cdot 10^{14} \div 8,0 \cdot 10^{14}$
Ультрафіолетове випромінювання	$3,8 \cdot 10^{-7} \div 3 \cdot 10^{-9}$	380 $\div$ 3 нм	$8,0 \cdot 10^{14} \div 10^{17}$
Рентгенівське випромінювання	$10^{-8} \div 10^{-12}$	10 нм $\div$ 1 пм	$3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{20}$
Гамма-випромінювання	$10^{-11}$ і менш	10 пм і менш	$3 \cdot 10^{19}$ і вище

## §15 Способи отримання електромагнітних хвиль

### 15.1 Радіохвилі

Постійні струми створюють магнітні поля, що не змінюються з часом. Якщо по дроту пропустити змінний струм високої частоти, то навколо дроту виникають змінні електричне і магнітне поля, які створюють разом електромагнітне поле.

Явище збудження змінним струмом електромагнітних полів прийнято називати випромінюванням електромагнітних колювань або випромінюванням електромагнітних хвиль. При своєму розповсюдженні електромагнітне поле втрачає зв'язок з дротом, навколо якого воно спочатку створилося. Якщо вимкнути струм в дроті, то електромагнітна хвиля продовжить свій рух в просторі. Зустрічаючи на своєму шляху провідники, магнітні складові електромагнітних колювань порушують в цих провідниках змінне електричне поле. Це електричне поле створює такий же змінний струм, як струм, що порушив електромагнітні хвилі, тільки слабкіший. На цьому явищі заснована техніка радіопередачі і радіоприйому.

Вперше електромагнітні хвилі були отримані Г. Герцем\* в 1888 році.

\*Герц Генріх Рудольф (1857–1894), німецький фізик.

У його дослідній установці випромінювачем електромагнітних хвиль був вібратор, який складався з двох стрижнів з кулями на кінцях (рис. 15.1). Джерелом напруги служила індукційна котушка Румкорфа. Виявлялася хвиля за допомогою резонатора, що є незамкнутим витком дроту, також з кулями на кінцях. Половинки вібратора заряджали до такої високої напруги, що між внутрішніми кулями через повітря проскакувала іскра. Відбувався електричний розряд. У цей момент, що тривав долі секунди, вібратор випромінював серію згасаючих електромагнітних хвиль. Перетинаючи дріт резонатора, розташованого поблизу, електромагнітна хвиля порушувала в ньому електричні коливання. Про це свідчила дуже слабка іскра, що з'являлася між кулями резонатора.

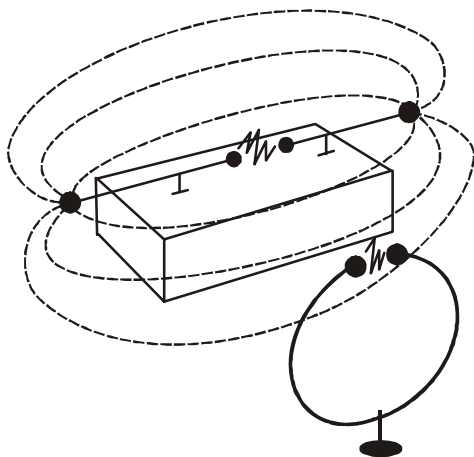


Рисунок 15.1

**Не можна** називати електромагнітним полем *постійні* електричне і магнітне поля, що існують в якому-небудь місці простору. В цьому випадку обидва поля існують самостійно і не взаємодіють між собою. А електромагнітне поле завжди є поєднанням рівноправних *змінних* електричного і магнітного полів, що взаємодіють один з одним.

### 15.2 Електромагнітні хвилі оптичного діапазону

Всі тіла, нагріті до високої температури, світяться, тобто є джерелами видимого випромінювання. При звичайних температурах вони є джерелами невидимого інфрачервоного випромінювання.

З курсу квантової механіки (див. § 39) відомо, що електрони в атомах розподіляються за енергетичними рівнями. Кожному енергетичному рівню відповідає своє значення енергії. Якщо речовину нагрівати, то електрони переходять на вищі енергетичні рівні, які називаються збудженими. Відмітною особливістю збуджених станів є те, що електрони знаходяться в цих станах до  $10^{-8}$  секунд. Повертаючись в основний стан, електрон випромінює енергію, що дорівнює різниці енергій цих рівнів.

Отже електромагнітне випромінювання оптичного діапазону пояснюється переходами електронів з вищих енергетичних рівнів на нижчі, тобто рівні з меншою енергією.

### 15.3 Рентгенівське випромінювання

Рентгенівське\* випромінювання виникає при гальмуванні речовиною швидких електронів, які бомбардують цю речовину. Рентгенівське випромінювання буває двох типів.

\*Рентген Вільям Конрад (1845–1923), німецький фізик, лауреат Нобелівської премії 1901 р.

*Гальмівне рентгенівське* випромінювання виникає при гальмуванні електронів, енергія яких не перевищує деякої критичної величини, яка залежить від речовини.

*Характеристичне рентгенівське* випромінювання пов'язане з процесами, які відбуваються у нижніх забудованих оболонках атомів. При хімічних реакціях ці оболонки не змінюються, тому характеристичне рентгенівське випромінювання атомів речовини є індивідуальною характеристикою речовини.

#### **15.4 Гамма-випромінювання**

Гамма-випромінювання (гамма-промені) випускається атомними ядрами при радіоактивних перетвореннях і ядерних реакціях, а також виникає при розпаді частинок. Властивості гамма-випромінювання розглянуті в розділі «Основи фізики атомного ядра» (див. § 47, п.47.4).

*Таким чином, в класичній електродинаміці причиною електромагнітного випромінювання є змінні струми (прискорений рух заряджених частинок). У квантовій теорії – це народження фотонів, що відбувається при зміні стану квантової системи.*

- **Зверніть увагу!**

*Термін застосовується до об'єктів, до яких його застосовувати не можна*

*Сила звуку* – значення енергії, яка переноситься звуковою хвилею за одиницю часу крізь одиничну площу, що розташована перпендикулярно до напрямку розповсюдження хвилі. Термін не має нічого спільного з терміном «сила» з курсу механіки.

*Одне і те ж поняття називається різними термінами*

*Сила звуку* – інтенсивність звуку.

- Після вивчення розділу «Коливання. Хвилі» студент повинен **ЗНАТИ**:

**Суть понять:**

Коливання, осцилятор. Маятник пружинний, фізичний, математичний. Коливальний контур. Коливання власні, згасаючі, вимушені. Векторна діаграма. Фігури Ліссажу. Резонанс.

Хвилі. Поперечні і поздовжні хвилі. Фронт хвилі. Звук, ультразвук, інфразвук, поріг чутності, поріг больового відчуття. Інтерференція хвиль, стоячі хвилі, вузол, пучність. Складні хвилі, хвильовий пакет. Фазова швидкість, групова швидкість.

**Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини:**

Амплітуда коливань. Період і частота. Циклічна частота. Фаза, початкова фаза. Коефіцієнт згасання. Час релаксації. Логарифмічний декремент згасання. Добротність.

Довжина хвилі. Хвильове число. Потік енергії, густина потоку енергії. Інтенсивність хвилі. Сила звуку. Рівень гучності звуку.

**Рівняння:**

Диференціальне рівняння гармонічних коливань і його розв'язок, рівняння швидкості і прискорення при гармонічних коливаннях. Диференціальне рівняння згасаючих коливань і його розв'язок. Диференціальне рівняння вимушених коливань, рівняння встановлених коливань.

Хвильове рівняння, рівняння плоскої монохроматичної хвилі. Система рівнянь Максвелла.

**Формули:**

Зв'язок між циклічною частотою, частотою і періодом гармонічних коливань. Період коливань пружинного, фізичного, математичного маятників. Формула Томсона для коливального контуру. Зведена довжина фізичного маятника. Енергія гармонічних коливань. Розрахунок амплітуди і початкової фази результуючого коливання, отриманого при додаванні двох коливань одного напрямку і однакової частоти. Циклічна частота згасаючих коливань. Резонансна амплітуда, резонансна частота, статична амплітуда.

Середнє значення об'ємної густини енергії хвилі. Вектор Умова. Інтенсивність хвилі. Миттєве і середнє значення вектора Пойнтінга.

**Графіки:**

Графічне зображення гармонічних і згасаючих коливань. Резонансна крива.

Графічне зображення плоскої біжучої хвилі, стоячої хвилі, електромагнітної хвилі. Шкала електромагнітних хвиль.

## ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «КОЛИВАННЯ»

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань за темою “Коливання”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви дали

- 1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
  - 2) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
  - 3) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
  - 4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал.
- Прочитайте його ще раз.

1. Власними називаються коливання ...
  - 1) які відбуваються в системі, наданій самій собі після того, як вона була виведена з положення рівноваги;
  - 2) які супроводжуються дією на систему зовнішніх сил, але при цьому система сама управляє цією дією;
  - 3) амплітуда яких зменшується з часом.
2. Величинами, що характеризують коливання, є ...
  - 1) частота коливань.
  - 2) частота і час коливань.
  - 3) частота, амплітуда, період, початкова фаза коливань.
  - 4) частота коливань, маса вантажу і коефіцієнт жорсткості пружини.
  - 5) маса маятника, його довжина і час коливань.
3. Початкова фаза гармонічних коливань матеріальної точки визначає ...
  - 1) амплітуду коливань.
  - 2) відхилення точки від положення рівноваги в початковий момент часу.
  - 3) максимальну швидкість проходження точкою положення рівноваги.
  - 4) період і частоту коливань.
  - 5) повний запас механічної енергії точки.
4. Математичним маятником є ...
  - 1) стрижень, що коливається відносно горизонтальної осі, яка проходить через кінець стрижня.
  - 2) кулька, що підвішена на пружині.
  - 3) кулька, що повішена на нитці, довжина якої набагато більше за розмір кульки.
  - 4) кулька, що підвішена на нитці, довжина якої дорівнює радіусу кульки.
5. Зменшити частоту коливань математичного маятника дозволить наступна дія ...
  - 1) зменшення довжини підвісу.
  - 2) збільшення амплітуди коливань.
  - 3) збільшення маси вантажу.
  - 4) збільшення довжини підвісу.
  - 5) зменшення маси вантажу.



6. Якщо довжину математичного маятника зменшити в 4 рази, то період коливань ...
- 1) збільшиться в 4 рази.  
 2) збільшиться в 2 рази.  
 3) зменшиться в 4 рази.  
 4) зменшиться в 2 рази.
7. Фізичним маятником називається ...
- 1) матеріальна точка, що підвішена на невагомій нерозтяжній нитці.  
 2) вантаж, що підвішений на пружині.  
 3) тверде тіло, що коливається відносно осі, яка не проходить через центр мас.  
 4) коло, що складається з котушки індуктивності і конденсатора.
8. Рівняння руху точки дане у вигляді  $x(t) = 2 \cos(\pi t / 2 + \pi / 4)$ . Період коливань  $T$  дорівнює ...
- 1) 2 с                      2) 4 с                      3) 0,5 с                      4) 0,25 с
9. Є три маятники: математичний, пружинний, фізичний. Вкажіть для кожного маятника вираз, який дозволяє розрахувати його період коливань.
- 1)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ; 2)  $\frac{2\pi}{\omega}$ ; 3)  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ; 4)  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ ; 5)  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ ; 6)  $2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$
10. Якщо період коливань вантажу масою  $m$ , якій підвішений на пружині жорсткістю  $k$ , дорівнює  $T$ , то період коливань вантажу масою  $2m$ , підвішеного на одній половині пружини, що розрізана навпіл, буде рівний:
- 1)  $4T$               2)  $2T$               3)  $T$               4)  $T/2$               5)  $T/4$
11. Вантаж масою  $m$ , підвішений на легкій пружині, здійснює вільні гармонічні коливання. Для збільшення частоти коливань в 2 рази треба підвісити до тієї ж пружини вантаж, маса якого
- 1)  $m/4$               2)  $m/2$               3)  $2m$               4)  $4m$
12. Точка здійснює гармонічні коливання згідно із законом  $x(t) = 0,05 \cos(10\pi t + \pi/2)$ . Швидкість цієї точки змінюється згідно із законом ...
- 1)  $v(t) = -0,5\pi \sin(10\pi t + \pi/2)$               2)  $v(t) = 0,05\pi \cos(10\pi t + \pi/2)$   
 3)  $v(t) = 0,05\pi \sin(10\pi t + \pi/2)$               4)  $v(t) = 0,05\pi \cos(10\pi t - \pi/2)$
13. Точка здійснює коливання згідно із законом  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Швидкість коливань дорівнює 0, якщо фаза коливань дорівнює ...
- 1)  $\omega t + \varphi = 0$       2)  $\omega t + \varphi = \pi$       3)  $\omega t + \varphi = \pi/2$       4)  $\omega t + \varphi = \pi/4$
14. Точка здійснює гармонічні коливання згідно із законом  $x = 0,8 \cos(4t + \pi/2)$  (см). Максимальна швидкість точки дорівнює ...
- 1)  $0,4\pi$  (см/с);              2)  $0,2$  (см/с);              3)  $1,6\pi$  (см/с);              4)  $3,2$  (см/с)
15. Швидкість проходження положення рівноваги вантажем масою  $m$ , що коливається на пружині жорсткістю  $k$  з амплітудою коливань  $A$ , дорівнює:
- 1)  $A\sqrt{\frac{k}{m}}$ ;              2)  $A\sqrt{\frac{m}{k}}$ ;              3)  $A\sqrt{mk}$ ;              4)  $A\frac{k}{m}$ ;              5)  $\sqrt{A\frac{k}{m}}$ .

16. Точка здійснює гармонічні коливання згідно із законом  $x = 0,6 \cos 3t$ . Прискорення цієї точки змінюється згідно із законом ...
- 1)  $a(t) = -1,8 \sin 3t$ .
  - 2)  $a(t) = -5,4 \cos 3t$ .
  - 3)  $a(t) = +5,4 \sin 3t$ .
  - 4)  $a(t) = +1,8 \cos 3t$ .
17. Дано рівняння коливань  $x(t) = 0,02 \cos(5t + \pi)$  (м). Максимальне прискорення точки, що коливається, дорівнює ...
- 1)  $1 \text{ м/с}^2$
  - 2)  $0,5 \text{ м/с}^2$
  - 3)  $0,25 \text{ м/с}^2$
  - 4)  $0,1 \text{ м/с}^2$ .
18. Вкажіть диференціальне рівняння гармонічних (власних) коливань.
- 1)  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$
  - 2)  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2x = f_0 \cos \Omega t$
  - 3)  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2x = 0$
19. Рівняння коливань матеріальної точки задане у вигляді  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Вкажіть вираз для кінетичної енергії точки, що коливається.
- 1)  $\frac{kA^2}{2}$
  - 2)  $\frac{kA^2}{2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$
  - 3)  $\frac{2\pi A}{T} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
  - 4)  $\frac{4\pi^2 Am}{T^2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$
  - 5)  $\frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$
20. Рівняння коливань матеріальної точки задане у вигляді  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Вкажіть вираз для потенціальної енергії точки, що коливається.
- 1)  $\frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$
  - 2)  $\frac{kA^2}{2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$
  - 3)  $\frac{kA^2}{2}$
  - 4)  $\frac{2\pi A}{T} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
  - 5)  $\frac{4\pi^2 Am}{T^2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
21. Повна енергія при гармонічних коливаннях ...
- 1) змінюється в часі за гармонічним законом.
  - 2) убиває з часом.
  - 3) зростає з часом.
  - 4) залишається без зміни.
22. Рівняння коливань матеріальної точки задане у вигляді  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Вкажіть вираз для повної енергії точки, що коливається.
- 1)  $\frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$
  - 2)  $\frac{kA^2}{2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$
  - 3)  $\frac{kA^2}{2}$
  - 4)  $\frac{2\pi A}{T} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
  - 5)  $\frac{4\pi^2 Am}{T^2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
23. При додаванні двох однаково напрямлених гармонічних коливань з однаковими частотами результуюче коливання ...
- 1) має ту ж частоту, але нову амплітуду і нову початкову фазу.
  - 2) збільшує частоту в 2 рази, не змінюючи амплітуди.
  - 3) збільшує амплітуду в 2 рази, не змінюючи частоти.

- 4) має ту ж частоту; початкову фазу, рівну нулю, і амплітуду, яка дорівнює сумі амплітуд коливань, що складаються.
24. Биттям називають коливання, які виходять в результаті ...
- 1) додавання коливань одного напрямку з однаковими частотами, але різними амплітудами.
  - 2) додавання гармонічних коливань, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках.
  - 3) додавання гармонічних коливань одного напрямку з різними, але близькими частотами.
25. Тіло, що бере участь в двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, описує замкнену фігуру Ліссажу, якщо ...
- 1) частоти коливань однакові;
  - 2) частоти коливань кратні;
  - 3) частоти коливань різні (довільні);
  - 4) амплітуди коливань однакові;
  - 5) початкові фази коливань різні.
26. Додаються два коливання одного напрямку і однакової частоти. Амплітуда результуючого коливання буде найбільшою, якщо різниця фаз коливань, що складаються, дорівнює ...
- 1)  $\Delta\varphi=\pi/4$
  - 2)  $\Delta\varphi=3\pi/4$
  - 3)  $\Delta\varphi=\pi/2$
  - 4)  $\Delta\varphi=\pi$
27. Додаються два коливання одного напрямку і однакової частоти. Амплітуда результуючого коливання дорівнює сумі амплітуд коливань, що складаються, якщо різниці фаз дорівнює ...
- 1) 0
  - 2)  $\pi/2$
  - 3)  $\pi$
  - 4)  $3\pi/2$
  - 5)  $2\pi$
  - 6)  $2,5\pi$
  - 7)  $4\pi$
  - 8)  $5\pi$
28. Додаються два взаємно перпендикулярних коливання однакової частоти з різними амплітудами ( $A_1 \neq A_2$ ). Різниця фаз коливань дорівнює  $\pi/2$ . Траєкторією руху при цьому є ...
- 1) пряма
  - 2) еліпс
  - 3) коло
  - 4) парабола
29. Додаються два взаємно перпендикулярних коливання однакової частоти. Різниця фаз коливань дорівнює  $\pi$ . Траєкторією руху при цьому є ...
- 1) пряма
  - 2) коло
  - 3) еліпс
  - 4) парабола
30. Згасаючими називаються коливання, при яких ...
- 1) амплітуда яких зменшується з часом.
  - 2) частота яких зменшується з часом.
  - 3) система, що коливається, піддається дії зовнішньої сили, що періодично змінюється.
31. Вкажіть диференціальне рівняння згасаючих коливань.
- 1)  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$
  - 2)  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f_0 \cos \Omega t$
  - 3)  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$
  - 4)  $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \varphi = 0$

32. Диференціальне рівняння згасаючих коливань має вигляд  $\frac{d^2x}{dt^2} + 0,8\frac{dx}{dt} + \frac{\pi^2}{4}x = 0$ . Коефіцієнт згасання коливань дорівнює ...  
 1).  $0,8 \text{ с}^{-1}$       2).  $0,4 \text{ с}^{-1}$       3).  $\pi/2 \text{ с}^{-1}$       4).  $\pi^2/4 \text{ с}^{-1}$
33. Вимушеними називаються коливання ...  
 1) в процесі яких амплітуда коливань зростає з часом.  
 2) в процесі яких система, що коливається, піддається дії зовнішньої сили, що періодично змінюється.  
 3) які відбуваються в системі, наданій самій собі після того, як вона була виведена з положення рівноваги.
34. Вкажіть диференціальне рівняння вимушених коливань.  
 1).  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0$     2).  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega^2x = f_0 \cos \Omega t$     3).  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = 0$
35. Коливання здійснюються в двох різних середовищах з коефіцієнтами опору  $r_1$  і  $r_2$  під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється  $F_{\text{вим}} = F_0 \cos \Omega t$ . При цьому  $r_1 > r_2$ . Вкажіть правильне співвідношення між резонансними амплітудами.  
 1.  $A_1 = A_2$       2.  $A_1 > A_2$       3.  $A_1 < A_2$
36. Диференціальне рівняння вимушених коливань тіла, що підвішене на пружині, має вигляд  $\frac{d^2x}{dt^2} + 0,3\frac{dx}{dt} + 4\pi^2x = 2 \sin 6\pi t$ . Частота сили, що періодично діє на тіло, дорівнює ...  
 1)  $2\pi$       2)  $6\pi$       3)  $4\pi^2$       4)  $0,3$
37. Резонанс в коливальній системі спостерігається, якщо ...  
 1) відсутнє тертя.  
 2) частота зовнішньої сили, що періодично діє, наближається до власної;  
 3) частота власних коливань не співпадає з частотою зовнішньої, періодично діючої сили.  
 4) діє будь-яка зовнішня сила.
38. Диференціальне рівняння вимушених коливань має вигляд:  $\frac{d^2x}{dt^2} + 10^{-5}\frac{dx}{dt} + 16\pi^2x = 2 \sin \Omega t$ . Резонанс коливань спостерігатиметься, якщо частота сили, що періодично діє, дорівнює ...  
 1)  $\approx 16\pi^2$       2)  $\approx 4\pi \cdot 10^{-5}$       3)  $\approx 10^{-5}$       4)  $\approx 4\pi$
39. Диференціальне рівняння вимушених коливань вантажу, підвішеного на пружині, має вигляд  $\frac{d^2x}{dt^2} + 0,3\frac{dx}{dt} + 4\pi^2x = 2 \sin 6\pi t$ . Резонансна частота дорівнює ...  
 1)  $\approx 6\pi$       2)  $\approx 4\pi^2$       3)  $\approx 2\pi$       4)  $0,15$

40. До складу коливального контуру входять ...  
1) конденсатор і резистор      2) котушка і резистор  
3) котушка і конденсатор      4) трансформатор і резистор
41. При вільних електромагнітних коливаннях ...  
1) амплітуда коливань напруги на конденсаторі зростає  
2) заряд пластини конденсатора періодично змінює знак  
3) енергія коливань зростає  
4) частота коливань поступово збільшується
42. Вкажіть, яку характеристику вільних електромагнітних коливань можна обчислити як  $2\pi\sqrt{LC}$ .  
1) циклічну частоту      2) амплітуду  
3) частоту      4) період
43. До коливального контуру входить конденсатор ємністю  $C$ . Якщо даний конденсатор замінити конденсатором ємністю  $4C$ , то частота коливань в контурі ...  
1) зменшиться в 4 рази      2) збільшиться в 2 рази  
3) зменшиться в 2 рази      4) збільшиться в 4 рази
44. До коливального контуру входить конденсатор ємністю  $C$ . Щоб період вільних електромагнітних коливань в контурі збільшився в 3 рази, треба ємність конденсатора ...  
1) зменшити в 9 разів      3) зменшити в 3 рази  
2) збільшити в 9 разів      4) збільшити в 3 рази
45. Заряд на пластинах конденсатора змінюється з часом згідно із законом  $q(t) = 5 \cdot 10^{-5} \cos 200\pi t$ . Сила струму в коливальному контурі при цьому змінюється за законом ...  
1)  $i(t) = 5 \cdot 10^{-5} \sin 200\pi t$       2)  $i(t) = -10^{-2} \pi \cos 200\pi t$   
3)  $i(t) = 10^{-2} \pi \cos 200\pi t$       4)  $i(t) = -10^{-2} \pi \sin 200\pi t$
46. При резонансі в коливальному контурі різко зростає ...  
1) частота змінного струму.      2) амплітудне значення струму.  
3) циклічна частота змінного струму.      4) період змінного струму.
47. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C$  і котушки індуктивністю  $L$ . Якщо і ємність конденсатора, і індуктивність котушки збільшити в 3 рази, то період електромагнітних коливань в цьому контурі ...  
1) збільшиться в 3 рази.      2) зменшиться в 3 рази.  
3) не зміниться.      4) збільшиться в 9 разів.
48. Щоб частота власних електромагнітних коливань в контурі збільшилася в 3 рази, індуктивність  $L$  котушки в коливальному контурі треба ...  
1) зменшити в 9 разів.      2) збільшити 3 рази.  
3) зменшити в 3 рази.      4) збільшити в 9 разів.

49. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C$  і котушки індуктивністю  $L$ . Якщо ємність конденсатора збільшити в 2 рази, а індуктивність котушки зменшити в 2 рази, то період електромагнітних коливань в цьому контурі ...
- 1) збільшиться в 4 рази.
  - 2) збільшиться в 2 рази.
  - 3) не зміниться.
  - 4) зменшиться в 4 рази.
50. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин. *Приклад*: сила –  $F$  – Н (ньютон).  
Період, частота коливань, фаза коливань, коефіцієнт згасання, логарифмічний декремент згасання, добротність коливальної системи.

### ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ХВИЛІ»

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань за темою “Хвилі”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви дали

- 1) Більше 30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
  - 2) 25-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
  - 3) 20-25 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
  - 4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал.
- Прочитайте його ще раз.

1. Поздовжніми хвилями є ...
  - 1) електромагнітні хвилі.
  - 2) звукові хвилі в газах.
  - 3) хвилі на поверхні води.
  - 4) звукові хвилі в рідинах.
2. Поперечними хвилями є ...
  - 1) електромагнітні хвилі.
  - 2) звукові хвилі в газах.
  - 3) хвилі на поверхні води.
  - 4) звукові хвилі в рідинах.
3. Поперечні пружні хвилі виникають ...
  - 1) у газах і рідинах.
  - 2) тільки у твердих тілах.
  - 3) у рідинах і твердих тілах.
4. Довжиною хвилі називається ...
  - 1) відстань, яку проходить фронт хвилі протягом одного періоду.
  - 2) відстань між двома точками, що коливаються з різницею фаз  $\pi$ .
  - 3) відстань, яку проходить хвиля за одиницю часу.
  - 4) відстань між двома сусідніми точками, які коливаються в однакових фазах.
5. Вкажіть рівняння, яке називається хвильовим рівнянням.
  - 1)  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \omega^2 \xi = 0$
  - 2)  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$
  - 3)  $\xi(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$
  - 4)  $\xi(x, t) = a \cos(\omega t - kx)$

6. Вкажіть рівняння плоскої монохроматичної хвилі.

1)  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ .

2)  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \omega^2 \xi = 0$ .

3)  $\xi(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$ .

4)  $\xi(x, t) = a \cos(\omega t - kx)$ .

7. Фазовою швидкістю хвиль називається ...

1) швидкість переміщення фазової площини.

2) швидкість розповсюдження результуючих коливань, що вийшли при складанні декількох хвиль.

3) швидкість розповсюдження окремої хвилі в середовищі.

4) швидкість зміни фази коливань точки середовища, в якому розповсюджується хвиля.

8. Груповою швидкістю хвиль називається ...

1) середня швидкість розповсюдження хвиль в даному середовищі.

2) швидкість розповсюдження енергії, що переноситься групою хвиль (хвилевим імпульсом).

3) швидкість розповсюдження результуючих коливань, що виникли при додаванні декількох хвиль.

4) швидкість зміни фази коливань точки середовища, в якому розповсюджується хвиля.

9. При зменшенні періоду коливань джерела в 2 рази довжина хвилі ...

1) збільшується в 4 рази.

2) зменшується в 4 рази.

3) не змінюється.

4) зменшується в 2 рази.

5) збільшується в 2 рази.

10. Відстань між вузлом стоячої хвилі і сусідньою з ним пучністю дорівнює ...

1)  $0,5\lambda$

2)  $\lambda$

3)  $0,25\lambda$

4)  $0,75\lambda$

5)  $2\lambda/3$

11. Чисельне значення густини потоку енергії хвилі (вектора Умова) визначається ...

1) енергією, що переноситься хвилею крізь одиничну площу.

2) енергією, що переноситься хвилею крізь дану площу за одиницю часу.

3) енергією, що переноситься хвилею за одиницю часу крізь одиничну площу.

4) енергією, що переноситься хвилею за одиницю часу крізь одиничну площу, розташовану перпендикулярно до напрямку розповсюдження хвилі.

12. Гучність звуку залежить ...

1) від частотного складу звуку.

2) від амплітуди коливання частинок середовища, в якому розповсюджується звук.

3) від суб'єктивного сприйняття частоти звуку.

4) від частоти коливання частинок середовища, в якому розповсюджується звук.

13. Висота звуку визначається ...
- 1) амплітудою коливання частинок середовища, в якому розповсюджується звук.
  - 2) суб'єктивним відчуттям інтенсивності звукової хвилі.
  - 3) частотним складом звуку.
  - 4) частотою основного тону звуку.
14. Тембр звуку визначається ...
- 1) частотою основного тону.
  - 2) частотним складом звуку.
  - 3) амплітудою основного тону.
  - 4) інтенсивністю звуку.
15. Областю чутності називається ...
- 1) діапазон гучності звуків, що сприймаються людиною.
  - 2) інтервал частот звуків, що сприймаються людиною.
  - 3) сприйманий людиною частотний склад звуку.
  - 4) діапазон звуків, обмежений границями частот і інтенсивності, який сприймається людиною.
16. До ультразвуків відносять звуки ...
- 1) інтенсивність яких перевищує поріг чутності.
  - 2) інтенсивність яких менше порогу чутності.
  - 3) частота яких знаходиться в інтервалі від 20 до 20 000 Гц.
  - 4) частота яких більше 20 000 Гц.
  - 5) частота яких менше 20 Гц.
17. До інфразвуків відносять звуки ...
- 1) інтенсивність яких перевищує поріг чутності
  - 2) інтенсивність яких менше порогу чутності
  - 3) частота яких знаходиться в інтервалі від 20 до 20 000 Гц
  - 4) частота яких більше 20 000 Гц
  - 5) частота яких менше 20 Гц.
18. Ефект Доплера полягає ...
- 1) у зміні інтенсивності хвилі унаслідок поглинання в однорідному середовищі.
  - 2) у зміні частоти хвилі, що реєструється приймачем, яке відбувається унаслідок руху джерела цих хвиль і приймача.
  - 3) у зміні фази хвилі, що реєструється приймачем, яке відбувається унаслідок руху джерела цих хвиль.
19. Електромагнітними хвилями є ...
- |                |                  |                   |
|----------------|------------------|-------------------|
| 1) світлові.   | 2) ультразвуків. | 3) рентгенівські. |
| 4) радіохвилі. | 5) звукові.      | 6) сейсмічні.     |
20. Вкажіть перелік, в якому електромагнітні хвилі перераховані в порядку зменшення їх довжин.
- 1) Радіохвилі, інфрачервоні, світлові.



- 2) Ультрафіолетові, світлові, радіохвилі.
  - 3) Радіохвилі, хвилі гамма-випромінювання, інфрачервоні.
  - 4) Світлові, рентгенівські, хвилі гамма-випромінювання.
21. Вкажіть перелік, в якому електромагнітні хвилі перераховані в порядку зростання їх довжини.
- 1) Радіохвилі, інфрачервоні, світлові.
  - 2) Ультрафіолетові, світлові, радіохвилі.
  - 3) Світлові, рентгенівські, хвилі гамма-випромінювання.
  - 4) Рентгенівські, ультрафіолетові, інфрачервоні.
22. Вкажіть перелік, в якому електромагнітні хвилі перераховані в порядку зменшення їх частот.
- 1) Радіохвилі, інфрачервоні, світлові.
  - 2) Ультрафіолетові, світлові, радіохвилі.
  - 3) Радіохвилі, хвилі гамма-випромінювання, інфрачервоні.
  - 4) Світлові, рентгенівські, хвилі гамма-випромінювання.
23. Умовами виникнення електромагнітних хвиль є ...
- 1) зміна в часі магнітного поля
  - 2) наявність провідників з постійним струмом
  - 3) наявність електростатичного поля
  - 4) зміна в часі електричного поля.
24. Електромагнітні хвилі мають наступні властивості.
- 1) Хвилі є поперечними.
  - 2) Хвилі є поздовжніми.
  - 3) Хвилі можуть розповсюджуватися у вакуумі.
  - 4) При розповсюдженні хвиль відбувається коливання частинок середовища.
25. Електромагнітна хвиля розповсюджується у вакуумі. Виберіть правильне твердження.
- 1) Для розповсюдження електромагнітних хвиль потрібне пружне середовище.
  - 2) Швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі залежить від довжини хвилі.
  - 3) Період хвилі назад пропорційний її частоті.
  - 4) Частота коливань електричного поля хвилі в два рази вища за частоту коливань її магнітного поля.
26. Напруженість електричного поля електромагнітної хвилі у вакуумі в деякій точці змінюється від максимального значення до нуля за 1 мкс. Довжина хвилі дорівнює ...
- 1) 300 м
  - 2) 600 м
  - 3) 900 м
  - 4) 1200 м
27. Чисельне значення вектора Пойнтінга визначається ...
- 1) потоком енергії електромагнітної хвилі.

- 2) енергією, що переноситься електромагнітною хвилею за одиницю часу крізь одиничну площу, перпендикулярний до напрямку розповсюдження хвилі.
- 3) енергією, що переноситься електромагнітними хвилями крізь дану площину.
- 4) енергією електромагнітної хвилі.

28. З першого рівняння Максвелла  $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$  випливає, що ...

- 1) у просторі, де змінюється електричне поле, виникає вихрове магнітне.
- 2) у просторі, де змінюється магнітне поле, виникає вихрове електричне.
- 3) у природі не існують одиничні магнітні заряди.
- 4) швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль співпадає із швидкістю світла.

29. З другого рівняння Максвелла  $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left( \vec{j}_{\text{пров}} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{s}$  випливає, що ...

- 1) у просторі, де змінюється електричне поле, виникає вихрове магнітне.
- 2) у просторі, де змінюється магнітне поле, виникає вихрове електричне.
- 3) у природі не існують одиничні магнітні заряди.
- 4) швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль співпадає із швидкістю світла.

30. Вкажіть рівняння Максвелла, яке відображає той факт, що в просторі, де змінюється електричне поле, виникає вихрове магнітне поле.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$ | 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left( \vec{j}_{\text{пров}} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{s}$ |
| 3) $\oiint_S \vec{D} d\vec{s} = \sum_{k=1}^N q_k$                                     | 4) $\oiint_S \vec{B} d\vec{s} = 0$   |
| 5) $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$   | 6) $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$ 7) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  |

31. Вкажіть рівняння Максвелла, яке відображає той факт, що в просторі, де змінюється магнітне поле, виникає вихрове електричне поле.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$ | 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left( \vec{j}_{\text{пров}} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{s}$ |
| 3) $\oiint_S \vec{D} d\vec{s} = \sum_{k=1}^N q_k$                                     | 4) $\oiint_S \vec{B} d\vec{s} = 0$   |
| 5) $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$   | 6) $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$ 7) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  |

32. Вкажіть рівняння Максвелла, яке відображає той факт, що в природі не існують одиничні магнітні заряди.

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$ | 2) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left( \vec{j}_{\text{пров}} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{s}$ |
|---|--|

$$3) \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{k=1}^N q_k$$

$$4) \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$5) \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$6) \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$7) \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

33. З системи рівнянь Максвелла випливає наступне твердження:

- 1) Навколо рухомих заряджених частинок виникає магнітне поле.
- 2) Навколо заряджених частинок або тіл існує електричне поле.
- 3) Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль співпадає із швидкістю світла.
- 4) Якщо в якомусь місці простору електричне або магнітне поле змінюється, то в навколишньому просторі розповсюджуватиметься електромагнітна хвиля.

34. Діапазон видимого світла на шкалі електромагнітних хвиль розташований ...

- 1) між радіохвилями і інфрачервоним випромінюванням
- 2) між інфрачервоним і ультрафіолетовим випромінюванням
- 3) між ультрафіолетовим і рентгенівським випромінюванням
- 4) між рентгенівським і гамма-випромінюванням.

35. Вкажіть правильне твердження.

- 1) Світлові хвилі розповсюджуються тільки у вакуумі.
- 2) Під час переходу світлових хвиль з одного середовища в інше змінюється їх частота.
- 3) Для розповсюдження світлових хвиль обов'язково потрібне пружне середовище.
- 4) Під час переходу світлових хвиль з одного середовища в інше змінюється їх довжина хвилі.

36. Індуктивність котушки пропорційна квадрату числа її витків. Щоб в 2 рази збільшити довжину хвилі, на яку налаштований контур, треба число витків котушки електричного коливального контуру ...

- 1) зменшити в 4 рази.
- 2) збільшити в 4 рази.
- 3) збільшити в 2 рази.
- 4) зменшити в 2 рази.

37. Радіохвилі і світлові хвилі мають ...

- 1) однаковий діапазон частот.
- 2) однакову природу.
- 3) однакову проникаючу здатність.
- 4) однакову швидкість розповсюдження.
- 5) однаково виражені квантові властивості.

38. Швидкість світла в даному середовищі визначається за формулою:

$$1) v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad 2) v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu}} \quad 3) v = \frac{2\pi R}{T} \quad 4) v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad 5) v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

39. Швидкість світла в даному середовищі залежить від ...
- 1) густини середовища.
  - 2) температури.
  - 3) тиску.
  - 4) магнітних властивостей середовища.
  - 5) електричних властивостей середовища.
40. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин. *Приклад:* сила –  $F$  – Н (ньютон).  
Довжина хвилі, потік енергії, щільність потоку енергії, інтенсивність хвилі, гучність звуку.

## КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Коливання»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	1	11	1	21	4	31	3	41	2
2	3	12	1	22	3	32	2	42	4
3	2	13	3	23	1	33	2	43	3
4	3	14	4	24	3	34	2	44	2
5	4	15	1	25	2	35	3	45	4
6	4	16	2	26	1	36	2	46	2
7	3	17	2	27	1,5,7	37	2	47	1
8	2	18	1	28	2	38	4	48	1
9	3,1,6	19	5	29	1	39	3	49	3
10	3	20	2	30	1	40	3	50	-

## КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Хвилі»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	2,4	9	4	17	5	25	3	33	4
2	1	10	3	18	2	26	4	34	2
3	2	11	4	19	1,3,4	27	2	35	4
4	1,4	12	2	20	1,4	28	2	36	2
5	2	13	4	21	2,4	29	1	37	2,4
6	4	14	2	22	1,2	30	2	38	1
7	1	15	4	23	1,4	31	1	39	4,5
8	2	16	4	24	1,3	32	4	40	-

## ЧАСТИНА 2. ХВИЛЬОВА І КВАНТОВА ОПТИКА

### §16 Попередні відомості

**Оптика** – це розділ фізики, в якому вивчаються властивості світла, його фізична природа і взаємодія з речовиною. Під світлом в оптиці розуміють електромагнітні хвилі з частотою  $\nu$  від  $1,5 \cdot 10^{11}$  до  $3 \cdot 10^{16}$  Гц, відповідні інфрачервоному випромінюванню, видимому світлу і ультрафіолетовому випромінюванню. Цю область частот прийнято називати **оптичною областю спектру** електромагнітного випромінювання. Їй відповідають довжини хвиль  $\lambda$  від  $2 \cdot 10^{-3}$  до  $10^{-8}$  м. Видимому світлу відповідають довжини хвиль від  $3,8 \cdot 10^{-7}$  до  $7,6 \cdot 10^{-7}$  м. Виділення цієї частини спектру електромагнітних хвиль в окрему область обумовлене спільністю методів їх експериментального і теоретичного дослідження. У оптичній області спектру частота  $\nu$  вже порівняна з власними частотами коливань атомів і молекул, тому тут істотні явища, обумовлені атомістичною будовою речовини. Разом з хвильовими властивостями в цій області випромінювання виявляються і квантові властивості світла.

Таким чином, з погляду сучасних уявлень світло має подвійну природу, тобто йому властивий корпускулярно-хвильовий дуалізм.

#### 16.1 Деякі відомості з геометричної оптики

**Геометричною оптикою** називають частину оптики, в якій вивчаються закони поширення світла в прозорих середовищах на основі уявлення про нього, як про сукупність світлових променів. Під променем розуміють лінію, уздовж якої поширюється енергія електромагнітної хвилі.

Основу геометричної оптики утворюють чотири закони: 1) закон прямолінійного поширення світла; 2) закон незалежності світлових променів; 3) закон відбиття світла; 4) закон заломлення світла.

Закон прямолінійного поширення світла: **у однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно**. Цей закон є наближеним: при проходженні світла через дуже малі отвори спостерігаються відхилення від прямолінійності, тим більші, чим менше отвір.

Закон незалежності світлових променів: **світлові промені, поширюючись у просторі, при перетині не впливають один на одного**. Перетини променів не заважають кожному з них поширюватися незалежно один від одного. Цей закон справедливий при не дуже великій інтенсивності світла. При інтенсивності, що досягається за допомогою лазерів, незалежність світлових променів перестає дотримуватися.

При падінні променів світла на межу розділу двох середовищ відбуваються явища відбивання і заломлення світлових променів (рис. 16.1).

**Кутом падіння** називають кут  $\alpha$  між падаючим променем А світла і перпендикуляром до межі розділу двох середовищ, проведеним у точку падіння О.

**Кутом відбивання** називають кут  $\gamma$  між відбитим променем В світла і перпендикуляром до відбивної поверхні, проведеним у точку падіння 0.

Закони відбивання світла: 1) **кут падіння  $\alpha$  дорівнює куту відбивання  $\gamma$** ; 2) **падаючий промінь А, відбитий промінь В і перпендикуляр до відбивної поверхні, проведений у точку падіння 0 лежать в одній площині.**

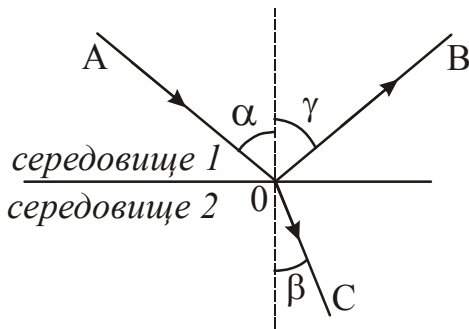


Рисунок 16.1

**Кутом заломлення** називають кут  $\beta$  між променем С, що пройшов через межу розділу двох середовищ, і перпендикуляром до межі, проведеним у точку заломлення 0 (рис. 16.1).

Закони заломлення Снелліуса\*:

1) **заломлений промінь С, падаючий промінь А і перпендикуляр до поверхні розділу середовищ, проведений у точку падіння 0, лежать в одній площині;**

2) **відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величиною сталою для двох даних середовищ:**

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}. \quad (16.1)$$

Величина  $n_{21}$  називається **відносним показником заломлення** середовища 2 відносно середовища 1. Відносний показник заломлення  $n_{21}$  дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення  $n_2$  і  $n_1$  цих середовищ:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (16.2)$$

**Абсолютним показником заломлення** середовища називається показник заломлення середовища відносно вакууму. Він дорівнює відношенню швидкості світла у вакуумі до швидкості світла в даному середовищі:

$$n = \frac{c}{v}, \quad (16.3)$$

де  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла у вакуумі,  $v$  – швидкість світла у даному середовищі.

Якщо  $n_2 > n_1$ , то середовище 2 називається оптично густішим в порівнянні з середовищем 1. Якщо  $n_2 < n_1$ , то середовище 2 називається оптично менш густішим в порівнянні з середовищем 1.

Наслідки з закону Снелліуса:

1. Під час переходу променя світла з середовища оптично менш густішого в оптично більш густіше ( $n_2 > n_1$ ) кут заломлення  $\beta$  менше кута падіння  $\alpha$ . Заломлений промінь С в точці падіння променя відхиляється у бік перпендикуляра до межі розділу двох середовищ (рис. 16.1).

2. Під час переходу променя світла з середовища оптично більш густішого в оптично менш густіше середовище ( $n_2 < n_1$ ) кут заломлення  $\beta$  більше кута падіння  $\alpha$ . Заломлений промінь С в точці падіння променя відхиляється від перпендикуляра до межі розділу двох середовищ.

Під час збільшення кута падіння  $\alpha$  кут заломлення  $\beta$  зростає, залишаючись весь час більше кута  $\alpha$ . Нарешті, при деякому куті падіння значення кута заломлення наблизиться до  $90^\circ$  і заломлений промінь піде майже по межі розділу середовищ (рис. 16.2а). Кут падіння  $\alpha_{\text{пр}}$ , відповідний куту заломлення  $\beta=90^\circ$ , називається **граничним кутом повного відбивання**. Він визначається з умови:

$$\sin \alpha_{\text{гр}} = n_{21} \cdot \quad (16.4)$$

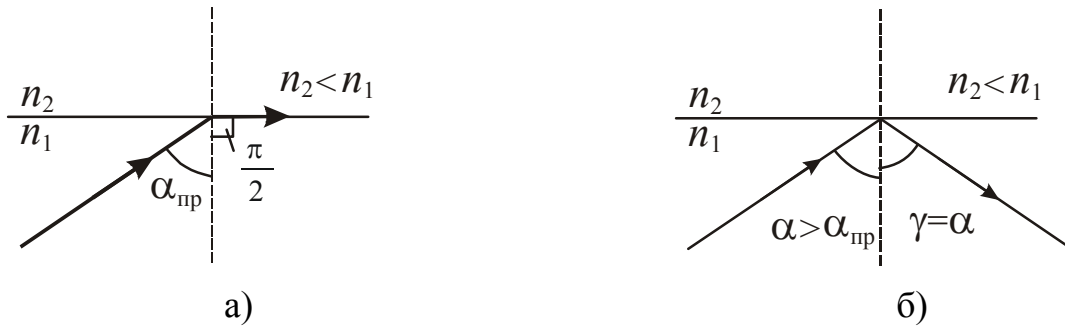


Рисунок 16.2

Якщо  $\alpha > \alpha_{\text{гр}}$ , то відбувається **повне внутрішнє відбивання** (рис. 16.2б).

### 16.2 Фотометричні величини

Розділ оптики, в якому розглядаються питання вимірювання енергії, що переноситься електромагнітними хвилями оптичного діапазону, називається **фотометрією**.

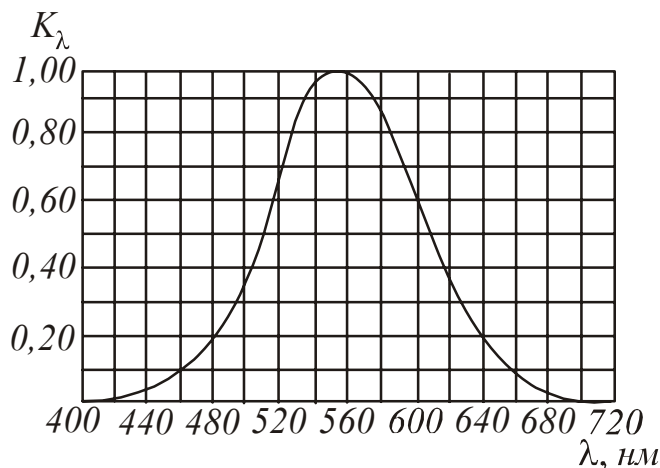


Рисунок 16.3

носна спектральна чутливість ока  $K_\lambda$ .

Наше око сприймає з усього діапазону електромагнітних хвиль лише вузьку ділянку, звану видимим світлом. Цій ділянці відповідають довжини хвиль від 380 нм до 760 нм. Чутливість ока до світла з різними довжинами хвиль не однакова. Вона має максимум при  $\lambda=555$  нм (зелена частина спектру) і швидко спадає до нуля при віддаленні від цього максимуму (рис. 16.3). На цьому графіку по горизонтальній осі відкладена довжина хвилі  $\lambda$ , по вертикальній – від-

**Відносна спектральна чутливість  $K_\lambda$**  – це відношення чутливості при даній довжині хвилі до чутливості при  $\lambda=555$  нм. Для довжини хвилі  $\lambda=555$  нм  $K_\lambda$  дорівнює одиниці. При тому ж потоці енергії оцінювана зорова інтенсив-

ність світла для інших хвиль виявляється меншою. Відповідно,  $K_\lambda$  для цих довжин хвиль менше одиниці.

Значення відносної спектральної чутливості обернено пропорційно значенням потоків енергії, які викликають однакове за інтенсивністю зорове відчуття:

$$\frac{K_{\lambda_1}}{K_{\lambda_2}} = \frac{d\Phi_{e_2}}{d\Phi_{e_1}}, \quad (16.5)$$

де  $d\Phi_e$  – потік енергії, що випромінюється в інтервалі довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ .

Наприклад, якщо  $K_\lambda=0,5$ , це означає, що для отримання зорового відчуття такої ж інтенсивності світло даної довжини хвилі повинне мати густину потоку енергії в два рази більшу, ніж світло з  $K_\lambda=1,0$ .

У зв'язку з такими особливостями ока кількісні характеристики світлових пучків оцінюються не за енергією, яку вони переносять, а за зоровим відчуттям.

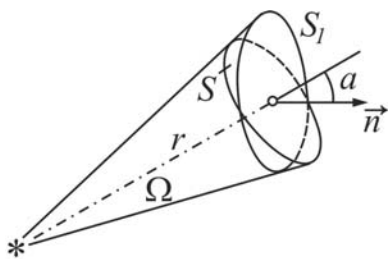


Рисунок 16.4

Спочатку введемо таке геометричне поняття, як тілесний кут.

**Тілесний кут** – це кут, який утворений конічною поверхнею і чисельно дорівнює відношенню площини  $S$ , що вирізується цим конусом на поверхні сфери радіусом  $r$ , до квадрата радіусу цієї сфери (рис. 16.4):

$$\Omega = \frac{S}{r^2}. \quad (16.6)$$

Тілесний кут вимірюється в стерadianах (ср).

Якщо тілесний кут спирається на деяку площину  $S_1$ , нормаль до якої складає кут  $\alpha$  з радіусом (див. рис. 16.4), то

$$\Omega = \frac{S_1 \cos \alpha}{r^2}. \quad (16.7)$$

Повний тілесний кут навколо точки дорівнює  $4\pi$  стерadian.

Для характеристики інтенсивності світла з урахуванням його здатності викликати зорове відчуття вводиться величина  $\Phi$ , яку називають світловим потоком.

**Світловий потік** ( $\Phi$ ) – це фізична величина, яка дорівнює потужності видимої частини випромінювання, що поширюється усередині даного тілесного кута і оцінюється за дією цього випромінювання на нормальне око.

Для інтервалу  $d\lambda$  світловий потік визначається як добуток потоку енергії на відповідне значення функції  $K_\lambda$ :

$$d\Phi = K_\lambda d\Phi_e. \quad (16.8)$$

Повний світловий потік дорівнює

$$\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K_\lambda d\Phi_e. \quad (16.9)$$

де  $d\Phi_e$  – потік енергії, що випромінюється в інтервалі довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ .



Джерело світла, розмірами якого можна нехтувати порівняно з відстанню від місця спостереження до джерела, називається **точковим**. Точкові джерела характеризують силою світла.

**Сила світла** ( $I$ ) точкового джерела в даному напрямі – це фізична величина, яка дорівнює світловому потоку, що припадає на одиницю тілесного кута:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (16.10)$$

Сила світла вимірюється в канделах. Кандела (кд) є однією з основних одиниць Міжнародної системи (СІ).

**Кандела** дорівнює силі світла в заданому напрямі джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, сила випромінювання якого в заданому напрямі складає  $1/683$  Вт/ср (ср – стерadian).

Якщо точкове джерело випромінює рівномірно по всіх напрямках, то воно називається **ізотропним**. Для ізотропного джерела виконується наступне співвідношення:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad (16.11)$$

де  $\Phi$  – повний світловий потік, що випромінюється джерелом. На підставі цього співвідношення вводиться одиниця вимірювання світлового потоку – люмен.

**Люмен** (лм) дорівнює світловому потоку, що випромінюється ізотропним джерелом з силою світла в 1 кд в межах тілесного кута в 1 стерadian.

Досвідченим шляхом встановлено, що світловому потоку в 1 лм, утвореному випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda = 555$  нм, відповідає потік енергії в 0,0016 Вт. Світловому потоку в 1 лм, утвореному випромінюванням з іншою, відповідає потік енергії

$$\Phi_{\lambda} = 0,0016 / K_{\lambda} \quad \text{Вт}. \quad (16.12)$$

**Освітленість** ( $E$ ) – фізична величина, яка дорівнює відношенню світлового потоку до площі освітлюваної поверхні:

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (16.13)$$

Освітленість вимірюється в люксах.

**Люкс** (лк) – це освітленість, що створюється світловим потоком 1 лм, рівномірно розподіленим на площі  $1 \text{ м}^2$ .

Якщо поверхня освітлюється точковим джерелом, то освітленість в кожній точці поверхні може бути різною. Її можна виразити через силу світла  $I$ , відстань  $r$  від поверхні і кут  $\alpha$  між нормаллю до поверхні  $\vec{n}$  і напрямом на джерело:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}. \quad (16.14)$$

Записане співвідношення називають законом зворотних квадратів.

## Розділ 4. Хвильова оптика

**Хвильова оптика** – розділ фізики, що вивчає оптичні явища, в яких виявляється хвильова природа світла. До них відносяться інтерференція, дифракція, поляризація. В основі хвильової оптики лежать рівняння Максвелла і висновки з них для електромагнітних хвиль. У класичній хвильовій оптиці розглядаються середовища, лінійні за своїми оптичними властивостями, тобто такі, для яких діелектрична  $\epsilon$  і магнітна  $\mu$  проникність не залежать від інтенсивності світла. Для таких середовищ справедливий принцип суперпозиції.

В електромагнітній хвилі коливаються вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ . Як показує дослід, фізіологічне, фотохімічне, фотоелектричне і інші дії світла викликаються коливаннями вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}$ . Тому вектор напруженості електричного поля називають **світловим вектором**.

### §17 Інтерференція світла

#### 17.1 Інтерференція. Когерентність

**Інтерференція світла** – це явище накладання когерентних світлових хвиль, в результаті якого відбувається перерозподіл енергії світлового поля, тобто утворюються світлі ділянки (максимуми) і темні ділянки (мінімуми) інтерференційної картини.

**Когерентні хвилі** – хвилі, що мають однакову частоту і приходять в дану точку простору з різницею фаз, яка не змінюється з часом.

Світло від звичайних джерел є некогерентним. Причини цього знаходяться в самому механізмі випромінювання світла атомами (молекулами, іонами) джерела світла. Збуджений атом випромінює протягом дуже короткого проміжку часу ( $t \sim 10^{-8}$  с), після чого він, витративши свою надмірну енергію на випромінювання, повертається у нормальний (незбуджений) стан. Через деякий час атом може знову збудитися, отримавши енергію ззовні, і почати випромінювати. Таке переривисте випромінювання світла атомами у вигляді окремих короткочасних імпульсів характерне для будь-якого джерела світла незалежно від виду конкретних процесів, що відбуваються в ньому. При спонтанному (мимовільному) випромінюванні атоми випромінюють незалежно один від одного з випадковими початковими фазами, що хаотично змінюються від одного акту випромінювання до іншого. Тому спонтанно випромінюючі тіла є некогерентними джерелами.

Для отримання когерентних світлових хвиль застосовують метод розділення світла від одного джерела на дві або декілька хвиль. У кожній з них представлено випромінювання одних і тих же атомів джерела, так що ці системи хвиль когерентні між собою. Потім хвилі проходять або різні відстані, або йдуть в різних середовищах, після чого їх знов накладають. Різниця довжин оптичних шляхів (див. п. 17.2) інтерферуючих хвиль не повинна бути дуже великою.

Розділення світла можна здійснити шляхом його відбивання або заломлення. Один із способів отримання когерентних хвиль показаний на рис. 17.1. На шляху джерела світла розміщують діафрагму Д, яка виділяє вузький пучок. Потім цей пучок розділяють на два за допомогою перешкоди П з двома маленькими отворами. Інтерференційну картину спостерігають на екрані Е.

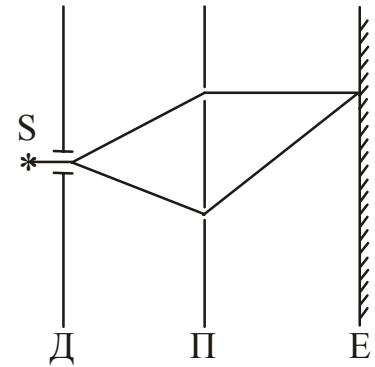


Рисунок 17.1

### 17.2 Умови максимумів і мінімумів інтерференції

Розглянемо накладення двох світлових хвиль, збуджених когерентними джерелами  $S_1$  і  $S_2$ , в точці М (рис. 17.2). Ці хвилі описуються рівняннями:

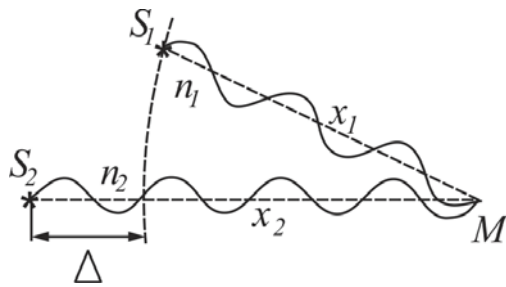


Рисунок 17.2

$$E_1(t, x_1) = A_1 \cos(\omega t - kx_1) \quad (17.1)$$

$$E_2(t, x_2) = A_2 \cos(\omega t - kx_2) \quad (17.2)$$

Амплітуду результуючого коливання визначимо методом векторних діаграм:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \quad (17.3)$$

Як відомо, інтенсивність хвилі пропорційна квадрату амплітуди  $I \sim A^2$  (див. §9, п. 9.3). З урахуванням цього в співвідношенні (17.3) замінимо амплітуди через інтенсивності і отримаємо:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\varphi \quad (17.4)$$

Проаналізуємо (17.4). Якщо хвилі некогерентні, то  $\Delta\varphi$  безперервно змінюється, а  $\cos \Delta\varphi$  прийматиме з рівною імовірністю будь-які значення від  $-1$  до  $+1$ . Середнє значення  $\cos \Delta\varphi$  за часом дорівнює нулю. Звідси можна зробити висновок, що при накладенні некогерентних хвиль результуюча інтенсивність світлової хвилі дорівнює сумі інтенсивностей, що створює кожна з хвиль окремо:

$$I = I_1 + I_2 \quad (17.5)$$

Якщо хвилі когерентні, то  $\cos \Delta\varphi$  має сталі в часі (але своє для кожної точки простору) значення. Якщо,  $\cos \Delta\varphi > 0$ , то  $I > I_1 + I_2$ ; якщо  $\cos \Delta\varphi < 0$ , то  $I < I_1 + I_2$ . Таким чином, при накладенні когерентних хвиль відбувається перерозподіл енергії, в результаті якого в одних областях хвильового поля інтенсивність хвилі посилюється (виникають максимуми), а в інших – інтенсивність зменшується (виникають мінімуми).

Встановимо, які умови спостереження максимумів і мінімумів.

1. Інтенсивність максимальна, якщо у виразі (17.4),  $\cos \Delta\varphi = 1$ , або

$$\Delta\varphi = 2m\pi, \quad (17.6)$$

де  $m=0, 1, 2, 3, \dots$ , тобто ціле число. Число  $m$  називається порядком максимуму. Умова (17.6) є умовою максимумів інтерференції.

2. Інтенсивність мінімальна, якщо у виразі (17.4)  $\cos \Delta\varphi = -1$ , або

$$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi \quad (17.7)$$

де  $m=0, 1, 2, 3, \dots$ . Умова (17.7) є умовою мінімумів інтерференції.

Умовам максимумів і мінімумів можна надати іншого вигляду. Для цього знайдемо різницю фаз хвиль, що описуються рівняннями (17.1) і (17.2):

$$\Delta\varphi = \omega t - kx_1 - \omega t + kx_2 = k(x_2 - x_1). \quad (17.8)$$

Величину  $x_2 - x_1 = \Delta x$  називають **геометричною різницею ходу**.

$k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число.

Якщо інтерферуючі промені проходять через два однорідні середовища з різними показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$ , то замість геометричної різниці ходу  $\Delta x$  вводять поняття **оптичної різниці ходу**  $\Delta$  (рис. 17.2):

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1, \quad (17.9)$$

де  $L = n x$  – оптичний шлях в однорідному середовищі.

**Оптичний шлях** – це скалярна величина, яка чисельно дорівнює добутку показника заломлення середовища на геометричний шлях, пройдений хвилею.

Тоді, використовуючи співвідношення (17.6), (17.7), (17.8) і (17.9) і замінивши хвильове число через довжину хвилі, можна отримати:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (17.10)$$

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (17.11)$$

де  $m=0, 1, 2, \dots$  тобто ціле число.

Співвідношення (17.10) визначає **умову максимумів інтерференції**: максимум інтерференції спостерігається, якщо оптична різниця ходу двох хвиль дорівнює парному числу півхвиль.

Співвідношення (17.11) визначає **умову мінімумів інтерференції**: мінімум інтерференції спостерігається, якщо оптична різниця ходу двох хвиль дорівнює непарному числу півхвиль.

Отримані співвідношення можна представити у вигляді таблиці.

Таблиця 17.1. Умови максимумів і мінімумів інтерференції

Умова максимумів	$\Delta\varphi = 2m\pi$	$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$
Умова мінімумів	$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$	$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$

При відбиванні хвилі від оптично густішого середовища фаза коливань вектора  $\vec{E}$  змінюється на протилежну, тобто на  $\pi$ . Оптичний шлях при цьому змінюється на половину довжини хвилі.

$$L = nx - \frac{\lambda}{2}, \quad (17.12)$$

або

$$L = nx + \frac{\lambda}{2}. \quad (17.12a)$$

### §18 Інтерференція в тонких плівках

Інтерференцію світла можна спостерігати не тільки в лабораторії за допомогою спеціальних оптичних пристроїв, але і в природних умовах. Прикладом може бути веселкове забарвлення тонких плівок (мильних міхурів, плівок нафти або масла на поверхні води, прозорих плівок оксидів на поверхнях загартованих металевих деталей і тощо). Утворення частково когерентних хвиль при цьому відбувається через відбивання падаючого на плівку світла від верхньої і нижньої поверхонь плівки.

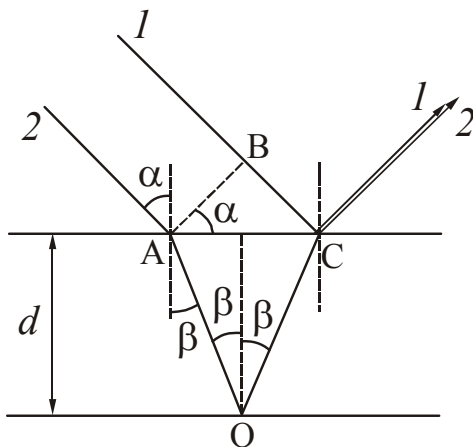


Рисунок 18.1

Розглянемо плоскопаралельну прозору плівку завтовшки  $d$ , на яку падає плоска монохроматична хвиля з довжиною хвилі  $\lambda$ . Припустимо, що по обидві сторони від плівки знаходиться одне і те ж середовище, наприклад, повітря (рис. 18.1). Хвилю можна розглядати як паралельний пучок променів. Плівка відкидає вгору два паралельні пучки: один утворюється за рахунок відбивання від верхньої грані, другий – за рахунок відбивання від нижньої грані (пучки на рис. 18.1 представлені променями).

Різниця ходу, що набувають промені 1 і 2 до того, як вони зійдуться в точці С, дорівнює

$$\Delta = (AO + OC) n - BC \quad (18.1)$$

де  $n$  – показник заломлення плівки.

З рисунка 18.1 випливає, що

$$AO + OC = 2d / \cos\beta, \quad (18.2)$$

$$BC = AC \sin\alpha = 2d \operatorname{tg}\beta \sin\alpha. \quad (18.3)$$

За законом заломлення

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n. \quad (18.4)$$

Підстановка співвідношень (18.2), (18.3) і (18.4) у формулу (18.1) і проведення математичних перетворень дасть наступний вираз:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (18.5)$$

У точці С відбивання хвилі відбувається від оптично густішого середовища, тому її фаза змінюється на  $\pi$ . У точці О відбивання відбувається від оптично менш густішого середовища, тому зміни фази не відбувається. У результаті між променями 1 і 2 виникає додаткова різниця фаз, яка дорівнює  $\pi$ . Її враховують, віднімаючи з оптичної різниці ходу  $\Delta$  половину довжини хвилі. В результаті отримаємо

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \quad (18.6)$$

З формули (18.6) випливає, що при сталих  $d$ ,  $n$ ,  $\alpha$  значення  $\Delta$  для всієї півки буде одним і тим же і інтенсивність відбитого від неї світла однакова для будь-якої точки поверхні. Інтерференційних смуг немає і залежно від значень  $\Delta$  інтенсивність відбитого світла або максимальна, або зменшується до нуля.

Для виникнення інтерференційних смуг у відбитому світлі необхідно, щоб або товщина півки  $d$ , або кут падіння  $\alpha$  для різних точок поверхні змінювалися. Відповідно, розглядаючи інтерференцію в тонких півках, розрізняють смуги рівного нахилу і смуги рівної товщини.

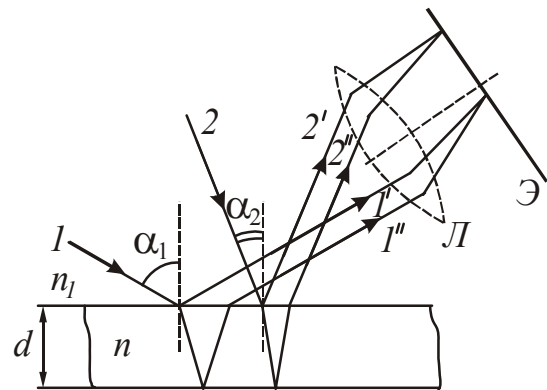


Рисунок 18.2

**Смуги рівного нахилу** спостерігаються в тих випадках, коли на плоскопаралельну тонку півку падає під різними кутами  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  пучок світла, що сходиться (або що розходиться) (рис. 18.2). Оскільки товщина півки  $d$  і її показник заломлення  $n$  скрізь однакові, то оптична різниця ходу інтерферуючих променів змінюється уздовж поверхні півки із-за зміни кута падіння  $\alpha$ . Умови інтерференції для всіх променів, що падають на поверхню півки і відбиваються від неї під одним і тим же кутом, однакові. Тому інтерференційна картина в цьому випадку називається смугами рівного нахилу. Смуги рівного нахилу спостерігають на екрані Е, який встановлений у фокальній площині лінзи Л. Якби лінзи не було, інтерференційну картину можна було б спостерігати тільки на нескінченності – в місці перетину променів 1'1'', 2'2'' і так далі. Для їх візуального спостереження потрібно акомодувати око на нескінченність.

**Смуги рівної товщини** спостерігаються при відбиванні паралельного пучка променів (кут падіння  $\alpha = \text{const}$ ) від тонкої прозорої півки, товщина якої  $d$  неоднакова в різних місцях. Умови інтерференції будуть однакові в тих точках, яким відповідають однакові значення  $d$ . Тому дана інтерференційна картина називається смугами рівної товщини. Смуги рівної товщини локалізовані поблизу поверхні півки, тобто для їх спостереження необхідно акомодувати око практи-

чно на поверхню самої плівки. Прикладом смуг рівної товщини є кільця Ньютона.

**Кільця Ньютона** спостерігаються у тому випадку, коли опукла поверхня лінзи малої кривизни стикається з плоскою поверхнею добре відполірованої пластинки, так що повітряний прошарок, що залишається між ними, поступово товщає від центру до країв (рис. 18.3). Якщо на лінзу падає пучок монохроматичного світла, то світлові хвилі, відбиті від верхньої і нижньої меж цього повітряного прошарку, інтерферуватимуть між собою. При цьому виходить наступна картина: у центрі – темна пляма, оточена поряд концентричних світлих і чорних кілець спадаючої ширини (рис. 18.4).

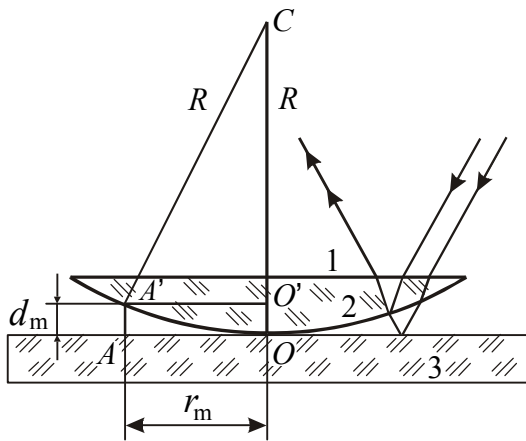


Рисунок 18.3

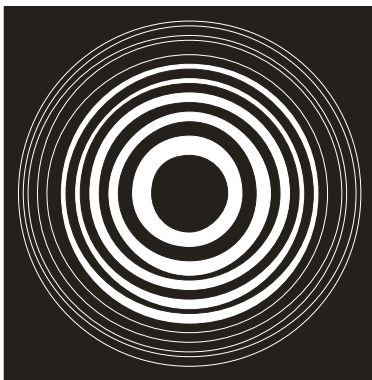


Рисунок 18.4

$\alpha$  – кут падіння променів. Вважатимемо, що світло падає перпендикулярно поверхні лінзи. В цьому випадку  $\alpha = 0^\circ$ .

З трикутника  $A'O'C$  (див. рис. 18.3) знайдемо величину  $d_m$ , використовуючи теорему Піфагора (виконайте це самостійно):

$$d_m = \frac{r_m^2}{2R}, \tag{18.7}$$

де  $r_m$  – радіус кільця, що має номер  $m$ ;  
 $R$  – радіус кривизни лінзи.

Проведемо розрахунок кілець Ньютона у відбитому світлі. Оскільки інтерференція відбувається між хвилями, відбитими від верхньої і нижньої поверхонь повітряного прошарку, то для обчислення різниці ходу треба мати на увазі не тільки різницю ходу усередині повітряного прошарку, але також і зміну фази електричного вектора при відбиванні на межі повітря – скло. Ця зміна приводить до появи додаткової різниці фаз  $\pi$ . В результаті різниця ходу змінюється на  $\lambda/2$ .

Оптична різниця ходу променів, відбитих від двох поверхонь, відповідно до формули (18.6) буде дорівнюватиме:

$$\Delta = 2d_m \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2},$$

де  $d_m$  – товщина плівки (товщина повітряного зазору);

$n$  – показник заломлення плівки ( $n=1$ , оскільки зазор повітряний);

Темне кільце (мінімум інтерференції) спостерігається, якщо виконується наступна умова:

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (18.8)$$

З формул (18.6), (18.7), (18.8) отримаємо:

$$r_m = \sqrt{m R \lambda}. \quad (18.9)$$

Аналогічно можна отримати вираз для розрахунку радіусу світлих кілець:

$$r_m = \sqrt{(2m + 1) R \frac{\lambda}{2}}. \quad (18.10)$$

*Примітка:* При розрахунку кілець Ньютона не потрібно враховувати хвилю, відбиту від верхньої (плоскої) поверхні лінзи, оскільки ця хвиля не буде когерентною хвилям, відбитим від границь повітряного прошарку.

## §19 Застосування інтерференції

**Прояснення оптики.** Інтерференція при відбиванні від тонких плівок лежить в основі прояснення оптики. Проходження світла через кожен заломлюючу поверхню лінзи супроводжується відбиванням приблизно 4% падаючого світла. У складних об'єктивах такі відбивання здійснюються багато разів, і сумарна втрата світлового потоку досягає помітної величини. У про-

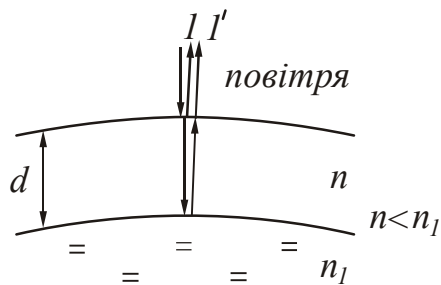


Рисунок 19.1

світленій оптиці для усунення відбивання світла на кожен вільну поверхню лінзи наноситься тонка плівка речовини з показником заломлення меншим, ніж у лінзи (рис. 19.1). Товщина плівки підбирається так, щоб хвилі, відбиті від обох її поверхонь, погасили одна одну.

Розрахуємо мінімальну товщину плівки, що наноситься на поверхню лінзи. Промені  $1$  і  $1'$ , відбиті від верхньої і нижньої граней, когерентні і інтерферують. Відповідно до формул (18.6) і (17.11) запишемо:

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (19.1)$$

Хвиля двічі відбивається від оптично щільнішого середовища. Фаза коливань вектора  $\vec{E}$  двічі змінюється на протилежну, тобто в результаті вона не зміниться. Це означає, що різниця ходу даних променів також не зміниться.

Світло падає нормально, тобто кут падіння  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\sin 0^\circ = 0$ . З урахуванням цього отримаємо:

$$2d n = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (19.2)$$

Звідси випливає, що товщина плівки, відповідної мінімуму інтенсивності відбитого світла, дорівнює:



$$d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n}. \quad (19.3)$$

Мінімальна товщина плівки буде за умови  $m=0$ :

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}. \quad (19.4)$$

Особливо добрий результат досягається в тому випадку, якщо показник заломлення плівки дорівнюватиме кореню квадратному з показника заломлення лінзи  $n = \sqrt{n_1}$ . За цієї умови інтенсивність обох відбитих від поверхонь плівки хвиль однакова.

Білий світ – це світло, в якому присутні всі довжини хвиль видимого діапазону. Товщину плівки прийнято розраховувати для середньої частини спектру ( $\lambda \sim 550$  нм), тому просвітлена оптика має бузковий відтінок (червона і фіолетова частини спектру не гасяться).

Гасіння світла не означає перетворення світлової енергії на інші форми. Як і при інтерференції механічних хвиль, гасіння хвиль одна однією в даній ділянці простору означає, що світлова енергія сюди просто не потрапляє. Гасіння відбитих хвиль, отже, означає, що все світло проходить крізь об'єкти.

**Інтерферометри.** Явище інтерференції використовують у ряді достатньо точних приладів, які називаються інтерферометрами. Інтерферометр Жамена застосовується для точних вимірювань зміни показника заломлення газів залежно від температури, тиску і вологості.

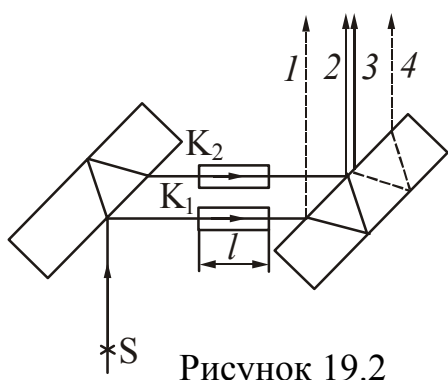


Рисунок 19.2

Схема інтерферометра представлена на рис. 19.2. Дві товсті однакові пластини встановлюються паралельно одна одній. Монохроматичне світло від джерела S падає на поверхню першої пластины під кутом, близьким до  $45^\circ$ . З першої пластины вийде два променя, що йдуть на деякій відстані один від одного.

На їх шляху поміщаються кювети  $K_1$  і  $K_2$ . Якщо одну з кювет заповнити газом з відомим показником заломлення, а другу – газом, показ-

ник заломлення якого вимірюється, то між променями виникає додаткова різниця ходу. Потім ці промені падають на другу пластинку. З неї виходить вже чотири променя, причому другий і третій накладаються один на одного. В результаті виникнення додаткової різниці ходу інтерференційна картина зміщується. За зсувом інтерференційної картини визначають зміну показника заломлення, процентний зміст домішки і т. д.

## §20 Дифракція світла

**Дифракція** – це сукупність явищ, які обумовлені хвилевою природою світла і спостерігаються при його поширенні в середовищі з різко вираженими неоднорідностями. У вузькому сенсі дифракція – це здатність світлової хвилі огинати перешкоди, розміри яких співрозмірні з довжиною хвилі, і потрапляти в область геометричної тіні.

Між інтерференцією і дифракцією немає істотної фізичної відмінності. Обидва явища полягають в перерозподілі світлового потоку, який відбувається при накладенні когерентних хвиль (суперпозиції хвиль). Перерозподіл інтенсивності, що виникає в результаті суперпозиції хвиль, що порушуються кінцевим числом дискретних когерентних джерел, прийнято називати інтерференцією хвиль. Перерозподіл інтенсивності, який виникає в результаті суперпозиції хвиль, що порушуються когерентними джерелами, розташованими безперервно, прийнято називати дифракцією хвиль.

Наближений метод, за допомогою якого можна розрахувати закономірності дифракційних картин, називається **принципом Гюйгенса – Френеля\***. Основні положення принципу Гюйгенса – Френеля полягають у наступному.

1. Кожну точку фронту хвилі можна розглядати, як джерело вторинних сферичних хвиль (рис. 20.1).
2. Вторинні хвилі когерентні, тому вони інтерферують між собою.
3. Амплітуда коливань в будь-якій точці визначається як результат інтерференції вторинних хвиль від нескінченної безлічі вторинних джерел, тобто в точці А (рис. 20.1) накладається безліч променів.

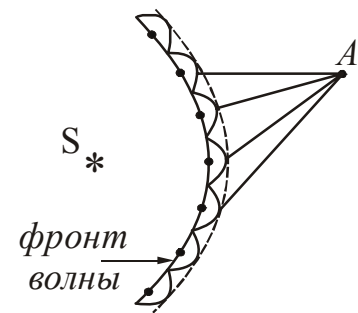


Рисунок 20.1

### 20.1 Дифракційні ґратки

**Дифракційні ґратки** – це спектральний оптичний прилад, призначений для розкладання світла в спектр і вимірювання довжин хвиль. Вона є плоскою скляною пластинкою, на яку за допомогою ділильної машини через строго однакові інтервали наносять паралельні штрихи. Проміжки між штрихами прозорі для світлових променів і грають роль щілин. Штрихи розсіюють промені і, тому, є непрозорими. Основним параметром ґратки є відстань між серединами сусідніх штрихів, яке називають **періодом  $d$  (сталю) дифракційних ґратки**:

$$d = a + b, \quad (20.1)$$

де  $a$  – ширина щілини,  $b$  – розмір перешкоди (див. рис. 20.2).

На 1 мм може бути нанесене  $10^3 \div 10^5$  штрихів, а період ґратки може мати значення  $(1 \div 10)$  мкм.

\*Гюйгенс Християн (1629–1695), голландський фізик, математик і астроном.

\*Френель Огюст Жан (1788–1827), французький фізик.

Розглянемо дифракцію паралельних променів. Щоб отримати пучок паралельних променів зазвичай використовують невелике джерело світла. Його поміщають у фокусі збираючої лінзи. Промені після лінзи йдуть паралельно один одному.

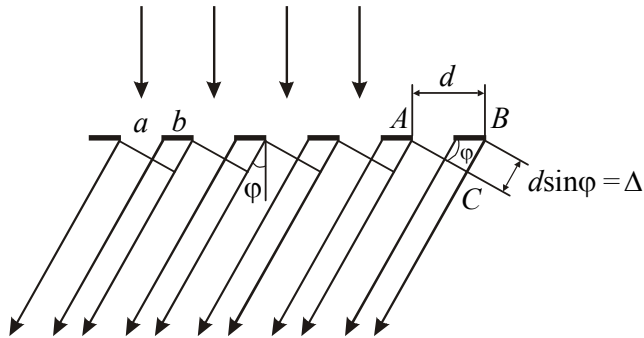


Рисунок 20.2

Розподіл інтенсивності вивчають за допомогою другої лінзи, яка знаходиться за ґратками і екрану, що розташований у фокальній площині цієї лінзи.

Нехай світлова хвиля падає на ґратки нормально (тобто перпендикулярно її поверхні). З кожної щілини виходять промені за всіма напрямками (рис. 20.2). Виберемо з безлічі променів ті, які

відхилилися на кут  $\varphi$  від первинного напрямку. Кут  $\varphi$  називається **кутом дифракції**. За допомогою лінзи ці промені можна зібрати в одну точку на екрані (рис. 20.3). Оскільки в цю точку промені приходять з деякою постійною різницею ходу, то спостерігатиметься їх інтерференція.

Для того, щоб спостерігався максимум, повинна бути виконана умова:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (20.2)$$

де  $\Delta$  – різниця ходу променів,  $\lambda$  – довжина хвилі,  
 $m=0, 1, 2, 3 \dots$  – порядок (номер) дифракційного максимуму.

З прямокутного трикутника ABC (див. рис. 20.2) можна знайти різницю ходу променів від відповідних точок сусідніх щілин:

$$\Delta = d \sin \varphi. \quad (20.3)$$

Дифрагуючі промені від всіх інших відповідних точок сусідніх щілин матимуть таку ж різницю ходу в тому ж напрямі. Інші пари щілин можна розглянути аналогічним шляхом.

Прирівнявши вирази (20.2) і (20.3), отримаємо умову головних максимумів для дифракційних ґраток:

$$d \sin \varphi = m\lambda. \quad (20.4)$$

Дифракційну картину отримують на екрані, який розташовують у фокальній площині збираючої лінзи. Дифракційна картина матиме вид вузьких світлих смуг, розділених темними проміжками. Центральний максимум ( $m=0$ ) має найбільшу інтенсивність. Всі інші розташовуються симетрично відносно центрального максимуму справа і зліва (рис. 20.3). У міру віддалення від центру їх інтенсивність зменшується.

Згідно (20.4) положення максимумів залежать від довжини хвилі  $\lambda$ . При освітленні ґратки білим світлом на екрані спостерігається нефарбований центральний максимум нульового порядку, а по обидві сторони від нього – ди-

фракційні спектри 1-го, 2-го і так далі порядків. Спектри мають вид веселкових смужок, у яких спостерігається безперервний перехід забарвлення від фіолетового кольору у внутрішнього краю спектру до червоного у зовнішнього краю.

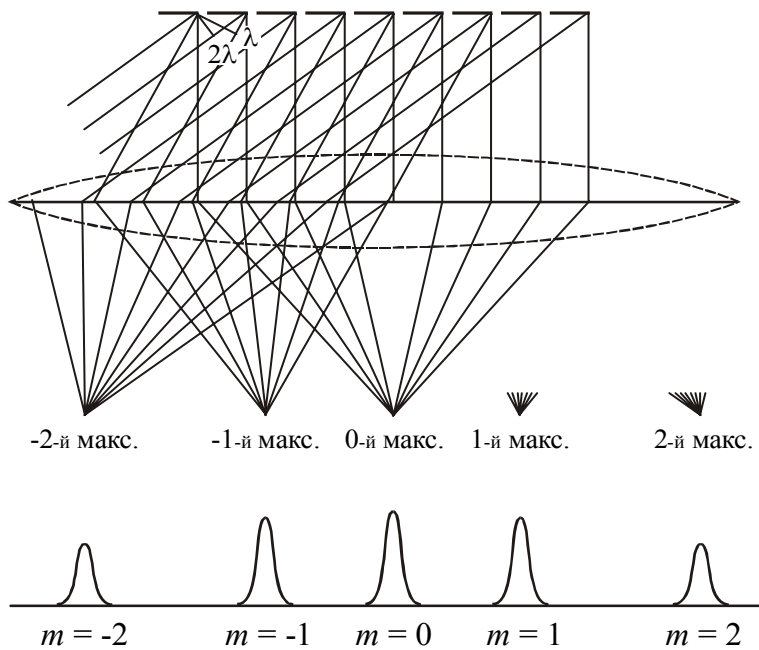


Рисунок 20.3

Роздільну здатність ґратки можна розрахувати, користуючись умовою Релея, за якою дві монохроматичні спектральні лінії ще видні роздільно, коли головний максимум однієї лінії потрапляє на місце найближчого до нього мінімуму другої лінії (рис. 20.4). З цієї умови виходить, що роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (20.6)$$

де  $N$  – число штрихів ґратки,  $m$  – порядок дифракційного максимуму. У ґратках велика роздільна здатність досягається за рахунок великих значень  $N$ , оскільки порядок  $m$  невеликий.

**Дисперсія** визначається кутовою відстанню  $\delta\varphi$  між двома спектральними лініями, віднесеними до різниці їх довжин хвиль

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (20.7)$$

де  $\delta\lambda$  зазвичай виражають в нанометрах.

Для невеликих кутів відхилення дисперсія ґратки стала:  $\delta\varphi$  пропорційно  $\delta\lambda$ . Тому дифракційні спектри іноді називають нормальними, на відміну від спектрів, що отримуються за допомогою скляних призм, у яких рівні інтервали довжин хвиль в червоній частині спектру вужче, ніж у фіолетовій.

Основними характеристиками дифракційних ґраток є її роздільна здатність і дисперсія.

**Роздільною здатністю** спектрального приладу називають безрозмірну величину

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad (20.5)$$

де  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  – мінімальна різниця довжин хвиль двох спектральних ліній, при якій ці лінії сприймаються роздільно.

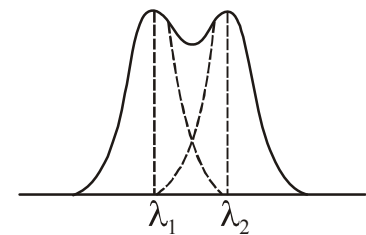


Рисунок 20.4

## 20.2 Дифракція рентгенівських променів

**Просторовими**, або **тривимірними** дифракційними ґратками називається таке оптично неоднорідне середовище, неоднорідності якого періодично повторюються.

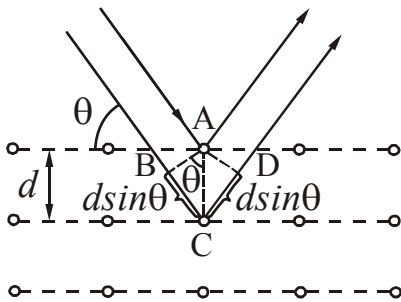


Рисунок 20.5

Прикладом просторових дифракційних ґраток може бути кристалічна решітка твердого тіла. Частинки, що знаходяться у вузлах цих ґраток (атоми, молекули, іони), грають роль впорядковано розташованих центрів, які когерентно розсіюють світло. Стали кристалічних решіток твердих тіл ( $d \sim 5 \cdot 10^{-10}$  м) значно менше, ніж довжина хвилі видимого світла ( $\lambda_{\text{вид.св.}} \sim 5 \cdot 10^{-7}$  м). Тому для видимого світла кристали є оптично однорідним середовищем. В той же час для рентгенівських променів ( $\lambda_{\text{рентг.}} = 10^{11} \div 10^9$  м) кристали є природними дифракційними ґратками.

Дифракцію рентгенівських променів на кристалах можна трактувати як результат інтерференції рентгенівського випромінювання, що дзеркально відбивається від системи паралельних площин. Ці площини проходять через вузли кристалічної решітки і називаються *атомними площинами кристала* (рис. 20.5). Відстань  $d$  між сусідніми атомними площинами називається **міжплощинною відстанню**. Кут  $\theta$  між падаючим променем і атомною площиною кристала називається **кутом ковзання**.

Різниця ходу променів, відбитих від двох сусідніх міжатомних площин

$$\Delta = BC + CD = 2d \sin \theta. \quad (20.8)$$

Для того, щоб спостерігався максимум, повинна виконуватися умова:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (20.9)$$

Прирівнявши співвідношення (20.8) і (20.9), отримаємо:

$$2d \sin \theta = m \lambda. \quad (20.10)$$

Ця формула називається формулою Вульфа-Брегга\*.

Дифракція рентгенівських променів від кристалів знаходить два основні застосування:

1. Дослідження спектрального складу рентгенівського випромінювання (рентгенівська спектроскопія).
2. Вивчення структури кристалів (рентгеноструктурний аналіз).

\*Вульф Георгій Вікторович (1863–1925), російський фізик.

\*Брег Уільям Генрі (1862–1942), англ. фізик, лауреат Нобелівської премії 1915 р.

\*Брег Уільям Лоренс (1890–1971), англ. фізик, лауреат Нобелівської премії 1915 р.

## §21 Взаємодія світлових хвиль з речовиною

На характер поширення електромагнітних хвиль істотно впливає середовище, в якому вони поширюються. Згідно уявленням класичної електронної теорії, змінне електромагнітне поле світлової хвилі, що поширюється в діелектричному середовищі, викликає вимушені коливання зв'язаних зарядів (електронів і іонів), що входять до складу молекул середовища. Маса іонів набагато більше маси електронів і вони здійснюють помітні коливання під дією низькочастотного (інфрачервоного) випромінювання. В області частот видимого і ультрафіолетового випромінювання визначальну роль грають вимушені коливання зовнішніх, найбільш слабо зв'язаних електронів. Завдяки вимушеним коливанням, електрони випромінюють вторинні хвилі, які поширюються за всіма напрямками.

Якщо середовище оптично однорідне, то відстань між частинками середовища менше довжини світлової хвилі. Тому вторинні хвилі, що випромінюються безліччю сусідніх молекул, когерентні і інтерферують при накладенні, гасячи одна одну на всіх напрямках, окрім напрямку первинної хвилі. В результаті інтерференції в однорідному ізотропному середовищі утворюється проходяча хвиля, фазова швидкість якої залежить від частоти, а напрям поширення співпадає з напрямом поширення первинної хвилі.

У неоднорідному середовищі вторинні бічні хвилі не гасять одна одну. Реальні середовища є неоднорідними, тому в реальних середовищах спостерігаються такі явища як розсіяння, дисперсія, повне внутрішнє відбивання. На межі розділу двох середовищ хвилі можуть зазнавати заломлення, відбивання і т. д.

### 21.1 Розсіяння світлових хвиль

**Розсіянням світла** називається явище перетворення світла речовиною, що супроводжується зміною напрямку поширення світла і виявляється як невласне свічення речовини. Як вже наголошувалося вище, в однорідних середовищах вторинні хвилі, що випромінюються електронами, які коливаються, гасять одна одну за всіма напрямками, окрім напрямку первинної хвилі. Тому розсіяння світла в однорідному середовищі не відбувається.

У неоднорідному середовищі вторинні хвилі дифрагують на неоднорідностях середовища і дають дифракційну картину, яка характеризується рівномірним розподілом інтенсивності за всіма напрямками.

Середовища з явно вираженою оптичною неоднорідністю називаються *каламутними* середовищами. До них відносяться: 1) дим – суспензія в газі найдрібніших твердих частинок; 2) туман – суспензія в газі найдрібніших рідких частинок; 3) суспензії, що утворені плаваючими в рідині твердими частинками; 4) емульсії – суспензії найдрібніших частинок однієї рідини в іншій, яка не розчинює першу. Прикладом емульсії є молоко.

Навіть дуже ретельно очищені гази і рідини в деякій мірі розсіюють світло. Причиною цього є *флуктуації* щільності (відхилення щільності від середніх

значень, спостережувана в межах малих об'ємів). Ці флуктуації викликані безладним рухом молекул речовини. Обумовлене ним розсіяння називається **молекулярним**.

Молекулярним розсіянням пояснюється блакитний колір неба. Із-за безладного руху молекул в атмосфері безперервно виникають місця згущування і розрідження повітря, які розсіюють світло. Інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому ступеню довжини хвилі, тому блакитні і сині промені розсіваються сильніше, ніж жовті і червоні, що і обумовлює блакитний колір неба. Коли Сонце знаходиться низько над горизонтом, промені, що поширюються від нього, проходять велику товщу розсіюючого середовища. В результаті цього вони виявляються збагаченими хвилями більшої довжини. Тому небо на зорі забарвлюється в червоні тони.

## 21.2 Поглинання світлових хвиль

**Поглинанням світла** називається явище зменшення енергії світлової хвилі при її поширенні в речовині, що відбувається унаслідок перетворення енергії хвилі у внутрішню енергію речовини. Поглинання світла може викликати нагрівання речовини, збудження і іонізацію атомів або молекул, фотохімічні реакції і інші процеси в речовині.

Інтенсивність  $I$  електромагнітної хвилі, що пройшла поглинаючий шар товщиною  $x$ , визначається законом Бугера – Ламберта\*:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (21.1)$$

де  $I_0$  – інтенсивність електромагнітної хвилі на межі середовища;  $\mu$  – коефіцієнт поглинання, якій залежить від хімічної природи і стану середовища, а також від частоти випромінювання.

## 21.3 Заломлення світлових хвиль

**Заломленням світла** називається зміна напрямку поширення хвилі в неоднорідному середовищі, обумовлене залежністю фазової швидкості від властивостей середовища. Розрізняють заломлення на плоскій межі розділу двох однорідних середовищ і заломлення електромагнітних хвиль в плавно неоднорідному середовищі (у масштабі довжин хвиль).

Заломлення світла на плоскій межі розділу двох однорідних середовищ, підпорядковується закону Снелліуса (див. §16, п. 16.1).

Від межі розділу діелектриків поширюються дві плоскі хвилі – відбита і заломлена. При цьому інтенсивності падаючої хвилі  $I_{\text{пад}}$ , відбитою  $I_{\text{відб}}$  і заломленою  $I_{\text{залом}}$  зв'язані співвідношеннями:

\*Бугер П'єр (1698–1758), французький математик, астроном і фізик.

\*Ламберт Іоганн Генріх (1728–1777), німецький математик, астроном, фізик і філософ.



$$I_{\text{відб}} = I_{\text{пад}} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2; \quad I_{\text{залом}} = I_{\text{пад}} \left( \frac{2n}{n+1} \right)^2, \quad (21.2)$$

де  $n$  – показник заломлення середовища.

Заломлення електромагнітних хвиль в плавно неоднорідному середовищі називають **рефракцією**. Рефракцією пояснюються багато явищ природи: міражі, звукові канали в океані і атмосфері, наддалекий зв'язок і т.д.

#### 21.4 Дисперсія світлових хвиль

**Дисперсією світла** називається залежність фазової швидкості електромагнітної хвилі в середовищі від її частоти. Середовища, в яких фазова швидкість залежить від частоти, називаються **диспергуючими** середовищами. Фазова швидкість електромагнітної хвилі  $v = c/n$  де  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $n$  – показник заломлення середовища. Швидкість світла у вакуумі величина постійна, тому існування дисперсії в середовищі обумовлене тим, що показник заломлення середовища  $n$  залежить від частоти  $\omega$ .

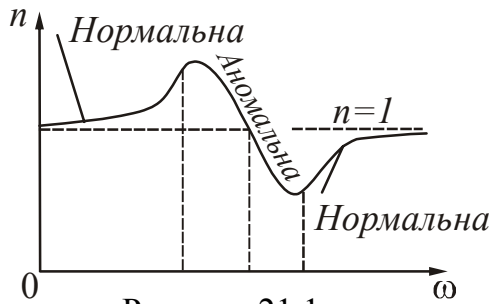


Рисунок 21.1

Якщо показник заломлення монотонно зростає із збільшенням частоти, то дисперсія називається **нормальною**. Якщо речовина поглинає частину променів, то в області поглинання і поблизу неї спостерігається **аномальна** дисперсія. При аномальній дисперсії показник заломлення убуває із збільшенням частоти. На рис. 21.1 показана залежність показника заломлення для нормальної і аномальної дисперсії.

Звичайне скло, наприклад, прозоре для видимого світла, і в цій області частот спостерігається нормальна дисперсія світла в склі (рис. 21.2). Біле світло, пройшовши через призму, утворює веселковий спектр. Фіолетовий промінь заломлюється більше, оскільки має велику частоту. В області інфрачервоного і ультрафіолетового випромінювання для звичайного скла спостерігається аномальна дисперсія, оскільки воно поглинає цю частину спектру.

Якщо в деякому діапазоні частот фазова швидкість хвилі не залежить від частоти, то говорять, що дисперсія відсутня. Прикладом такої хвилі є електромагнітна хвиля у вакуумі.

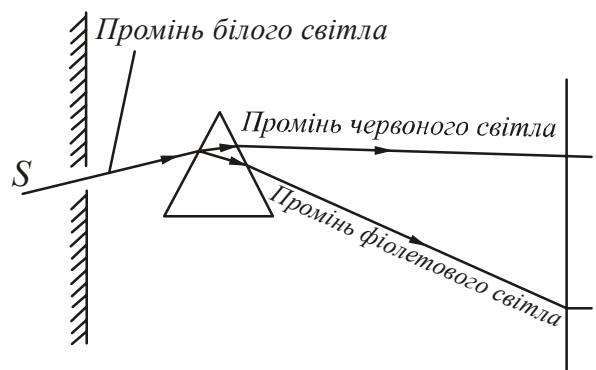


Рисунок 21.2

Реальні джерела створюють змінні електромагнітні поля, які описуються немонохроматичними хвилями. При дослідженні таких полів передбачається, що поле в даній крапці може бути представлене суперпозицією нескінченного числа монохроматичних хвиль (див. §11, п. 11.3), тобто хвиля представляється у вигляді групи хвиль або хвилевого пакету. Хвилевий пакет характеризують



груповою швидкістю, яка відповідає швидкості поширення енергії поля. У диспергуючому середовищі відбувається спотворення форми групи хвиль в процесі їх поширення і хвилевий пакет з часом розпливається. Поняття групової швидкості застосовне тільки за умови, що поглинання енергії хвилі в даному середовищі невелике. При значному загасанні хвиль поняття групової швидкості втрачає сенс. Такий випадок має місце в області аномальної дисперсії. У цій області поглинання дуже велике і поняття групової швидкості виявляється непридатним.

Дисперсія хвиль обумовляє багато природних явищ і широко використовується в техніці. Наприклад, всі різновиди веселок пояснюються спектральним розщеплюванням (із-за дисперсії світла) і дифракцією сонячних променів в дощових краплях. Дисперсія хвиль в іоносферній плазмі визначає частоту радіосигналів, що відбиваються в даному шарі іоносфери. На дисперсії хвиль засновані принципи дії багатьох радіотехнічних, оптичних і інших пристроїв: рефрактометрів, антен з частотним скануванням і т.д.

## 21.5 Тиск світлових хвиль

**Тиском світла** називається тиск, який проводять електромагнітні світлові хвилі, падаючи на поверхню якого-небудь тіла. У квантовій оптиці світловий тиск є слідством того, що у фотона є імпульс  $\vec{p}$ . При зіткненні фотона з поверхнею тіла цей імпульс передається атомам або молекулам речовини. Аналогічно цьому, тиск газу розглядається як результат передачі імпульсу молекулами газу частинкам на поверхні стінки судини.

З теорії Максвелла можна отримати формулу для розрахунку тиску, вироблюваного електромагнітними хвилями:

$$p = (1 + r)w, \quad (21.3)$$

де  $w$  – об'ємна густина енергії електромагнітних хвиль,  
 $r$  – коефіцієнт відбивання (якщо поверхня дзеркальна, то  $r=1$ , якщо поверхня абсолютно чорна, то  $r=0$ , і якщо тіло сіре, то  $0 < r < 1$ ).

Експериментально існування тиску світла було доведено дослідями П.Н. Лебедева\*.

## §22 Поляризація світла

Електромагнітні хвилі є поперечними. Це означає, що вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  і вектор напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  ( $\vec{E} \perp \vec{H}$ ) коливаються в площинах, перпендикулярних напрямку поширення хвилі (рис. 22.1). Як наголошувалося раніше, вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  називається світловим вектором. Напрямок коливань світлового вектора з часом може змінюватися.

\*Лебедев Петро Миколайович (1866–1912), російський фізик-експериментатор.

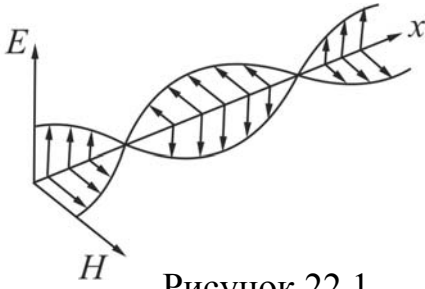


Рисунок 22.1

Якщо всі напрями коливань світлового вектора в площині, перпендикулярній напрямку поширення хвилі, рівноімовірні, то світло називається *неполяризованим* або *природним*. Якщо коливання вектора яким-небудь чином впорядковані, то світло називається *поляризованим*. Поляризуватися можуть тільки поперечні хвилі.

Для того, щоб визначити, поляризовано світло чи ні, використовують прилади, які пропускають світло тільки з певним напрямом вектора  $\vec{E}$  (рис. 22.2). Залежно від призначення їх називають поляризаторами або аналізаторами. Якщо світло неполяризоване, то при повороті аналізатора навколо горизонтальної осі інтенсивність світла, що сприймається фотоприймачем, завжди одна і та ж.

Окрім поляризованого світла існує частково поляризоване світло. В цьому випадку напрям світлового вектора також змінюється хаотично, але є деякий напрям, при якому в середньому амплітуда коливань більша. Для цього випадку вводять поняття *ступеня поляризації*: обертаючи аналізатор, визначають значення максимальної  $I_{\max}$  і мінімальної інтенсивності  $I_{\min}$ , що сприймається фотоприймачем. Ступень поляризації визначається виразом:

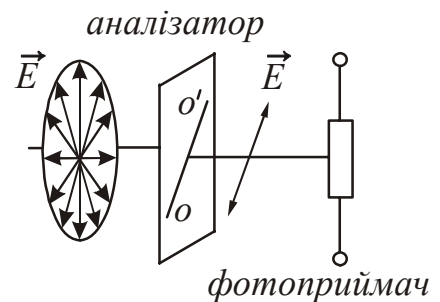


Рисунок 22.2

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (22.1)$$

Для неполяризованого світла  $I_{\max} = I_{\min}$ . В цьому випадку ступінь поляризації  $P = 0$ .

Якщо неполяризоване світло проходить через поляризатор, то воно стає лінійно або плоско поляризованим світлом. При цьому  $I_{\min} = 0$ , а ступінь поляризації дорівнює 1.

Площина, в якій відбуваються коливання вектора  $\vec{E}$  і яка проходить через напрям поширення хвилі, називається *площиною поляризації*.

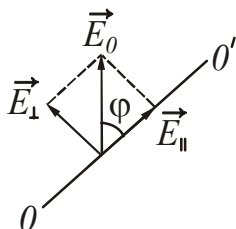


Рисунок 22.3

Для лінійно поляризованого світла справедливий закон Малюса\*. Нехай коливання електричного вектора відбуваються у вертикальній площині і амплітуда коливань дорівнює  $E_0$  (рис. 22.3). Якщо вісь аналізатора  $OO'$  повернена на кут  $\varphi$  по відношенню до напрямку поляризації, то до фотоприймача пройде світло з амплітудою

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi.$$

Інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, тому

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (22.2)$$

де  $I_0$  – інтенсивність поляризованого світла, падаючого на аналізатор;  
 $I$  – інтенсивність світла, що вийшло з аналізатора;  
 $\varphi$  – кут між площиною поляризації променя, падаючого на аналізатор і площиною пропускання аналізатора.

Вираз (22.2) називається **законом Малюса**.

У реальних умовах необхідно враховувати, що електромагнітні хвилі не тільки відбиваються але і поглинаються, тобто за реальними умовами закон Малюса виглядатиме таким чином:

$$I = I_0(1 - k) \cos^2 \varphi, \quad (22.3)$$

де  $k$  – коефіцієнт, що враховує втрати на відбивання і поглинання.

## §23 Способи отримання поляризованого світла

### 23.1 Відбивання від межі розділу двох діелектриків. Закон Брюстера

Світлові промені, проходячи через межу розділу двох середовищ з різними показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$ , зазнають відбивання і заломлення. Відбитий і заломлений промені завжди виявляються частково поляризованими. У відбитому світлі коливання відбуваються переважно перпендикулярно площині падіння променя, в заломленому – в площині падіння (рис. 23.1). Д. Брюстер\* експериментально встановив, що

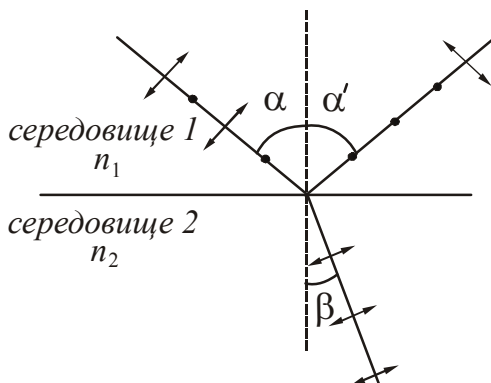


Рисунок 23.1

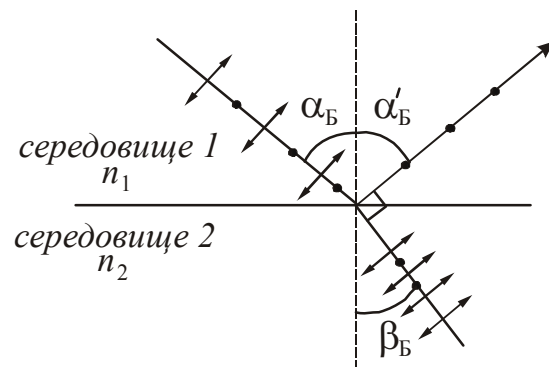


Рисунок 23.2

відбитий промінь буде повністю поляризований, якщо відбитий і заломлений промені перпендикулярні один одному (рис. 23.2). Відповідний кут падіння називають кутом Брюстера і позначають  $\alpha_B$ .

Знайдемо кут Брюстера. За законом заломлення:

$$\frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta_B} = \frac{n_2}{n_1}.$$

\*Малюс Етьен Луї (1775–1812), французький фізик.

\*Брюстер Дейвід (1781–1868), шотландський фізик і астроном.

Оскільки  $\alpha_B = \alpha'_B$ , то  $\alpha_B + \beta_B = 90^\circ$ , тоді

$$\sin \beta_B = \sin(90^\circ - \alpha_B) = \cos \alpha_B.$$

Зробивши заміну, отримаємо:

$$\frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \frac{n_2}{n_1},$$

або

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (23.1)$$

Вираз (23.1) називається **законом Брюстера**: *відбите світло повністю лінійно поляризоване при куті падіння, тангенс якого дорівнює відносному показнику заломлення середовища, що відбиває світло.*

### 23.2 Заломлення світла в тонкій пластинці

Оскільки світло, відбите від межі розділу двох діелектриків виявляється частково (або повністю) поляризованим, то світло, що проходить, також частково поляризується. Переважний напрям коливань електричного вектора в світлі, що проходить, співпадає з площиною заломлення променя (рис. 23.1, 23.2). Максимальна поляризація світла, що проходить, досягається при падінні під кутом Брюстера.

Ступень поляризації світла, що проходить, можна підвищувати, піддаючи його ряду послідовних відбивань і заломлень. Це здійснюється в стосі, що складається з декількох однакових і паралельних пластин з прозорого діелектрика (наприклад, скла), встановлених під кутом Брюстера до падаючого світла. Якщо число пластин достатньо велике, то світло, що проходить через стос, виявляється теж практично лінійно поляризованим.

### 23.3 Подвійне променезаломлення

В оптично анізотропних кристалах спостерігається явище **подвійного променезаломлення**. Це явище полягає в тому, що промінь світла, падаючий на

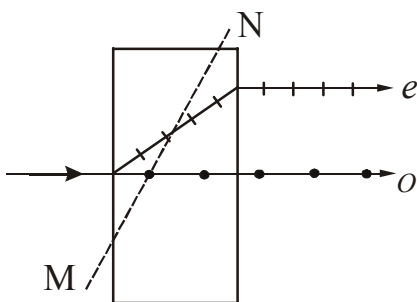


Рисунок 23.3

поверхню кристала роздвоюється в ньому на два заломлених променя з взаємно перпендикулярними площинами коливань. Один з променів підкоряється звичайним законам заломлення і задовольняє закону Снелліуса (див. п. 16.1), тому його називають звичайним променем і позначають буквою *o* (рис. 23.3). Другий промінь позначають буквою *e* і називають незвичайним. Він не лежить в площині падіння і не підкоряється закону Снелліуса. Наприклад, якщо навіть світло падає нор-

мально (рис. 23.3), незвичайний промінь заломлюється. Кристали, що володіють подвійним променезаломленням, підрозділяються на одноосні і двоосні. У одноосних кристалів є напрям, уздовж якого звичайний і незвичайний промені поширюються не розділяючись. Цей напрям називається оптичною *віссю* кристала. Слід мати на увазі, що оптична вісь – це не пряма лінія, що проходить через якусь точку кристала, а певний напрям в кристалі. Будь-яка пряма, паралельна даному напрямку, є оптичною віссю кристала. У двоосних кристалів таких напрямів два.

З кристалів, що володіють подвійним променезаломленням, виготовляють **поляризаційні призми**. Однією з них є *призма Николя*. Вона вирізана з кристала ісландського шпату так, що її грані АВ і CD паралельні оптичній осі MN кристала (рис. 23.4). Призма розрізана по діагональній площині AC і склеєна по цій поверхні тонким шаром оптично ізотропної речовини, яка називається канадським бальзамом. Для звичайних променів канадський бальзам є середовищем оптично менш щільним, чим матеріал призми.

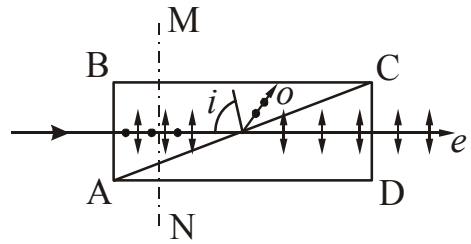


Рисунок 23.4

Для незвичайного променя він є оптично щільнішим середовищем. Світло падає на призму нормально до її грані АВ. Звичайний і незвичайний промені поширюються в призмі, не заломлюючись, до шару канадського бальзаму. Розміри призми підбираються так, щоб кут падіння звичайного променя на поверхню AC був більше граничного кута внутрішнього відбивання (див. п. 16.1). Тому звичайна хвиля повністю відбивається від шару канадського бальзаму (промінь *o* на рис. 23.4). Незвичайний промінь *e* вільно проходить через шар бальзаму і другу половину поляризаційної призми. Таким чином, поляризаційна призма може бути використана як поляризатор.

### 23.4 Поглинання світла в дихроїчних кристалах

Всі двояко заломлюючі кристали в тому або іншому ступені поглинають світло. Це явище анізотропно, тобто у деяких двояко заломлюючих кристалів коефіцієнти поглинання світла для двох взаємно перпендикулярно поляризованих променів відрізняються настільки сильно, що вже при невеликій товщині кристала один з променів гаситься практично повністю, і з кристала виходить лінійно поляризований пучок світла. Це явище називається *дихроїзмом*, оскільки виявляється в різному забарвленні кристалів за різними напрямками.

Прикладом сильно дихроїчного кристала є турмалін. Ще більш яскраво вираженим дихроїзмом володіють кристали герпатита, які використовують для виготовлення тонких плівок, що перетворюють природне світло в лінійно поляризоване. Такі плівки називаються **поляроїдами**.

## §24 Штучне подвійне променезаломлення. Ефект Керра

Подвійне променезаломлення може виникати в прозорих тілах під впливом зовнішніх дій. Зокрема це відбувається при механічних деформаціях тіл.

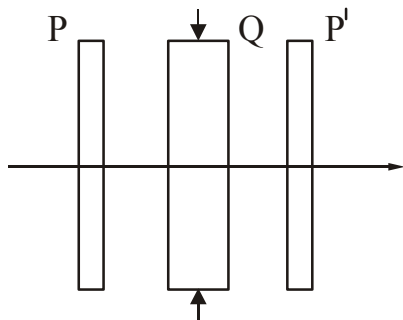


Рисунок 24.1

Помістимо скляну пластинку Q між схрещеними поляризаторами P і P' (рис. 24.1). Якщо скло не деформоване, то така система світло не пропускає. Якщо пластинку стиснути, то світло починає проходити. Спостережувана в променях, що проходять, картина виявляється поцяткованою кольоровими смугами. За розташуванням смуг можна судити про розподіл напруги усередині пластини, оскільки кожна така смуга відповідає однаково деформованим місцям пластинки.

Виникнення подвійного променезаломлення в рідинах і аморфних тілах під впливом електричного поля називається **ефектом Керра** (виявлений у 1875 році). Схема установки для дослідження ефекту Керра показана на рис. 24.2. Між схрещеними поляризаторами P і P' поміщається ячейка Керра, який є герметичною судиною з рідиною. У судину введені пластини конденсатора. Якщо на пластини подати напругу, то під дією електричного поля рідина набуває властивостей двояко заломлюючого кристала. Різниця фаз, що виникає між звичайним і незвичайним променями, пропорційна квадрату напруженості електричного поля:

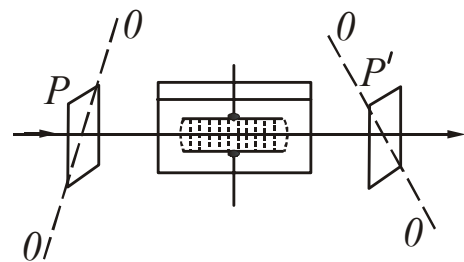


Рисунок 24.2

$$\Delta\varphi = 2\pi B l E^2, \quad (24.1)$$

де  $l$  – шлях, пройдений променями;  $B$  – стала Керра.

Стала Керра залежить від речовини, його температури, довжини хвилі світла. З рідин найбільшу сталу Керра має нітробензол. Пояснюється ефект Керра різною поляризованістю молекул за різними напрямками під дією електричного поля. Час, протягом якого встановлюється переважна орієнтація молекул, складає порядка  $10^{-10}$  с. Тому ячейку Керра можна використовувати як безінерційний світловий затвор. У відсутності поля затвор буде закритий, при включенні напруги затвор пропускає значну частину світла, що проходить через перший аналізатор P.

## §25 Обертання площини поляризації

При проходженні поляризованого світла через деякі речовини відбувається поворот площини поляризації світлової хвилі. Це явище називається **обертанням площини поляризації**. Речовини, які здатні повертати площину поляризації падаючих на них світлових хвиль, називаються **оптично активними речовинами**. Оптично активними можуть бути як рідини, так і кристали. Це,



наприклад, розчини цукру, глюкози, скипидар, кіновар, кварц і так далі. Розрізняють праве обертання, або позитивне, і ліве, або негативне. При правому обертанні площина поляризації повертається за годинниковою стрілкою для променя, падаючого в око спостерігача, при лівому – в протилежному напрямі.

Для оптично активних рідин кут повороту  $\varphi$  площини поляризації визначається співвідношенням:

$$\varphi = [a]lc, \quad (25.1)$$

де  $l$  – товщина шару рідини;  $c$  – концентрація розчину;  $[a]$  – питома стала розчину, яка залежить від природи речовини.

Кут повороту площини поляризації кристалічними речовинами визначається співвідношенням:

$$\varphi = al, \quad (25.2)$$

де  $l$  – шлях, пройдений променем в кристалі;  
 $a$  – стала обертання, яка залежить від довжини хвилі.

Якщо між двома схрещеними поляризаторами помістити оптично активну речовину (кристал кварцу, прозору кювету з розчином цукру і тому подібне), то поле зору прояснюється. Щоб знову отримати темноту, потрібно повернути один з поляризаторів на кут  $\varphi$ , який визначається формулами (25.1) і (25.2). У разі розчину можна за відомими питомою постійною обертання  $[a]$  даної речовини і довжини  $l$  після виміру кута повороту  $\varphi$  знайти концентрацію розчину. Такий спосіб визначення концентрації розчинів застосовують у виробництві різних речовин.

## Розділ 5. Квантова оптика

**Квантовою оптикою** називається розділ оптики, що займається вивченням явищ, в яких виявляються квантові властивості світла. До таких явищ відносяться теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, ефект Комптона.

### §26 Теплове випромінювання. Закон Кірхгофа

Всі тіла в тому або іншому ступені випромінюють електромагнітні хвилі. Наприклад, сильно нагріті тіла світяться, а при звичайних температурах є джерелами тільки невидимого інфрачервоного випромінювання.

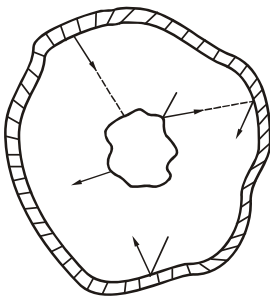


Рисунок 26.1

Електромагнітне випромінювання, що випускається речовиною і що виникає за рахунок його внутрішньої енергії, називається **тепловим**. Воно залежить тільки від температури і оптичних властивостей випромінюючого тіла.

Оточимо випромінююче тіло оболонкою з ідеально відбивною поверхнею (рис. 26.1). Повітря з оболонки видалимо. Відбите оболонкою випромінювання, впавши на

тіло, поглинеться їм (частково або повністю). Отже, відбуватиметься безперервний обмін енергією між тілом і випромінюванням, що заповнює оболонку.

Якщо розподіл енергії між тілом і випромінюванням залишається незмінним для кожної довжини хвилі, то стан системи «тіло – випромінювання» називається рівноважним. **Теплове випромінювання – це єдиний вид випромінювання, який може знаходитися в термодинамічній рівновазі з випромінюючими тілами.** Решта всіх видів випромінювання виявляється нерівноважними. При рівновазі витрата енергії тіла на теплове випромінювання компенсується за рахунок поглинання тілом такої ж кількості енергії падаючого на нього випромінювання. Рівноважне випромінювання встановлюється в адіабатично замкненої системі, тобто такій, яка не обмінюється теплом із зовнішнім середовищем. У такій системі всі тіла знаходяться при одній і тій же температурі.

До рівноважних процесів і станів застосовні закони термодинаміки, тому теплове випромінювання повинне підкорятися деяким закономірностям термодинаміки.

### 26.1 Характеристики теплового випромінювання

**Енергетичний потік** ( $\Phi_e$ ) – скалярна фізична величина, яка дорівнює енергії електромагнітного випромінювання всіх ділянок спектру, що випромінюється за одиницю часу:

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt}.$$

Для середніх величин 
$$\Phi_e = \frac{W}{t}. \quad (26.1)$$

$$[\Phi_e] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

**Випромінювальна або енергетична світимість** ( $R_e$ ) – скалярна фізична величина, яка дорівнює енергії, що випромінюється з одиниці поверхні за одиницю часу у всьому діапазоні довжин хвиль (від 0 до  $\infty$ ):

$$R_e = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Для середніх величин 
$$R_e = \frac{W}{St}. \quad (26.2)$$

$$[R_e] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

**Випромінювальна здатність або спектральна густина енергетичної світимості** ( $r_{\lambda, T}$ ) – скалярна фізична величина, що дорівнює енергії, яка випромінюється з одиниці поверхні за одиницю часу в одиничному інтервалі, вибраному поблизу заданої довжини хвилі:



$$r_{\lambda, T} = \frac{dR_e}{d\lambda}. \quad (26.3)$$

$$[r_{\lambda, T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Значення випромінювальної здатності залежить від довжини хвилі, температури, хімічного складу тіла і стану його поверхні. Випромінювальність і випромінювальна здатність зв'язані співвідношенням

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda. \quad (26.4)$$

**Поглиналина здатність або монохроматичний коефіцієнт поглинання** ( $\alpha_{\lambda, T}$ ) – безрозмірна фізична величина, що показує, яка частка енергії електромагнітних хвиль, падаючих на тіло, поглинається ним:

$$\alpha_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}. \quad (26.5)$$

За визначенням поглиналина здатність не може бути більше одиниці. Поглиналина здатність реальних тіл залежить від властивостей речовини і спектрального складу падаючого випромінювання.

## 26.2 Класифікація тіл

**Абсолютно чорним тілом** називається тіло, яке повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання незалежно від його спектрального складу і напряму падаючого випромінювання, нічого не відбиваючи і не пропускаючи. Отже, поглиналина здатність абсолютно чорного тіла тотожно дорівнює одиниці:

$$\alpha_{\lambda, T, S} \equiv 1. \quad (26.6)$$

Індекс  $s$  – це перша буква німецького слова *schwarz* – *чорний*.

Абсолютно чорних тіл в природі не існує. Сажа і платинова чернь мають поглиналину здатність, близьку до одиниці, але в обмеженому інтервалі довжин хвиль. У далекій інфрачервоній області їх поглиналина здатність менше одиниці.

Моделлю абсолютно чорного тіла може служити майже замкнута порожнина з невеликим отвором (рис. 26.2). Випромінювання, що проникло всередину порожнини через отвір  $O$ , багато разів відбивається від стінок. При кожному відбитті частина енергії поглинається, внаслідок чого практично все випромінювання будь-якої частоти повністю поглинається стінками порожнини незалежно від матеріалу стінок.

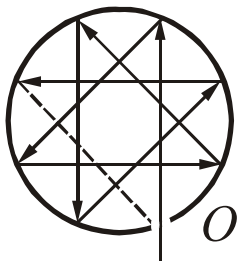


Рисунок 26.2

У теорії теплового випромінювання разом з поняттям абсолютно чорного тіла часто користуються іншою моделлю реальних тіл, що ідеалізується, – сірим тілом.

**Сірим тілом** називається тіло, поглинальна здатність якого менше одиниці і не залежить від довжини хвилі (частоти) випромінювання і від абсолютної температури.

Енергія  $dW_{\text{пад}}$ , падаюча на непрозоре тіло, дорівнює сумі відбитої  $dW_{\text{відб}}$  і поглиненою  $dW_{\text{погл}}$  енергій:

$$dW_{\text{пад}} = dW_{\text{погл}} + dW_{\text{відб}}.$$

Розділивши це співвідношення на  $dW_{\text{пад}}$ , отримаємо:

$$\alpha_{\lambda, T} + \rho_{\lambda, T} = 1. \quad (26.7)$$

де

$$\rho_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{відб}}}{dW_{\text{пад}}}, \quad (26.8)$$

величина, яку називають відбивною здатністю.

**Відбивна здатність** ( $\rho_{\lambda, T}$ ) – безрозмірна фізична величина, що показує, яка частка енергії електромагнітних хвиль, падаючих на тіло, відбивається ним.

Відбивна  $\rho_{\lambda, T}$  здатність залежить від властивостей речовини і спектрального складу падаючого випромінювання. Для реальних тіл :

$$0 < \alpha_{\lambda, T} < 1 \quad \text{и} \quad 0 < \rho_{\lambda, T} < 1. \quad (26.9)$$

Відбивна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює нулю, тобто  $\rho_{\lambda, T, S} = 0$ .

Непрозорі тіла, у яких поглинальна здатність дорівнює нулю, не випромінюють і не поглинають електромагнітних хвиль: вони повністю відбивають падаюче на них випромінювання. Якщо відбивання при цьому відбувається за законами геометричної оптики, то тіло називається *дзеркальним*. Для дзеркальних тіл:

$$\rho_{\lambda, T} \equiv 1, \quad \alpha_{\lambda, T} \equiv 0. \quad (26.10)$$

Абсолютно дзеркальних тіл в природі також не існує. Близькою до дзеркальної поверхні є поверхня срібла ( $\rho_{\lambda, T} \approx 0,95$ ).

### 26.3 Закон Кірхгофа

Між випромінювальною і поглинальною здібностями непрозорого тіла є зв'язок. Розглянемо наступний експеримент. Нехай усередині замкненої вакуумованої оболонки, температура якої постійна, знаходяться декілька тіл (рис. 26.3). Ці тіла можуть обмінюватися енергією між собою і оболонкою тільки шляхом випромінювання і поглинання електромагнітних хвиль. Досвід показує, що через деякий час всі тіла приймуть однакову температуру, рівну температурі оболонки  $T$ . В такому стані тіло, що володіє більшою випромінювальною зда-

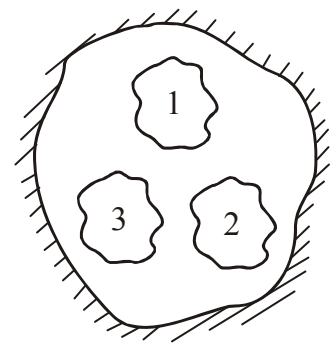


Рисунок 26.3

тністю  $r_{\lambda,T}$  втрачає більше енергії, чим те тіло, у якого випромінювальна здатність менша. Оскільки температура тіл не змінюється, те тіло, що випромінює більше енергії, повинно більше її поглинати, тобто матиме більшу поглинальну здатність.

Таким чином, чим більше випромінювальна здатність  $r_{\lambda,T}$ , тим більше поглинальна здатність  $\alpha_{\lambda,T}$ . У 1895 році німецький фізик Кірхгоф\* встановив, що

**відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури.**

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_3 = \dots = f(\lambda, T), \quad (26.11)$$

де індекси 1, 2, 3 ... відносяться до різних тіл. Співвідношення (26.11) називається законом Кірхгофа.

Для абсолютно чорного тіла поглинальна здатність  $\alpha_{\lambda,T,S} \equiv 1$ . Отже, із співвідношення (26.11) випливає, що випромінювальна здатність  $r_{\lambda,T}$  для такого тіла дорівнює  $f(\lambda, T)$ . Таким чином, універсальна функція Кірхгофа – це випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла. Кірхгоф не зумів встановити вид функції  $f(\lambda, T)$ . Всі спроби отримати її на основі класичної термодинаміки закінчилися невдало.

Після встановлення закону Кірхгофа стало очевидним, що першочергове завдання теорії теплового випромінювання – знайти вид універсальної функції  $f(\lambda, T)$ , тобто треба було знайти, як випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла  $r_{\lambda,T}$  залежить від довжини хвилі  $\lambda$  і температури  $T$ .

Випромінювальна здатність порожнини з дуже маленьким отвором дуже

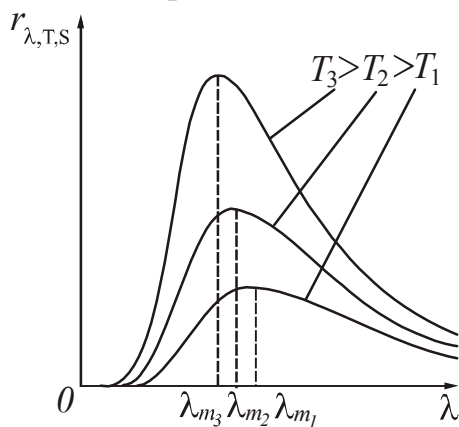


Рисунок 26.4

близька до  $f(\lambda, T)$ , причому  $T$  означає температуру стінок порожнини. Таким чином, якщо стінки порожнини підтримувати при деякій температурі  $T$ , то з отвору виходить випромінювання, близьке за спектральним складом до випромінювання абсолютно чорного тіла при тій же температурі. Розкладаючи випромінювання в спектр і вимірюючи інтенсивність різних ділянок спектру, вдалося експериментально знайти вид функції  $f(\lambda, T)$ . Результати цього експерименту представлені на графіці (рис. 26.4). З аналізу графіка були зроблені наступні висновки.

1. Енергетичний спектр теплового випромінювання є безперервним, тобто в ньому присутні всі довжини хвиль від 0 до  $\infty$ .
2. В області малих і великих довжин хвиль випромінювання мале.

\*Кірхгоф Густав Роберт (1824–1887), німецький фізик.

3. Криві мають максимуми, тобто існує довжина хвилі, при якій випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла приймає найбільше значення. З підвищенням температури максимум зміщується у бік коротших довжин хвиль.
4. Площа, що охоплюється кривою, дає випромінювальність абсолютно чорного тіла при відповідній температурі.
5. Випромінювальність абсолютно чорного тіла сильно зростає з температурою.

На основі цих виводів і інших експериментів були встановлені ряд законів теплового випромінювання.

### §27 Закони Стефана – Больцмана і Віна

Аналізуючи експериментальні дані, Й. Стефан\* і Л. Больцман\* встановили зв'язок між випромінювальністю (енергетичною світимістю) абсолютно чорного тіла і його температурою. За законом Стефана – Больцмана *випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури:*

$$R_e = \sigma T^4, \quad (27.1)$$

де  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>) – стала Стефана – Больцмана.

Для сірих тіл цей закон застосовують в наступному вигляді:

$$R_e = \alpha \sigma T^4, \quad (27.2)$$

де  $\alpha$  коефіцієнт монохроматичного поглинання (поглинальна здатність).

В. Він\* також не зміг встановити вид функції Кірхгофа, зате йому вдалося знайти положення максимуму функції і залежність максимального значення випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури.

*Довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі:*

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (27.3)$$

де  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К – стала Віна.

Вираз (27.3) називають законом зміщення Віна.

*Максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури:*

$$(r_{\lambda, T})_{\max} = c T^5, \quad (27.4)$$

де  $c = 1,3 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup>·К<sup>5</sup>) – стала величина.

Вираз (27.4) називають другим законом Віна.

\*Стефан Йозеф (1835–1893), австрійській фізик,

\*Больцман Людвіг (1844–1906), австрійській фізик.

\*Він Вільгельм Карл Вернер (1864–1928), німецький фізик, лауреат Нобелівської премії 1911 р.

Всі спроби теоретичного обґрунтування експериментально знайденого виду функції Кірхгофа в рамках класичної фізики виявилися безуспішними.

## §28 Гіпотеза Планка. Формула Планка

У зв'язку з тим, що всі спроби пояснити закономірності теплового випромінювання на основі законів класичної фізики закінчилися невдачею, в 1900 році М. Планк\* висунув нову гіпотезу про природу випромінювання. Суть цієї гіпотези полягає в наступному:

**Електромагнітне випромінювання випромінюється у вигляді окремих порцій енергії (квантів), величина яких пропорційна частоті випромінювання.**

Енергія кванта:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (28.1)$$

де  $\nu$  – частота випромінювання.

Коефіцієнт пропорційності  $h$  згодом був названий сталою Планка.

$$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Використовуючи співвідношення, що зв'язує швидкість, довжину хвилі і частоту  $c = \lambda\nu$ , енергію кванта можна виразити формулою

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \quad (28.2)$$

На основі своєї гіпотези М. Планк розробив квантову теорію теплового випромінювання. Йому вдалося знайти правильний вираз для функції Кірхгофа, тобто отримати формулу для розрахунку випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла  $r_{\lambda,T,S}$ . Ця формула має вигляд:

$$r_{\lambda,T,S} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \quad (28.3)$$

де  $c$  – швидкість світла;

$k$  – стала Больцмана.

Формула (28.3) називається формулою Планка. Криві, розраховані за цією формулою, співпали з експериментально отриманими кривими (рис. 26.4). Як-

що у вираз  $R_\nu = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda$  (див. формулу (26.4)) підставити значення випроміню-

вальної здатності відповідно до формули Планка і проінтегрувати, то можна отримати закон Стефана – Больцмана. Якщо узяти похідну функції  $r_{\lambda,T,S}$  за довжиною хвилі  $\lambda$  і прирівняти її до нуля, то можна розрахувати  $b$  – сталу Віна.

\*Планк Макс Карл Ернст Людвіг (1858–1947), німецький фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1918 р.

Набуте значення співпадає з експериментальним значенням. Це є підтвердженням правильності теорії Планка.

Таким чином, можна стверджувати, що світлу, окрім хвилевих властивостей, властиві також і корпускулярні властивості.

## §29 Оптична пірометрія

Встановлення законів Стефана – Больцмана і Віна дозволило створити прилади для вимірювання температури, які працюють без контакту з розжареними тілами.

Сукупність методів вимірювання температури, заснованих на законах теплового випромінювання, називається *оптичною пірометрією*. Прилади, вживані для цього, називаються *пірометрами*.

*Радіаційні пірометри* засновані на фокусуванні випромінювання розжареної поверхні на деякому теплоприймачеві. Яскравість різкого (сфокусованого) зображення не залежить від відстані до об'єкту, якщо воно велике в порівнянні з фокусною відстанню об'єктиву. Важливим є те, що створюване об'єктивом зображення повинне повністю перебивати теплоприймач.

Заздалегідь пірометр градуують за абсолютно чорним тілом. Але, оскільки випромінювальність розжареної поверхні менше випромінювальності абсолютно чорного тіла (згідно із законом Кірхгофа), виміряна радіаційна температура виявляється менше дійсної. Відповідні поправочні коефіцієнти є в довідниках.

Дія *пірометрів яскравості* заснована на порівнянні яскравості свічення тіла, температура якого вимірюється, і деякого іншого – нитки лампи розжарювання. Спостереження ведеться через червоний світлофільтр ( $\lambda=660$  нм). Застосування цих пірометрів пов'язане з металургією. На тлі зображення віконця доменної або мартенівської печі, яке світиться, спостерігається нитка розжарення. Регулюючи струм через лампочку, добиваються зрівнювання їх яркостей в червоному світлі. При цьому нитка лампочки стає невидимою, тому такий пірометр називається пірометром із «зникаючою ниткою».

Пірометр градується за абсолютно чорним тілом – при зміні струму напруження за шкалою, яка знаходиться в полі спостереження, прочитується температура чорного тіла, при якій нитка «зникає». Оскільки випромінювальність реального тіла при тій же температурі менша, ніж випромінювальність чорного тіла, то для досягнення рівності їх яркостей реальне тіло повинне бути нагріте сильніше. Яскравісна температура виявляється завищеною.

### §30 Зовнішній фотоелектричний ефект. Закони фотоелектру

**Зовнішнім фотоелектром** називається явище звільнення електронів з поверхневого шару речовини під дією світла. Електрони, що вилітають з речовини, називаються **фотоелектронами**, а електричний струм, що утворюється ними при русі у зовнішньому електричному полі, називається фотострумом. Відкрито явище Г. Герцем\* у 1887 році, основні закономірності встановлені у 1888-1889 роках О. Г. Столетовим\*.

Дослідження закономірностей фотоелектру можна провести за допомогою

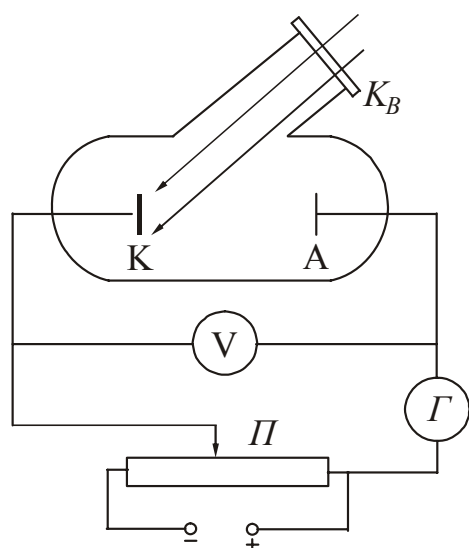


Рисунок 30.1

установки, схему якої зображено на рис. 30.1. Експериментальні дослідження показали, що навіть нікчемні забруднення поверхні металу істотно впливають на емісію електронів під дією світла. Тому для вивчення фотоелектру користуються вакуумною трубкою. Світло, проникаюче через кварцеве віконце КВ, освітлює катод К. Електрони, звільнені з поверхні унаслідок фотоелектру, переміщуються під дією електричного поля до анода А.

В результаті у колі приладу тече фотострум, вимірюваний гальванометром Г. Напругу між анодом і катодом можна змінювати за допомогою потенціометра П.

Отриману залежність фотоструму  $I$  від напруги між електродами  $U$  (вольтамперна характеристика) представлено на рис. 30.2. Характеристика знімалася при незмінному світловому потоці  $\Phi$ .

З аналізу цієї кривої можна зробити наступні висновки:

1. При деякій не дуже великій напрузі фотострум досягає насичення. Це означає, що всі електрони, які звільнені з поверхні катода, потрапляють на анод. Сила струму насичення  $I_n$  визначатиметься кількістю електронів, що звільнені з поверхні катода в одиницю часу під дією світла.
2. Пологий хід кривої указує на те, що електрони вилітають з катода з різними за величиною швидкостями. При напрузі  $U=0$  частина електронів долітає до анода «самостійно», без допомоги прискорюючого поля.
3. Для того, щоб обернути силу струму в нуль, потрібно прикласти *затримуючу* напругу  $U_3$ . При такій напрузі жодному з електронів, навіть тим, що мають при вильоті з катода найбільші значення швидкості  $v_{\max}$ , не вдається досягти анода.

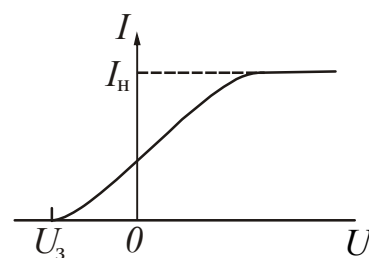


Рисунок 30.2

\*Герц Генріх Рудольф (1857–1894), німецький фізик.

\*Столетов Олександр Григорович (1839–1896), російський фізик.

На підставі експериментів були встановлені закони фотоефекту.

1. Фотострум насичення пропорційний світловому потоку при незмінному спектральному складі світла, падаючого на анод.
2. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти падаючого світла і не залежить від його інтенсивності.
3. Для кожної речовини існує мінімальна частота світла  $\nu_0$  при якій ще можливий фотоефект. При  $\nu < \nu_0$  (або при  $\lambda > \lambda_0$ ) фотоефекту немає. Довжину хвилі  $\lambda_0$  називають червоною межею фотоефекту.

Фотоефект – явище безінерційне. Це означає, що між початком освітлення і моментом виникнення фотоефекту не протікає помітного часу. Досліди, проведені останнім часом, показують, що проміжок часу між початком освітлення і появою фотоструму не перевищує  $10^{-9}$  с.

З погляду хвилевих уявлень про світло фотоефект пояснити не вдалося. А. Ейнштейн\* висловив гіпотезу про те, що світло не тільки випромінюється, але також поширюється в просторі і поглинається речовиною у вигляді окремих квантів електромагнітного випромінювання. Квант оптичного діапазону випромінювання називають **фотон**ом.

Всі фотони монохроматичного світла частоти  $\nu$  мають однакову енергію

$$\varepsilon = h\nu, \quad (30.1)$$

де  $h$  – стала Планка.

У разі поглинання світла речовиною кожен поглинений фотон передає всю свою енергію електрону. Частина цієї енергії електрон витрачає на здійснення роботи виходу  $A_{\text{вих}}$  з речовини. **Роботою виходу** називається мінімальна енергія, яку необхідно передати електрону для того, щоб видалити його з твердого тіла у вакуум. Залишок енергії утворює кінетичну енергію електрона, що покинув речовину. В цьому випадку за законом збереження енергії повинне виконатися співвідношення

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \quad (30.2)$$

яке називається рівнянням Ейнштейна для фотоефекту.

З рівняння Ейнштейна безпосередньо впливає другий закон фотоефекту:

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = h\nu - A_{\text{вих}}, \quad (30.3)$$

тобто максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти, оскільки робота виходу для даної речовини величина стала.

При  $\nu = \nu_0$  кінетична енергія звертається в нуль. При цьому

$$h\nu_0 = A_{\text{вих}}, \quad (30.4)$$

тобто червона межа фотоефекту визначатиметься природою речовини.

\*Ейнштейн Альберт (1879–1955), німецький фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1921 р.



Якщо прикласти затримуючу напругу  $U_3$ , то фотострум обертається в нуль. При цьому робота електричного поля буде дорівнювати максимальній кінетичній енергії фотоелектронів, що вилетіли.

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3, \quad (30.5)$$

$m$  – маса електрона;  $e$  – заряд електрона.

Зробивши заміну в рівнянні (30.2), отримаємо ще одну форму запису рівняння Ейнштейна:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + eU_3. \quad (30.6)$$

### §31 Фотон. Властивості фотона

**Фотон** – це елементарна частинка, що не має маси спокою і рухається із швидкістю світла. Із законів релятивістської механіки відома залежність маси від швидкості руху:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (31.1)$$

де  $m_0$  – маса спокою частинки. З (31.1) знайдемо  $m_0$ :

$$m_0 = m\sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (31.2)$$

Фотон рухається із швидкістю світла, тобто  $v = c$ . З (31.2) випливає, що якщо  $v = c$

$$m_0 = 0.$$

Це означає, що фотон існує тільки в русі.

Масу фотона знайдемо з формули взаємозв'язку маси і енергії. За формулою Ейнштейна  $\varepsilon = mc^2$ . З іншого боку енергія фотона  $\varepsilon = h\nu$ . Прирівнявши ці співвідношення, знайдемо масу фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (31.3)$$

Імпульс фотона

$$p = mc = \frac{h\nu}{c}. \quad (31.4)$$

Використовуючи співвідношення, що зв'язує швидкість, довжину хвилі і частоту  $c = \lambda\nu$ , імпульс фотона можна виразити формулою

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad (31.5)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі у вакуумі.

## §32 Ефект Комптона

Найвиразніше корпускулярні властивості світла виявляються в явищі, яке було відкрито в 1923 році і називається ефектом Комптона\*. Суть явища полягає в наступному.

Якщо на розсіюючу речовину спрямувати пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання, то довжина хвилі  $\lambda'$  розсіяного випромінювання буде більше довжини хвилі  $\lambda$  падаючого випромінювання. Схема досліду Комптона представлена на рис. 32.1. Пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання, що виділяється діафрагмами, прямує на розсіюючу речовину РР. Спектральний склад досліджувався за допомогою рентгенівського спектрографа, що складався з кристала  $Kp$  і іонізаційної камери ІК.

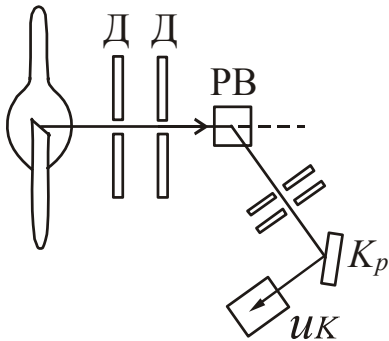


Рисунок 32.1

Різниця  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  виявилася залежною тільки від кута  $\theta$ , утворюваного напрямом розсіяного випромінювання з напрямом первинного пучка. Від довжини хвилі  $\lambda$  і від природи розсіюючої речовини зміна довжини хвилі  $\Delta\lambda$  не залежить.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta), \quad (32.1)$$

де  $\theta$  – кут розсіяння, тобто кут між напрямом первинного і розсіяного пучків;  
 $m_0$  – маса спокою частинки, на якій відбувалося розсіяння.

Позначимо

$$\frac{h}{m_0c} = \lambda_C \quad (32.2)$$

і назвемо  $\lambda_C$  – комptonівською довжиною хвилі.

Підстановка в (32.2) значень  $h$ ,  $m_0$ ,  $c$  дає для електрона значення

$$\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Ефект Комптона можна пояснити, розглядаючи розсіяння як процес пружного зіткнення рентгенівських фотонів з практично вільними електронами.

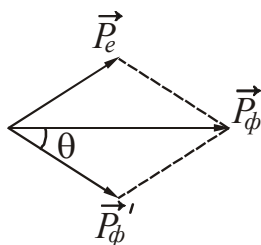


Рисунок 32.2

Вільними можна рахувати найслабкіше пов'язані з атомами електрони. Енергія зв'язку цих електронів значно менше тієї, яку фотон може передати електрону при зіткненні.

При пружній взаємодії повинні виконуватися закони збереження імпульсу (рис. 32.2) і енергії. До зіткнення енергія електрона рівна  $m_0c^2$  (енергія спокою), імпульс рівний нулю. Після зіткнення енергія електрона рівна  $mc^2$ , імпульс електрона стає рівним  $\vec{p}_e$ . Фотон до зіткнення мав імпульс  $\vec{p}_\phi$ , енергію  $h\nu$ . Після зіткнення імпульс фотона стане рівним  $\vec{p}'_\phi$ , а енергія –  $h\nu'$ .

\*Комптон Артур Холлі (1892–1962), американськ. фізик, лауреат Нобелівської премії 1927 р.

Тоді можна записати наступні співвідношення, які виражають закони збереження імпульсу і енергії відповідно:

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_e \quad (32.2)$$

$$m_0c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu' \quad (32.3)$$

Вирішення даної системи рівнянь дозволяє отримати рівняння (32.1). Таким чином, з теорії Комптона виходить, що фотон передає електрону частину своєї енергії і частину свого імпульсу. В результаті зменшення енергії фотона довжина хвилі розсіяного фотона збільшується.

- **Зверніть увагу!**

*Одним і тим же терміном позначаються різні явища або поняття*

**Поляризація діелектриків** – зсув позитивних і негативних зарядів діелектрика в протилежні сторони під дією електричного поля. (див. «Частина 3. Електростатика. Постійний електричний струм»).

**Поляризація світла** – порушення осової симетрії електромагнітної хвилі відносно напрямку її поширення. У плоскополяризованій (лінійно поляризованій) хвилі коливання вектора  $\vec{E}$  відбувається строго в одній площині.

*Термін застосовується до об'єктів, до яких його застосовувати не можна*

**Сила світла** – скалярна фізична величина, що дорівнює світловому потоку, який припадає на одиницю тілесного кута. Термін не має нічого спільного з терміном «сила» з курсу механіки.

*Одне і те ж поняття називається різними термінами*

**Випромінювальність** – енергетична світимість.

**Випромінювальна здатність** – спектральна густина енергетичної світимості.

**Поглинальна здатність** – монохроматичний коефіцієнт поглинання.

*Розрізняйте наступні, близькі за звучанням, терміни*

**Ступінь поляризації** – величина, що показує співвідношення поляризованого і природного світла в частково поляризованому світлі.

**Поляризованість** – векторна фізична величина, що чисельно дорівнює дипольному моменту одиниці об'єму діелектрика. (див. «Частина 3. Електростатика. Постійний електричний струм»).

- Після вивчення розділу «Хвильова і квантова оптика» студент повинен **ЗНАТИ**:

**Суть понять:**

Світло, кут падіння, кут заломлення, кут відбивання, повне внутрішньо відбивання. Точкове джерело світла. Тонка плівка, смуги рівного нахилу, смуги рівної товщини. Подвійне променезаломлення. Абсолютно чорне тіло (АЧТ), сіре тіло, дзеркальне тіло. Квант, фотон. Червона межа фотоефекту, робота виходу.

**Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини:**

Абсолютний показник заломлення, відносний показник заломлення. Світловий потік, сила світла, освітленість. Оптичний шлях, оптична різниця ходу. Період (стала) дифракційної ґратки. Енергетичний потік. Випромінювальна здатність, поглинальна здатність, відбивна здатність.

**Закони:**

Закони відбивання, закони заломлення. Закон Снелліуса. Закон Брюстера, закон Малюса. Закон Кірхгофа, закон Стефана – Больцмана, закони Віна. Закони фотоефекту.

**Явища:**

Інтерференція. Дифракція. Поляризація, обертання площини поляризації. Заломлення, поглинання, розсіяння, дисперсія світла. Ефект Керра. Теплове випромінювання. Фотоефект. Ефект Комптона.

**Рівняння:**

Рівняння Ейнштейна для фотоефекту.

**Формули:**

Умови максимуму і мінімуму інтерференції. Формула Вульфа-Брегга. Формула Планка. Енергія, маса, імпульс фотона.

**Графіки:**

Залежність випромінювальної здатності АЧТ від довжини хвилі. Залежність фотоструму від напруги.

**Прилади і пристрої:**

Інтерферометр. Дифракційні ґратки. Призма Нїколя. Пірометр. Лазер.

## ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ХВИЛЬОВА ОПТИКА»

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань за темою “Хвильова оптика”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, користуючись таблицею кодів. Якщо Ви дали

- 1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
  - 1) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
  - 2) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу низький.
  - 3) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал.
- Прочитайте його ще раз.

1. Промінь світла падає на плоске дзеркало. Кут між падаючим і відбитим променями дорівнює  $30^\circ$ . Кут між відбитим променем і дзеркалом дорівнює ...
  - 1)  $75^\circ$ ;
  - 2)  $115^\circ$ ;
  - 3)  $30^\circ$ ;
  - 4)  $15^\circ$ .
2. Під час переходу променя світла з першого середовища в друге кут падіння був рівний  $30^\circ$ , а кут заломлення  $60^\circ$ . Відносний показник заломлення другого середовища відносно першого дорівнює ...
  - 1) 0,5;
  - 2)  $\sqrt{3}$ ;
  - 3)  $\sqrt{3}/3$ ;
  - 4)  $\sqrt{3}/2$ ;
  - 5) 2;
  - 6) 0,8
3. Граничний кут повного відбиття для променя світла, що йде з середовища з абсолютним показником заломлення  $n_1$  в середовище з абсолютним показником заломлення  $n_2$ , визначається виразом ( $n_1 > n_2$ ) ...
  - 1)  $\sin \alpha = n_2/n_1$
  - 2)  $\sin \alpha = n_1/n_2$
  - 3)  $\sin \alpha = 1/n_1$
  - 4)  $\sin \alpha = 1/n_2$
4. У перших експериментах з вивчення поширення електромагнітних хвиль в повітрі були зміряні довжина хвилі  $\lambda = 50$  см і частота випромінювання  $\nu = 500$  МГц. На основі цих даних можна було стверджувати, що швидкість світла в повітрі дорівнює приблизно ...
  - 1) 10 м/с
  - 2) 1000 м/с
  - 3) 250000 км/с
  - 4) 300000 км/с
5. Під час переходу світлового променя з першого середовища в друге виявилось, що кут заломлення менше кута падіння. Що можна сказати про швидкість світла  $v_2$  в другому середовищі?
  - 1)  $v_2 > v_1$
  - 2)  $v_2 = v_1$
  - 3)  $v_2 < v_1$
  - 4)  $v_2 = c = 3 \cdot 10^8$  м/с
6. Після проходження білого світла через червоне скло світло стає червоним. Це відбувається через те, що світлові хвилі інших кольорів в основному ...
  - 1) відбиваються.
  - 2) розсіюються.
  - 3) заломлюються.
  - 4) поглинаються.
7. За сучасними уявленнями світло є ...
  - 1) хвильовий процес.
  - 2) механічні коливання ефіру.
  - 3) потік квантів.
  - 4) явище тієї ж природи, що і ультразвук.
8. Наслідком хвильової природи світла є ...
  - 1) інтерференція світла.
  - 2) теплове випромінювання.
  - 3) дифракція світла.
  - 4) поляризація світла.
  - 5) фотоелектричний ефект.

9. Наслідком квантової природи світла є ...
- 1) інтерференція світла.
  - 2) дифракція світла.
  - 3) поляризація світла.
  - 4) теплове випромінювання.
  - 5) фотоелектричний ефект.
10. Когерентними називаються хвилі ...
- 1) що мають однакову частоту коливань.
  - 2) що відрізняються за фазою на  $\pi$ .
  - 3) що мають однакову амплітуду і частоту коливань.
  - 4) що мають однакову частоту коливань і зберігають в кожній точці простору сталу різницю фаз.
11. Явище інтерференції світла полягає ...
- 1) у посиленні одного світлового пучка іншим.
  - 2) у отриманні спектру білого світла.
  - 3) у обгинанні світлом перешкод.
  - 4) у накладенні когерентних світлових хвиль, внаслідок чого в одних точках (напрямах) їх амплітуда збільшується, а в інших – зменшується.
12. Енергія  $W$ , яку приносить на одиницю площі поверхні екрану одна електромагнітна хвиля, пропорційна квадрату амплітуди напруженості електричного поля в ній. Якщо в даній точці екрану інтерферують дві такі когерентні хвилі з однаковою амплітудою, то енергія області інтерференційного максимуму дорівнює ...
- 1) 0
  - 2)  $W$
  - 3)  $2W$
  - 4)  $4W$
13. Вкажіть необхідну умову інтерференції хвиль.
1. Хвилі повинні мати однакові частоти.
  2. Хвилі повинні бути когерентними.
  3. Хвилі повинні мати однакову амплітуду.
  4. Хвилі повинні мати однакові амплітуди і однакові частоти.
14. Вкажіть загальну умову посилення світла при інтерференції ( $\Delta$  – оптична різниця ходу).
1.  $\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$
  2.  $\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$
  3.  $\Delta = 0$
15. Вкажіть загальну умову ослаблення світла при інтерференції ( $\Delta$  – оптична різниця ходу).
1.  $\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$
  2.  $\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$
  3.  $\Delta = 0$
16. Інтерференційна картина від лампочок освітлення в кімнаті не спостерігається, тому що ...
- 1) світло від лампочок немонохроматичне.
  - 2) лампочки живляться від мережі змінного струму.
  - 3) світло від лампочок дуже яскраве.
  - 4) світлові хвилі від лампочок некогерентні.

17. Світло з довжиною хвилі  $\lambda$  від двох синфазних когерентних джерел  $S_1$  і  $S_2$  досягає екрану  $E$ . На екрані (рис. 17) спостерігається інтерференційна картина. Темні смуги в точках  $A$  і  $B$  виникають тому, що ...

1)  $S_2B = (2k + 1)\lambda/2$      $S_2A = (2m + 1)\lambda/2$

2)  $S_2B - S_1B = (2k + 1)\lambda/2$

$S_2A - S_1A = (2m + 1)\lambda/2$

3)  $S_2B = 2k\lambda/2$      $S_1A = 2m\lambda/2$

4)  $S_2B - S_1B = 2k\lambda/2$      $S_2A - S_1A = 2m\lambda/2$

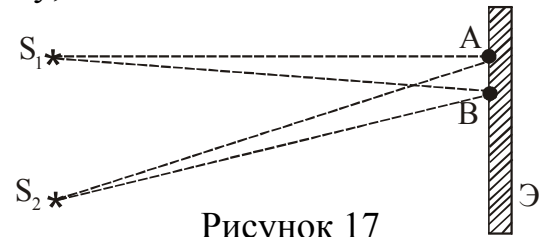


Рисунок 17

18. Дві плоскі електромагнітні хвилі з довжиною хвилі 400 нм і з однаковою амплітудою повністю гасять одна одну при інтерференції. Різниця фаз коливань вектора напруженості електричного поля цих хвиль в даній точці дорівнює ...

1)  $\pi/2$

2)  $\pi$

3)  $2\pi$

4)  $3\pi/2$

19. При відбиванні від тонкої плівки (рис. 19) інтерферують світлові пучки

1) 1 і 2

2) 2 і 3

3) 3 і 4

4) 4 і 5

20. При відбитті світла від оптично більш густішого середовища фаза коливань світлового вектора ...

1) не змінюється.

2) змінюється на  $\pi$ .

3) змінюється на  $\pi/2$ .

4) змінюється на  $2\pi$ .

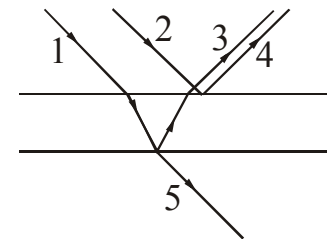


Рисунок 19

21. Прояснення оптики полягає ...

1) у застосуванні світлофільтрів.

2) у збільшенні вхідного отвору оптичної системи.

3) у зменшенні відбиття світла від поверхні оптичного скла.

4) у інтерференції світла на поверхні оптичного скла.

5) в підвищенні прозорості оптичного скла.

22. У основі прояснення оптики лежить ...

1) явище заломлення світла.

2) явище відбиття світла.

3) явище інтерференції світла в тонких плівках.

4) явище дифракції світла.

23. При освітленні сонячним світлом бензинової плівки на поверхні води видно веселкові плями. Вони виникають унаслідок ...

1) дисперсії світла.

2) інтерференції світла.

3) дифракція світла.

4) поглинання світла.

24. Дифракцією світла називається ...

1) сукупність явищ, спостережуваних при розповсюдженні світла в середовищі з різкими неоднорідностями і пов'язаних з відхиленнями від законів геометричної оптики.

2) заломлення світлового променя при проходженні через призму.

3) накладення заломлених променів.

25. Явище дифракції світла полягає ...
- 1) у підсиленні світла при накладенні світлових хвиль.
  - 2) у відхиленні променя світла при проходженні прозорої пластинки.
  - 3) у заломленні світлового променя при проходженні через діафрагму.
  - 4) у обгинанні світлом перешкоди і попадання в область геометричної тіні.
26. Світло огинає перешкоду і потрапляє в область геометричної тіні, якщо розміри перешкоди ...
- 1) багато більше довжини хвилі.
  - 2) багато менше довжини хвилі.
  - 3) сумірні з довжиною хвилі.
27. У трьох дослідах на шляху світлового пучка ставилися екрани
- з малим отвором;
  - тонкою ниткою, що перетинає центр широкого отвору;
  - з широкою щілиною.
- Явище дифракції відбувається ...
- 1) тільки у досліді з малим отвором в екрані;
  - 2) тільки у досліді з тонкою ниткою;
  - 3) тільки у досліді з широкою щілиною в екрані;
  - 4) у всіх трьох дослідах.
28. Дифракційні ґрати є ...
- 1) сукупність великого числа однакових щілин, віддалених одна від однієї на одну і ту ж відстань, порівняну з довжиною хвилі світла
  - 2) оптичний прилад, за допомогою якого можна розкласти світло на спектр
  - 3) сукупність перешкод, розміри яких більше довжини хвилі.
29. Вкажіть умову, яка визначає положення головних дифракційних максимумів інтенсивності, що отримують за допомогою дифракційних ґрат.
1.  $d \sin \varphi = m\lambda$
  2.  $2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = m\lambda$
  3.  $2d \sin \theta = m\lambda$
30. При збільшенні довжини хвилі падаючого світла відстані між сусідніми максимумами дифракційної картини ...
- 1) збільшуються;
  - 2) зменшуються;
  - 3) не змінюються;
  - 4) збільшуються для максимумів з малими номерами і зменшуються для максимумів з малими номерами;
  - 5) зменшуються для максимумів, близьких до головного, і збільшуються для дальніх максимумів.



31. На рис. 31 доведена установка для вимірювання довжини світлової хвилі за допомогою дифракційних ґрат. Відстань від ґрат до лінійки –  $L$ , період ґрат –  $d$ . На ґрати падає промінь від лазера перпендикулярно площині ґрат, при цьому на лінійці на відстанях  $x$  від центрального максимуму виникають яскраві плями. Довжина хвилі світла, що випромінюється лазером, дорівнює ...

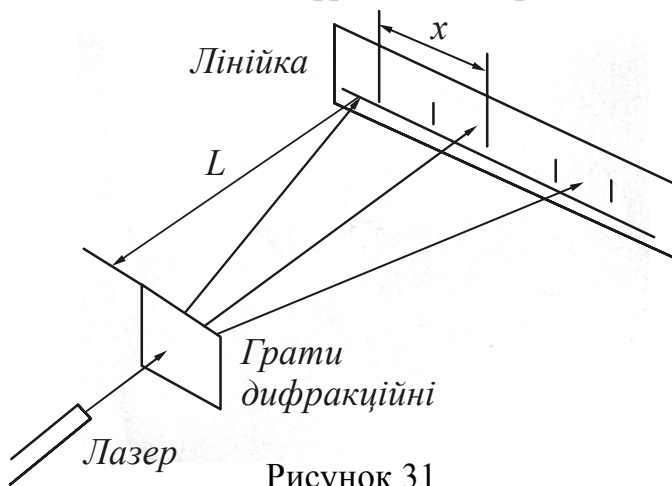


Рисунок 31

1)  $xd/L$   
 2)  $Ld/x$   
 3)  $xL/d$   
 4)  $x/Ld$

32. Промені від двох лазерів з довжинами хвиль  $\lambda$  і  $1,5\lambda$  по черзі прямують перпендикулярно площині дифракційних ґрат з періодом  $20\lambda$ . Відстань між нульовим і першим дифракційними максимумами на видаленому екрані ...

- 1) у обох випадках однакова.
- 2) у другому випадку в 1,5 рази більше.
- 3) у другому випадку в 1,5 рази менше.
- 4) у другому випадку в 3 рази менше.

33. Лазерний промінь з довжиною хвилі  $\lambda_1$  падає перпендикулярно на дифракційні ґрати. На лінії ABC екрану (рис. 33) спостерігається серія яскравих плям. Які зміни відбудуться в розташуванні плям на екрані при заміні цього лазерного променя, на лазерний промінь з довжиною хвилі  $\lambda_2 > \lambda_1$ :

- 1) розташування плям не зміниться.
- 2) пляма в точці В не зміститься, останні розсуються від нього.
- 3) пляма в точці В не зміститься, останні зрушаться до неї.
- 4) пляма в точці В зникне, останні розсуються від точки В

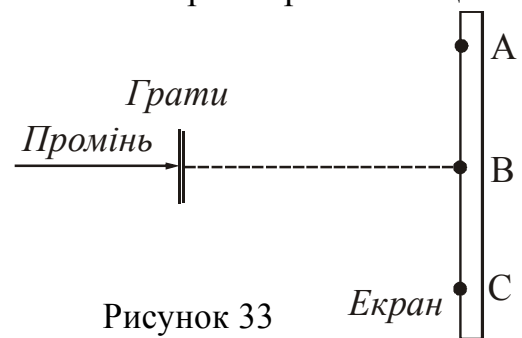


Рисунок 33

34. Лазерний промінь червоного кольору падає перпендикулярно на дифракційні ґрати (50 штрихів на 1 мм). На лінії ABC екрану (рис. 33) спостерігається серія червоних плям. Які зміни відбудуться на екрані при заміні цих ґрат на ґрати з 100 штрихами на 1 мм?

- 1) картина не зміниться
- 2) пляма в точці В не зміститься, останні розсуються від нього
- 3) пляма в точці В не зміститься, останні зрушаться до нього
- 4) пляма в точці В зникне, останні розсуються від точки В.

35. Просторові ґрати кристала використовуються як дифракційні ґрати для ...  
1) променів видимого світла      2) інфрачервоних променів  
3) ультрафіолетових променів      4) рентгенівських променів.
36. Поляризованим називається світло у якому ...  
1. напрями коливань світлового вектора впорядковані яким-небудь чином  
2. коливання різних напрямів швидко і безладно змінюють одне одного.  
3. коливання світлового вектора відбуваються перпендикулярно промінню  
4. відбувається обертання світлового вектора навколо променя.
37. Вкажіть властивість світлової хвилі, з якою пов'язано явище поляризації світла.  
1. Явище поляризації обумовлене електромагнітною природою світлової хвилі.  
2. Явище поляризації пов'язане з тим, що в плоскій монохроматичній хвилі вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  змінюються за гармонічним законом.  
3. Явище поляризації обумовлене тим, що в світлових явищах основну роль грає вектор напруженості електричного поля.  
4. Явище поляризації пов'язане з поперечним характером світлової хвилі.
38. Явище подвійного променезаломлення обумовлене ...  
1) анізотропією кристалів  
2) заломленням світла в речовині  
3) дифракцією світла в кристалах  
4) інтерференцією світла при проходженні тонкої окисної плівки на поверхні речовини.
39. Оптичною віссю кристала називається ...  
1) будь-яка пряма, перпендикулярна граням кристала;  
2) лінія, уздовж якої розповсюджується світло в кристалі;  
3) напрям, в якому в кристалі не відбувається подвійного променезаломлення;  
4) напрям, уздовж якого коливається вектор напруженості електричного поля хвилі, що розповсюджується в кристалі.
40. На поляризаційний прилад падає природне (неполяризоване) світло. При проходженні світла через поляризаційний прилад ...  
1) інтенсивність світла не зміниться;  
2) інтенсивність світла трохи зменшиться за рахунок поглинання;  
3) інтенсивність світла зменшиться в два рази навіть без урахування поглинання;  
4) інтенсивність світла змінюватиметься відповідно до закону Малюса.
41. Причиною повороту площини поляризації може бути ...  
1) зміна концентрації розчину;  
2) зміна спектрального складу світла;  
3) зміна прозорості середовища;  
4) посилення інтенсивності падаючого світла.
42. Вкажіть формулу, що виражає закон Малюса.

1.  $P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$       2.  $I = I_0 \cos^2 \varphi$       3.  $I = I_0 \cos \varphi$       4.  $\operatorname{tg} \vartheta_B = n_{21}$
43. Вкажіть формулу, що виражає закон Брюстера.
1.  $P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$       2.  $I = I_0 \cos^2 \varphi$       3.  $I = I_0 \cos \varphi$       4.  $\operatorname{tg} \vartheta_B = n_{21}$
44. Луч, відбитий від межі двох діелектриків повністю поляризований. При цьому кут між відбитим і заломленим променями складає ...
1.  $60^\circ$       2.  $90^\circ$       3.  $30^\circ$       4.  $45^\circ$
45. Чи може скляна пластинка служити поляризаційним приладом?
1. Ні, оскільки скло не володіє анізотропією.  
2. Так, оскільки скло поглинає мало світла.  
3. Так, оскільки скло – діелектрик, а при відбиванні від діелектрика відбувається поляризація світла.  
4. Ні, оскільки зазвичай товщина скляної пластини значно більше довжини світлової хвилі.
46. Явище дихроїзму полягає в наступному ...
- 1) у деяких кристалах один з променів (звичайний або незвичайний) забарвлюється.  
2) у деяких кристалах один з променів (звичайний або незвичайний) поглинається сильніше за інший.  
3) у деяких кристалах для одного з променів (звичайного або незвичайного) порушується закон заломлення світла.
47. Ефект Керра полягає в тому, що ...
- 1) під впливом електричного поля в рідинах і в аморфних твердих тілах виникає подвійне променезаломлення.  
2) під впливом магнітного поля в рідинах і в аморфних твердих тілах виникає подвійне променезаломлення.  
3) при механічних деформаціях в аморфних твердих тілах виникає подвійне променезаломлення.  
4) відбувається обертання площини поляризації.
48. Вкажіть безпосереднє призначення елементу Керра.
1. Поляризація світла.      2. Обертання площини поляризації.  
3. Аналіз пружної напруги.      4. Аналіз концентрації розчинів.
49. Розкладання білого світла в спектр при проходженні через призму обумовлене ...
- 1) дифракцією світла.      2) дисперсією світла.  
3) відбиттям світла.      4) інтерференцією світла.
50. Розкладання пучка сонячного світла в спектр при проходженні його через призму пояснюється тим, що світло складається з набору електромагнітних хвиль різної довжини, які, потрапляючи в призму ...
- 1) рухаються з різною швидкістю.  
2) мають однакову частоту.  
3) мають однакову довжину хвилі.

## ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «КВАНТОВА ОПТИКА»

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань за темою “Квантова оптика”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, користуючись таблицею кодів. Якщо Ви дали

- 1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
  - 4) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
  - 5) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу низький.
  - 6) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал.
- Прочитайте його ще раз.

1. Тепловим випромінюванням називається ...
  - 1) електромагнітне випромінювання, що випромінюється речовиною і виникає за рахунок його внутрішньої енергії.
  - 2) теплообмін між поверхнею тіла і навколишнім середовищем.
  - 3) процес перенесення теплоти від одного середовища до іншого.
  - 4) розповсюдження теплоти від більш нагрітих елементів тіла до менш нагрітих.
2. Вкажіть основну особливість теплового випромінювання в порівнянні з іншими видами випромінювання.
  1. Його інтенсивність не залежить від температури випромінюючого тіла.
  2. Воно може знаходитися в рівновазі з випромінюючими тілами.
  3. Воно є когерентним.
  4. Воно властиво тільки абсолютно чорним тілам.
3. Тепловим випромінюванням є випромінювання ...
  - 1) лампи денного (люмінесцентного) світла.
  - 2) лампи розжарювання.
  - 3) інфрачервоного лазера.
  - 4) екрану телевізора.
4. Теплове випромінювання на шкалі електромагнітних хвиль може лежати ...
  - 1) у всіх областях спектру.
  - 2) у області радіо- і інфрачервоного випромінювання.
  - 3) в області видимого випромінювання.
  - 4) в області інфрачервоного і видимого випромінювання.
5. Повна потужність теплового випромінювання тіла залежить від ...
  - 1) частоти цього випромінювання.
  - 2) інтенсивності випромінювання.
  - 3) температури тіла.
  - 4) матеріалу, з якого виготовлено тіло.
6. Випромінювальністю (енергетичною світимістю) тіла називається ...
  - 1) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла в одиницю часу.
  - 2) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла.
  - 3) кількість енергії, що випромінюється тілом в одиничному спектральному інтервалі з одиниці площі в одиницю часу.

- 4) кількість енергії, що випромінюється тілом з одиниці площі в одиницю часу.
7. Були зміряні спектри теплового випромінювання при трьох різних температурах ( $T_3 > T_2 > T_1$ ). Вкажіть, який з графіків залежності потужності випромінювання  $P$  від частоти  $\nu$  на рис. 7 відповідає результатам спостереження.

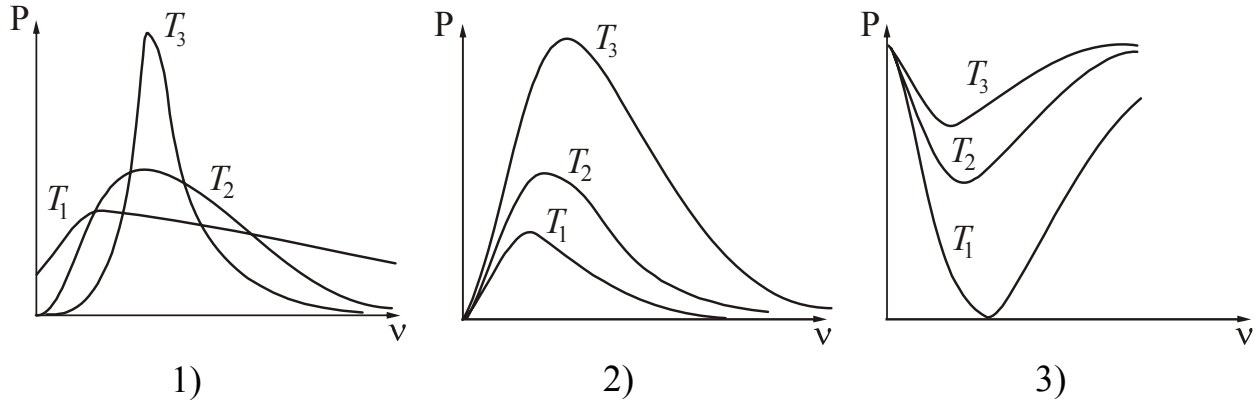


Рисунок 7

8. Формула  $R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda$ , де  $r_{\lambda, T}$  – випромінювальна здатність, виражає ...
- 1) повну енергію, що випромінюється тілом.
  - 2) випромінювальність (енергетичну світимість) тіла.
  - 3) поглинальну здатність тіла.
9. Випромінювальною здатністю (спектральною густиною енергетичної світимості) тіла називається ...
- 1) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла в одиницю часу
  - 2) кількість енергії, що випромінюється всією поверхнею тіла в одиничному спектральному інтервалі в одиницю часу
  - 3) кількість енергії, що випромінюється тілом в одиничному спектральному інтервалі з одиниці площі в одиницю часу
  - 4) кількість енергії, що випромінюється тілом з одиниці площі в одиницю часу.
10. Поглинальною здатністю (коефіцієнтом монохроматичного поглинання) називається ...
- 1) енергія, що поглинається тілом за одиницю часу.
  - 2) відношення поглиненої енергії до падаючої.
  - 3) відношення поглиненої енергії до тієї, що випромінюється.
  - 4) температура, при якій відбувається випромінювання.
11. Вкажіть формулу, що виражає закон Кірхгофа для теплового випромінювання.

$$1. \lambda_m = \frac{b}{T} \quad 2. R_3 = \sigma T^4 \quad 3. \frac{r_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}} = f(\lambda, T) \quad 4. r_{\lambda, T, S}^{\max} = cT^5$$

12. Вкажіть формулювання закону Кірхгофа для теплового випромінювання.
1. Довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральної щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі.
  2. Випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури.
  3. Поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $a_{\lambda,T} = 1$ .
  4. Відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури.
  5. Максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури.
13. Вкажіть формулу закону Стефана – Больцмана для теплового випромінювання.
1.  $\lambda_m = \frac{b}{T}$
  2.  $R_{\text{о}} = \sigma T^4$
  3.  $\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T)$
  4.  $r_{\lambda,T,S}^{\max} = cT^5$
14. Вкажіть формулювання закону Стефана – Больцмана для теплового випромінювання.
1. Довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі.
  2. Випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури.
  3. Поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $a_{\lambda,T} = 1$ .
  4. Відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури.
  5. Максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури.
15. Вкажіть формулу закону зсуву Вина для теплового випромінювання.
1.  $\lambda_m = \frac{b}{T}$
  2.  $R_{\text{о}} = \sigma T^4$
  3.  $\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T)$
  4.  $r_{\lambda,T,S}^{\max} = cT^5$
16. Вкажіть формулювання закону зсуву Вина для теплового випромінювання.
1. Довжина хвилі, на яку доводиться максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його абсолютній температурі.

2. Випромінювальність (енергетична світимість) абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури.
3. Поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $a_{\lambda,T} = 1$ .
4. Відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності не залежить від природи тіл, а є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією довжини хвилі і температури.
5. Максимальне значення випромінювальної здатності (спектральній щільності енергетичної світимості) абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому ступеню його абсолютної температури.

17. Вкажіть формулу другого закону Вина для теплового випромінювання.

$$1. \lambda_m = \frac{b}{T} \quad 2. R_{\odot} = \sigma T^4 \quad 3. \frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T) \quad 4. r_{\lambda,T,S}^{\max} = cT^5$$

18. Вкажіть формулювання другого закону Вина для теплового випромінювання.

1. Довжина хвилі, на яку доводиться максимум спектральної щільності енергетичної світимості абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна абсолютній температурі.
2. Енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури.
3. Поглинальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює одиниці  $a_{\lambda,T} = 1$ .
4. Відношення спектральної щільності енергетичної світимості тіла до його поглинальної здатності не залежить від природи тіла, а є для всіх тіл універсальною функцією довжини хвилі і температури.
5. Максимальна спектральна щільність енергетичної світимості абсолютно чорного тіла пропорційна п'ятому ступеню його температури.

19. Вкажіть умову, яка справедлива тільки для абсолютно чорного тіла.

1. Коефіцієнт відбиття дорівнює 1.
2. Випромінювальність для всіх частот дорівнює 1.
3. Відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності стало для всіх температур і частот.
4. Коефіцієнт монохроматичного поглинання для всіх частот і температур дорівнює 1.

20. Вкажіть твердження, що є гіпотезою Планка для теплового випромінювання.

1. Теплове випромінювання має електромагнітну природу.
2. Випромінювальність тіл залежить від температури.
3. Теплове випромінювання відбувається у вигляді окремих порцій енергії (квантів).
4. Сума поглинальної і відбивної здібностей рівна 1.

21. Вкажіть вираз, що визначає імпульс фотона з частотою  $\nu$ .
- 1)  $h\nu c^2$                       2)  $h\nu c$                       3)  $h\nu$                       4)  $\frac{h\nu}{c}$                       5)  $\frac{h\nu}{c^2}$
22. Вкажіть вираз, що визначає енергію фотона з частотою  $\nu$ .
- 1)  $h\nu c^2$                       2)  $h\nu c$                       3)  $h\nu$                       4)  $\frac{h\nu}{c}$                       5)  $\frac{h\nu}{c^2}$
23. Вкажіть вираз, що визначає масу фотона з частотою  $\nu$ .
- 1)  $h\nu c^2$                       2)  $h\nu c$                       3)  $h\nu$                       4)  $\frac{h\nu}{c}$                       5)  $\frac{h\nu}{c^2}$
24. Дано чотири види випромінювання:  $\gamma$ - випромінювання, видиме світло Сонця, випромінювання нагрітої праски, випромінювання лінії електропередачі. Вкажіть, які з них можна представити як потік квантів.
- 1) Всі перераховані.  
 2) Всі, окрім випромінювання лінії електропередачі.  
 3) Видиме світло і  $\gamma$ - випромінювання.  
 4) Тільки  $\gamma$ -випромінювання.
25. Світло з частотою  $4 \cdot 10^{15}$  Гц складається з фотонів, які мають електричний заряд, що дорівнює ...
- 1)  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл                      2)  $6,4 \cdot 10^{-19}$  Кл                      3) 0                      4)  $6,4 \cdot 10^{-4}$  Кл
26. Зовнішнім фотоелектричним ефектом називається ...
- 1) звільнення електронів нагрітими тілами.  
 2) звільнення електронів тілами при бомбардуванні їх швидкими частинками.  
 3) звільнення електронів тілами під дією сильного електростатичного поля.  
 4) звільнення електронів з поверхні речовини під дією світла.  
 5) зміна енергії електронів при взаємодії з фотонами.
27. Вкажіть властивості електромагнітного випромінювання, які виявляються у фотоефекті.
1. Рентгенівські.                      2. Хвильові.  
 3. Корпускулярні.                      4. Класичні.
28. Вкажіть формулу Ейнштейна для фотоелектричного ефекту.
1.  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$                       2.  $\lambda = \frac{h}{mv}$                       3.  $h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$                       4.  $\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3$
29. Вкажіть, які величини змінюватимуться при фотоефекті, якщо фотоефект досягається монохроматичним світлом різної частоти.
1. Робота виходу електрона.                      2. Швидкість електрона.  
 3. Кінетична енергія електрона.                      4. Сила фотоструму.  
 5. Кількість електронів, що вилетіли.
30. Вкажіть правильне твердження. Максимальна кінетична енергія вибитих з поверхні металу електронів ...



- 1) пропорційна частоті падаючого світла.
  - 2) пропорційна інтенсивності падаючого світла.
  - 3) обернено пропорційна інтенсивності падаючого світла
  - 4) обернено пропорційна частоті падаючого світла.
31. Металеву пластину освітлювали монохроматичним світлом однакової інтенсивності: спочатку червоним, потім зеленим, потім синім. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів, що вилітають, була найбільшою ...
- 1) при освітленні червоним світлом.
  - 2) при освітленні зеленим світлом.
  - 3) при освітленні синім світлом.
32. Вкажіть, який з наведених на рис. 32 графіків відповідає графіку залежності максимальної кінетичної енергії електронів, що вилетіли з пластини в результаті фотоэффекту, від інтенсивності  $I$  падаючого світла зі сталою довжиною хвилі.

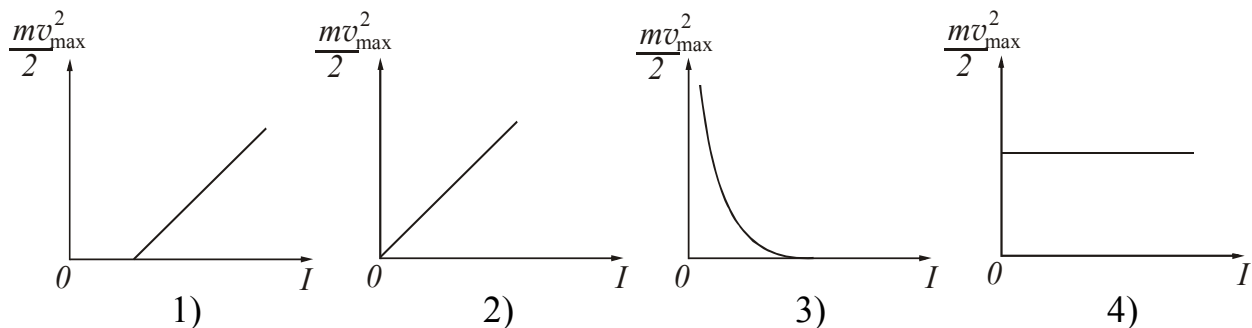


Рисунок 32

33. Швидкість електронів при фотоэффекті залежить від ...
- 1) температури.
  - 2) роботи виходу.
  - 3) інтенсивності світла.
  - 4) частоти світлового кванта.
34. Вкажіть, як залежить швидкість фотоелектронів від довжини хвилі світла, що падає на фотокатод.
1. Убуває пропорційно  $\sqrt{\lambda}$ .
  2. Убуває пропорційно  $\lambda$ .
  3. Зростає пропорційно  $\lambda$ .
  4. Зростає пропорційно  $\sqrt{\lambda}$ .
35. Вкажіть, як залежить величина фотоструму насичення від інтенсивності опромінюючого монохроматичного світла.
- 1) Зменшується пропорційно інтенсивності.
  - 2) Зростає пропорційно інтенсивності.
  - 3) Зростає пропорційно квадрату інтенсивності.
  - 4) Убуває пропорційно квадрату інтенсивності.
36. Інтенсивність світла, що падає на катод, при незмінній довжині хвилі зменшилася в 10 разів. При цьому зменшилася ...
- 1) швидкість фотоелектронів.
  - 2) енергія фотоелектронів.
  - 3) кількість фотоелектронів.
  - 4) маса фотоелектрона.
37. Червоною границею фотоэффекту називається ...

- 1) найменша довжина світлової хвилі, при якій можливий фотоэффект.
  - 2) найбільша довжина світлової хвилі, при якій можливий фотоэффект.
  - 3) найменша частота світла, при якій можливий фотоэффект.
  - 4) найбільша частота світла, при якій можливий фотоэффект.
38. Значення червоної границі фотоэффекту залежить від ...
- 1) сталої Планка.
  - 2) форми освітлюваного тіла.
  - 3) інтенсивності випромінювання.
  - 4) матеріалу освітлюваного тіла.
39. Робота виходу електрона при фотоэффекті залежить від ...
- 1) частоти світлового кванта.
  - 2) інтенсивності світла.
  - 3) довжини хвилі світла, що викликає фотоэффект.
  - 4) температури.
  - 5) властивостей металу (матеріалу), що дає фотоэффект.
40. Енергія фотонів, які падають на фотокатод, в 4 рази більше роботи виходу матеріалу фотокатода. Відношення максимальної кінетичної енергії фотоелектронів до роботи виходу дорівнює ...
- 1) 1
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4
41. Вкажіть можливі застосування фотоелементів.
- 1) Посилення струму.
  - 2) Вимірювання освітленості.
  - 3) Збільшення швидкості електронів.
  - 4) Перетворення світлової енергії в електричну.
42. Вкажіть, в якому випадку тиск світла більший: коли він падає на дзеркальну поверхню або на чорну?
- 1) на дзеркальну
  - 2) на чорну
  - 3) тиск світла не залежить від типу поверхні.
43. Ефект Комптона полягає у ...
- 1) зміні частоти випромінювання під дією магнітного поля.
  - 2) обертанні площини поляризації під дією магнітного поля.
  - 3) дифракції рентгенівських променів.
  - 4) зміні довжини хвилі рентгенівських променів при розсіянні їх електронами.
  - 5) вибиванні електронів світловими квантами.
44. Зміна довжини хвилі в ефекті Комптона залежить від ...
- 1) довжини розсіюваних променів.
  - 2) матеріалу розсіюючого тіла.
  - 3) енергії розсіюваного випромінювання.
  - 4) кута розсіяння.
45. При ефекті Комптона виконується ...
- 1) закон збереження енергії.
  - 2) закон збереження імпульсу.
  - 3) закон збереження моменту імпульсу.
  - 4) закон збереження імпульсу і енергії.

**КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Хвильова оптика»**

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	1	11	4	21	3	31	1	41	1
2	3	12	4	22	3	32	2	42	2
3	1	13	2	23	2	33	2	43	4
4	3	14	2	24	1	34	2	44	2
5	3	15	1	25	4	35	4	45	3
6	4	16	4	26	3	36	1	46	2
7	1,3	17	2	27	1	37	4	47	1
8	1,3,4	18	2	28	1,2	38	1	48	2
9	4,5	19	3	29	1	39	3	49	2
10	4	20	2	30	1	40	3	50	1

**КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Квантова оптика»**

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	1	10	2	19	4	28	3	37	2,3
2	2	11	3	20	3	29	2,3	38	4
3	2,3	12	4	21	4	30	1	39	5
4	4	13	2	22	3	31	3	40	3
5	3	14	2	23	5	32	4	41	2,4
6	4	15	1	24	3	33	4	42	1
7	2	16	1	25	3	34	1	43	4
8	2	17	4	26	4	35	2	44	4
9	2	18	5	27	3	36	3	45	4

## ЧАСТИНА 3. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

### Розділ 6. Елементи квантової механіки

**Квантова механіка** – це фізична теорія явищ і процесів мікросвіту. Під мікросвітом розуміють сукупність об'єктів, лінійні розміри яких порядку  $10^{-8}$  –  $10^{-15}$  м. Виникла квантова механіка у зв'язку з розвитком експериментальних досліджень з вивчення властивостей теплового випромінювання, фотоефекту, закономірностей атомних спектрів.

Квантова механіка встановлює спосіб опису і закони руху мікрочастинок (атомів, молекул, атомних ядер, елементарних частинок) і їх систем (наприклад, кристалів), а також зв'язок величин, що характеризують частинки і системи, з фізичними величинами, безпосередньо вимірюваними на досліді.

Закони квантової механіки дозволили з'ясувати будову атомів, пояснити періодичну систему елементів, зрозуміти будову атомних ядер, вивчити властивості елементарних частинок, зрозуміти властивості металів і напівпровідників.

Ряд найбільших технічних досягнень двадцятого століття заснований на законах квантової механіки. Вони лежать в основі роботи ядерних реакторів, обумовлюють можливість здійснення в земних умовах термоядерних реакцій, виявляються у ряді явищ в металах і напівпровідниках.

Закони квантової механіки використовуються при пошуку і створенні нових матеріалів: магнітних, напівпровідникових, надпровідникових.

Таким чином, **квантова механіка стала «інженерною» наукою**, знання якої необхідне не тільки фізикам-дослідникам, але й інженерам.

#### §33 Гіпотеза де Бройля

Властивості частинок, з яких побудовані атомні системи, корінним чином відрізняються від властивостей макроскопічних тіл. Закони класичної механіки і класичної електродинаміки виявилися непридатними для опису поведінки мікрочастинок. Необхідно було переглянути уявлення про електрон у вигляді механічної частинки, що характеризується певними координатами і певною швидкістю.

В процесі вивчення природи світла з'ясувалося, що в оптичних явищах спостерігається корпускулярно-хвильовий дуалізм. Інтерференція, дифракція і поляризація говорять про хвильову природу світла, а фотоефект і ефект Комптона – про корпускулярну.

У 1924 році Луї де Бройль\* висунув гіпотезу про те, що **корпускулярно-хвильова подвійність властивостей має універсальний характер**, тобто частинки речовини разом з корпускулярними властивостями мають також і хвильові. Згідно гіпотезі де Бройля, рух електрона або якої-небудь іншої частинки пов'язано з хвильовим процесом, довжина хвилі якого дорівнює

---

\*Де Бройль Луї (1892–1987), французький фізик, лауреат Нобелівської премії 1929 р.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (33.1)$$

де  $h$  – стала Планка;  $p = mv$  – імпульс частинки.

Якщо гіпотеза справедлива, то повинна спостерігатися дифракція мікро-частинок.

У 1927 році Девіссон\* і Джермер\* вивчали розсіяння електронів на монокристалі нікелю. Схема установки наведена на рис. 33.1. У електронній гарматі  $A$  створювався потік електронів, який прямував на кристал нікелю  $B$ . Швидкість електронів визначалася прискорюючою напругою, що була створена усередині гармати. Нікелеву мішень можна було обертати навколо осі, перпендикулярної площині рисунка. Приймач електронів  $C$  обертався навколо тієї ж осі і реєстрував електрони, розсіяні мішенню за всіма напрямками. Якби електрони поводитися як класичні частинки, то вони повинні були б відбиватися від мішені відповідно до законів геометричної оптики. Але виявилось, що інтенсивність розсіяних електронів різна за різними напрямками – є максимуми і мінімуми числа електронів, розсіяних під різними кутами, тобто спостерігалася дифракція.

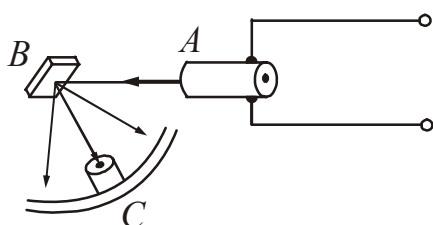


Рисунок 33.1

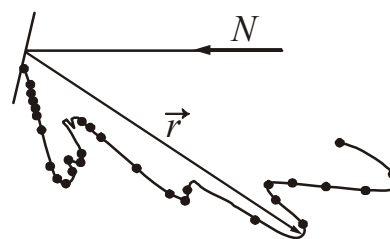


Рисунок 33.2

На рис. 33.2 надана діаграма розсіяння за напрямками числа електронів, розсіяних мішенню  $B$  відносно падаючого пучка електронів  $N$ . Довжина радіус-вектора  $\vec{r}$ , що проведений з центру мішені, пропорційна числу електронів, розсіяних в даному напрямі. Видно, що існують максимуми і мінімуми числа електронів, розсіяних під різними кутами. Результати дослідів Девіссона і Джермера можна пояснити, використовуючи ідею де Бройля про хвильові властивості частинок. Знаючи прискорюючу різницю потенціалів  $U_{\text{пр}}$ , можна розрахувати швидкість електронів:

$$v = \sqrt{\frac{2eU_{\text{пр}}}{m}},$$

де  $e$  – заряд електрона,  $m$  – маса електрона.

Потім за формулою (33.1) можна знайти відповідну довжину хвилі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU_{\text{пр}}}}.$$

\*Девіссон Клинтон Джозеф (1881–1958), американський фізик, лауреат Нобелівської премії 1937 р.

\*Джермер Люстер Халберт (1896–1971), американський фізик.

Якщо пучок електронів має хвильові властивості, то він повинен відбиватися від кристала нікелю так само, як і рентгенівське випромінювання (див. §20, п. 20.2), тобто повинна виконуватися умова Вульфа – Брегга:

$$2d \sin \theta = m\lambda,$$

де  $d$  – міжплощинна відстань, відома з рентгенографічних досліджень. Підстановка реальних даних (значень  $d, \theta$ ) дала значення довжини хвилі, яке співпадає з довжиною хвилі де Бройля.

Хвильові властивості електронів також були виявлені в дослідах П.С. Тартаковського\* і Дж. П. Томсона\*. Була отримана дифракційна картина електронного пучка, що проходить через тонку (завтовшки порядку  $10^{-7}$  м) металеву фольгу. Дослід здійснювався таким чином (рис. 33.3). Пучок електронів, прискорених різницею потенціалів порядку декілька десятків кіловольт, проходив через фольгу і потрапляв на фотопластину. Електрон під час удару діє на фотопластину так саме, як і фотон. Отримана таким чином електронограма зо-

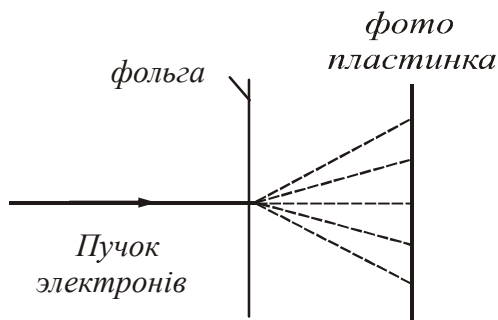


Рисунок 33.3

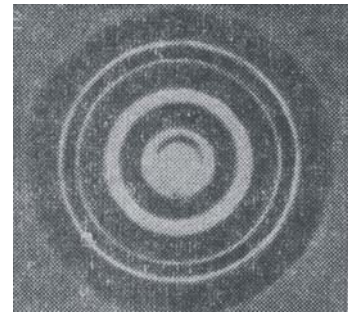


Рисунок 33.4

лота представлена на рис. 33.4.

Користуючись подібними фотографіями, Томсон перевіряв формулу де Бройля і визначив за формулою Вульфа – Брегга період кристалічної решітки металу, через який проходили електрони. Результати співпали з відомими раніше даними рентгеноструктурного аналізу.

Таким чином, ідея де Бройля про хвильові властивості частинок отримала експериментальне підтвердження.

### §34 Імовірнісний смисл хвиль де Бройля. Хвильова функція

Хвилі де Бройля, пов'язані з рухомими частинками речовини, не є електромагнітними, тобто їх розповсюдження не пов'язане з розповсюдженням якого-небудь електромагнітного поля. Вони мають специфічну квантову природу, що не має аналогії серед хвиль, які вивчаються в класичній фізиці.

Питання щодо природи хвиль можна сформулювати як питання про фізичний смисл амплітуди цих хвиль. Замість амплітуди  $A$  виберемо інтенсивність хвилі, пропорційну квадрату модуля амплітуди  $|A|^2$ .

\*Тартаковський Петро Саввович (1895–1940), російський фізик.

\*Томсон Джордж Паджет (1892–1975), англійський фізик, лауреат Нобелівської премії 1937р

З дослідів з дифракції електронів випливає, що пучки електронів, відбитих або розсіяних за різними напрямками, розподіляються неоднаково: у деяких напрямках спостерігається більше число електронів, чим у всіх інших. З хвильової точки зору наявність максимумів числа електронів в деяких напрямках означає, що ці напрями відповідають найбільшій інтенсивності хвиль де Бройля. Іншими словами, інтенсивність в даній точці простору визначає густину ймовірності попадання електронів в цю точку за 1 с. Це дає підставу говорити про статистичний, ймовірнісний смисл хвиль де Бройля.

**Квадрат модуля амплітуди хвиль де Бройля в даній точці є мірою ймовірності того, що частинка виявляється в цій точці.**

Щоб описати розподіл ймовірності знаходження частинки в даній момент часу в деякій точці простору, введемо функцію  $\psi(x, y, z, t)$ . Цю функцію називають *хвильовою* або *псі-функцією*. Інтерпретація псі-функції була дана М. Борном\* в 1926 році. Визначається вона так.

Ймовірність  $dw$  того, що частинка знаходиться в елементі об'єму  $dV$ , пропорційна квадрату модуля хвильової функції  $|\psi|^2$ :

$$dw = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 dx dy dz. \quad (34.1)$$

Фізичний зміст має не сама функція  $\psi$ , а квадрат її модуля  $|\psi|^2$ . Величина  $|\psi|^2$  має смисл *густини ймовірності*:

$$\rho_w = \frac{dw}{dV} = |\psi|^2, \quad (34.2)$$

тобто визначає ймовірність перебування частинки в даній точці простору. Іншими словами, величиною  $|\psi|^2$  визначається інтенсивність хвиль де Бройля. Це пояснює, чому хвилі де Бройля також називають «хвилями ймовірності». З визначення хвильової функції випливає, що вона повинна задовольняти **умові нормування ймовірності**:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1. \quad (34.3)$$

Ця умова означає, що перебування частинки де-небудь в просторі є достовірною подією і її ймовірність повинна дорівнювати одиниці. Хвильова функція  $\psi$  є основною характеристикою стану мікрочасток. З її допомогою можуть бути обчислені середні значення фізичних величин, що характеризують мікрочастинку, яка знаходиться у стані, що описується хвильовою функцією.

---

\*Борн Макс (1882–1970), англійський фізик, лауреат Нобелівської премії 1954 р.

### §35 Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

Хвильові властивості мікрочастинок вносять обмеження в можливість застосовувати до таких частинок поняття координати і імпульсу в їх класичному смислі. У класичній механіці в кожній точці траєкторії частинка має певні координати  $x, y, z$  і певний імпульс  $\vec{p}$  з проєкціями за осями  $p_x, p_y, p_z$ .

Відмітною особливістю мікрочастинок є наявність у них дуалізму хвильових і корпускулярних властивостей. З дифракційних дослідів випливає, що частинки не мають траєкторії. Тому описувати її рух, задаючи точне значення координати і імпульсу в кожен момент часу, як це робиться в класичній механіці, неможливо. Проте можна вказати з деякою мірою точності величину тієї області простору, в якій частинка з великою ймовірністю може бути виявлена, і інтервал тих значень імпульсу, які вона при цьому має.

Нехай  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  означають інтервали координат (невизначеність значень координати), в яких може знаходитися частинка, що описується хвилею де Бройля,  $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$  – інтервали (невизначеність значень проєкції імпульсу), в яких поміщені проєкції її імпульсу за осями координат. Чим точніше визначено положення частинки, тобто чим менше  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , тим менш точно визначені значення проєкцій її імпульсу (тобто тим більше  $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ ). Невизначеності значень координати і проєкції імпульсу зв'язані співвідношенням:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (35.1)$$

де  $\hbar$  стала Планка.

Аналогічні співвідношення мають місце для  $y$  і  $p_y$ ,  $z$  і  $p_z$ :

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (35.2)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (35.3)$$

Співвідношення (35.1), (35.2), (35.3) встановлені В. Гейзенбергом\* в 1927 році і називаються співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

Пари величин, що входять в співвідношення невизначеностей Гейзенберга, називаються канонічно зв'язаними. Твердження про те, що *добуток невизначеностей двох канонічно зв'язаних величин не може бути за порядком величини менше сталої Планка  $\hbar$* , називається принципом невизначеностей Гейзенберга.

Із співвідношення невизначеностей випливає наступне: **мікрочастинка не може мати одночасно цілком певних значень координати  $x$  і імпульсу  $p_x$** , тобто, чим точніше для мікрочастинки визначена одна з величин – координата  $x$  або імпульс  $p_x$  – тим більше стає неточність у визначенні інший.

\*Гейзенберг Вернер Карл (1901–1976), німецький фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1932 р.



Енергія і час також є канонічно зв'язаними величинами. Для них справедливе співвідношення невизначеностей у вигляді:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (35.4)$$

Це співвідношення означає, що якщо частинка якийсь час  $\Delta t$  знаходиться в нестационарному стані, то енергія цього стану може бути визначена лише з деякою точністю до величини  $\Delta E$ .

Співвідношення невизначеностей указує, якою мірою можна користуватися поняттями класичної механіки, зокрема, з яким ступенем точності можна говорити про траєкторії частинок. Підставивши в (35.1) замість  $p_x$  добуток  $mv_x$ , отримаємо співвідношення

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geq \hbar/2m.$$

З нього випливає, що чим більше маса частинки, тим менше невизначеності її координати і швидкості і, отже, з тим більшою точністю застосовне поняття траєкторії.

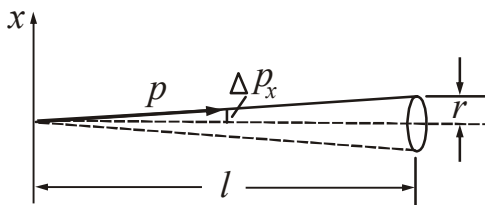


Рисунок 35.1

За певних умов рух мікрочастинки може приблизно розглядатися як рух за траєкторією. Прикладом є рух електрона в електронно-променевої трубі (рис. 35.1). Слід електронного пучка на екрані має радіус  $r$  порядку  $10^{-3}$  см, довжина трубки  $l$  порядку 10 см. Тоді  $\Delta p_x / p_x \sim 10^{-4}$ . Імпульс електрона пов'язаний з

прискорюючою напругою  $U$  співвідношенням

$$\frac{p^2}{2m} = eU.$$

Звідси  $p = \sqrt{2meU}$ . При напрузі порядку  $U \approx 10^4$  В енергія електрона дорівнює  $10^4$  эВ. Оцінимо величину імпульсу:

$$p = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4} \approx 5,4 \cdot 10^{-23} \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}.$$

Отже,  $\Delta p_x \approx 5,4 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-27}$  (кг·м/с).

Згідно співвідношенню (35.1):

$$\Delta x = \frac{\hbar/2}{\Delta p_x} \approx \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 5,4 \cdot 10^{-27}} \approx 10^{-8} \text{ (м)}.$$

Отриманий результат указує на те, що рух електрона в електронно-променевої трубі практично не відрізняється від руху за траєкторією.

Співвідношення невизначеностей є одним з фундаментальних положень квантової механіки. Воно дозволяє пояснити той факт, що електрон не падає на ядро атома, а також оцінити розміри простого атома і мінімальну можливу енергію електрона в такому атомі.

### §36 Хвильове рівняння Шредінгера

У класичній механіці основними рівняннями, що описують рух, є закони Ньютона. Вони дозволяють для макроскопічних тіл розв'язати основну задачу механіки – за заданими силами, що діють на тіло (або систему тіл), і початковими умовами (початковими значеннями координат і швидкості) знайти для будь-якого моменту часу координати тіла і його швидкість.

Рівняння руху в квантовій механіці повинне бути таким, щоб воно дозволяло пояснити спостережувані на досліді хвильові властивості частинок. Стан частинки в просторі в даний момент часу задається хвильовою функцією  $\psi(x, y, z, t)$ , точніше величиною  $|\psi|^2$  – густиною ймовірності знаходження частинки в точці з координатами  $x, y, z$  у момент часу  $t$ . Тому основне рівняння квантової механіки повинне бути рівнянням відносно функції  $\psi(x, y, z, t)$ . Це рівняння повинне бути хвильовим, оскільки з нього отримують своє пояснення експерименти з дифракції частинок.

Основне рівняння квантової механіки було отримане в 1926 році Е. Шредінгером\*. Шредінгер встановив своє рівняння, виходячи з оптико-механічної аналогії. Ця аналогія полягає в схожості рівнянь, що описують хід світлових променів, з рівняннями, що визначають траєкторії частинок в аналітичній механіці. Хвильове рівняння Шредінгера в квантовій механіці грає ту ж роль, що рівняння Ньютона в класичній механіці. Його можна було б назвати рівнянням руху квантової частинки. Задати закон руху частинки в квантовій механіці – це означає визначити значення  $\psi$ -функції в кожний момент часу і в кожній точці простору. Подібно до рівнянь Ньютона і Максвелла рівняння Шредінгера з'явилося з одного боку узагальненням відомих дослідних даних, з іншого боку, було великим науковим передбаченням. Його слід розглядати як початкове основне припущення, справедливості якого доводиться тим, що всі наслідки, які випливають із нього, найточнішим чином узгоджуються з дослідними фактами.

Ми розглядатимемо рівняння Шредінгера тільки для випадку, коли  $\psi$ -функція не залежить від часу, тобто  $\psi = \psi(x, y, z)$ . Рівняння Шредінгера при цьому називають рівнянням для стаціонарних станів. Воно записується в наступному вигляді:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \quad (36.1)$$

де  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$ ;

$m$  – маса частинки;

$\hbar$  – стала Планка;

$E$  – повна енергія частинки;

$U$  – потенціальна енергія частинки.

\*Шредінгер Ервін (1887–1961), австрійський фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1933 р.

Рівняння Шредінгера дозволяє знайти псі-функцію даного стану  $i$ , отже, визначити ймовірність знаходження частинки в різних точках простору.

Відповідно до свого смислу псі-функція повинна бути однозначною, безперервною і кінцевою. Крім того, вона повинна мати безперервну і кінцеву похідну. Перераховані вимоги називаються стандартними умовами. У теорії диференціальних рівнянь доводиться, що рівняння вигляду (36.1) має розв'язання, що задовольняє стандартним умовам, лише при деяких значеннях параметра. У нашому випадку цим параметром є повна енергія частинки  $E$ . Ці значення повної енергії називаються *власними значеннями*. Рішення, відповідні власним значенням  $E$ , називаються *власними функціями*.

Сукупність власних значень називається *спектром величини*. Якщо ця сукупність утворює дискретну послідовність, то спектр називається *дискретним*. Якщо власні значення утворюють безперервну послідовність, то спектр називають *безперервним або суцільним*.

У разі дискретного спектру власні значення енергії і власні функції можна пронумерувати:

$$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n \quad (36.2)$$

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_n \quad (36.3)$$

Про величини, які можуть приймати тільки дискретні значення, говорять, що вони *квантуються*. Таким чином, з основних положень квантової механіки випливає квантування енергії.

Знаходження власних значень і власних функцій є складним математичним завданням, тому далі розглянемо тільки деякі окремі випадки.

### §37 Частинка в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі

*Потенціальною ямою* називається область простору, в якій потенціальна енергія  $U$  частинки менше деякого значення  $U_{\max}$ . Якщо  $U_{\max} = \infty$  і максимальна енергія залежить тільки від координати  $x$ , тобто  $U = U(x)$ , то отримаємо нескінченно глибоку одновимірну потенціальну яму.

Нехай рух частинки обмежений непроникними стінками:  $x=0$ ,  $x=l$  ( $l$  – ширина ями). В цьому випадку потенціальна енергія частинки (рис. 37.1):

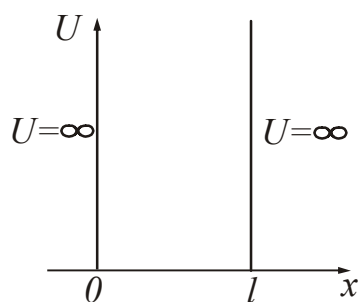


Рисунок 37.1

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{якщо } x < 0 \\ 0, & \text{якщо } 0 \leq x \leq l \\ \infty, & \text{якщо } x > l \end{cases}$$

Псі-функція залежатиме тільки від координати  $x$ , тому рівняння Шредінгера прийме вигляд:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad (37.1)$$

оскільки потенціальна енергія усередині ями  $U=0$ . Введемо позначення:

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = \omega^2. \quad (37.2)$$

Рівняння (37.1) при цьому переписеться таким чином:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \omega^2 \psi = 0. \quad (37.3)$$

З теорії коливань відомо (див. §2, п. 2.2), що розв'язання рівняння (37.3) має вигляд:

$$\psi(x) = A \sin(\omega x + \alpha). \quad (37.4)$$

Знайдемо параметри  $\omega$  і  $\alpha$ . Для цього використовуємо граничні умови. За межі потенціальної ями частинка потрапити не може, тому ймовірність виявити частинку, а, отже, і функція  $\psi$  за межами ями дорівнюватимуть нулю. З умови безперервності випливає, що  $\psi$  повинна дорівнювати нулю і на межах ями, тобто

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (37.5)$$

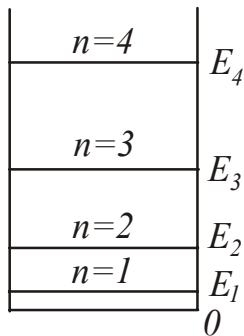
Тоді можна записати:  $\psi(0) = A \sin \alpha = 0$ . Оскільки  $A \neq 0$ , то звідси випливає, що  $\alpha = 0$  ( $\sin 0 = 0$ ). Далі запишемо, що  $\psi(l) = A \sin \omega l = 0$ .

При цьому

$$\omega l = \pm n\pi, \quad (37.6)$$

де  $n=1, 2, 3, \dots$  (значення  $n=0$  відпадає, оскільки при цьому випливає, що  $\psi \equiv 0$ . Це означає, що частинка ніде не знаходиться).

Підставимо (37.6) в рівняння (37.2) і знайдемо власні значення енергії частинки:



$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (37.7)$$

Спектр енергії виявився дискретним (рис. 37.2).

Замінивши  $\omega$  в рівнянні (37.4) за формулою (37.6), отримаємо власні значення хвильової функції:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (37.8)$$

Рисунок 37.2

Для знаходження коефіцієнта  $A$  використовують умову нормування (див. формулу (34.3)):

$$\int_0^l A^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1. \quad (37.9)$$

Узявши інтеграл, отримаємо

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}} \quad (37.10)$$

Тоді

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (37.11)$$

Графіки власних функцій зображені на рис. 37.3. На рис. 37.4 показана густина ймовірності виявлення частинки в різних точках ями, яка дорівнює  $|\psi|^2$ . З графіків випливає, що в стані наприклад, з  $n=2$  частинка не може бути виявлена в середині ями і разом з тим однаково часто буває як в лівій, так і правій половині ями. Така поведінка частинки несумісна з уявленням про траєкторії, тому що згідно класичним уявленням всі положення частинки в ямі рівноімовірні.

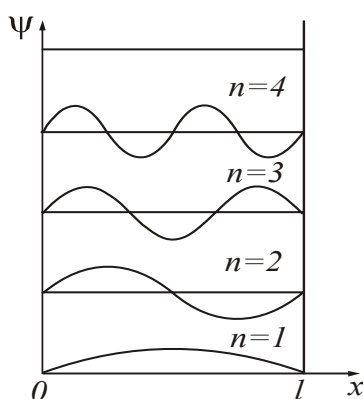


Рисунок 37.3

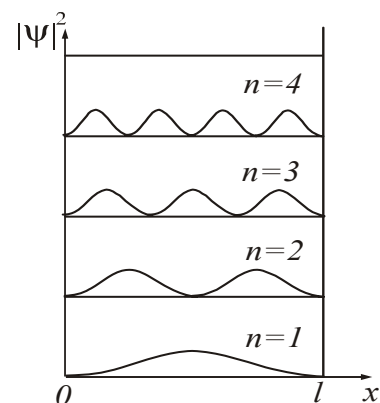


Рисунок 37.4

Модель частинки, що знаходиться в нескінченно глибокій потенціальній ямі, застосовують для пояснення електропровідності металів і напівпровідників.

## Розділ 7. Фізика атомів і молекул

### §38 Атом водню і воднеподібні іони

**Атомом** називається найменша частинка речовини, що має всі властивості даного хімічного елементу. До складу атома входять позитивно заряджене ядро і електрони, які рухаються в електричному полі ядра. Заряд ядра за абсолютною величиною дорівнює сумарному заряду всіх електронів атома. **Іоном** називається електрично заряджена частинка, яка утворюється при придбанні або втраті електронів атомом або молекулою.

Простішим атомом є атом водню, що складається з одного протона в ядрі і одного електрона, який рухається в кулонівському електричному полі ядра. **Воднеподібними** іонами є іони, що мають ядро із зарядом  $+Ze$  і один електрон. Наприклад, іони одноразово іонізованого гелію –  $\text{He}^+$ , двократно іонізованого літію –  $\text{Li}^{++}$ , триразово іонізованого берилію –  $\text{Be}^{+++}$  і т. д.

Єдиний електрон водню і воднеподібних іонів рухається в кулонівському полі ядра і має потенціальну енергію

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}. \quad (38.1)$$

де  $Z$  – порядковий номер елементу;  
 $r$  – відстань між ядром і електроном.

Рівняння Шредінгера в цьому випадку прийме вигляд:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0, \quad (38.2)$$

де  $E$  – повна енергія електрона в атомі.

Оператора Лапласа  $\Delta$  при розв'язанні беруть в сферичних координатах. Ми не розв'язатимемо рівняння Шредінгера, а тільки розглянемо кінцеві результати розв'язання рівняння (38.2).

### 38.1 Квантові числа

З розв'язання рівняння Шредінгера для електрона в атомі випливає, що хвильова функція  $\psi$  залежить не тільки від просторових координат, але і від цілочисельних параметрів  $n, l, m$ . Ці параметри називаються квантовими числами. Охарактеризуємо кожне з них:

1.  $n$  – головне квантове число. Приймає значення  $1, 2, 3 \dots, n$ . Відповідає номеру енергетичного рівня.
2.  $l$  – орбітальне квантове число. Приймає значення  $0, 1, 2, 3 \dots, (n-1)$ , тобто має  $n$  значень.
3.  $m$  – магнітне квантове число. Приймає значення  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ , тобто має  $(2l+1)$  значень.

Конкретний набір квантових чисел визначає конкретний вид хвильової функції і, отже, форму і розміри електронної хмари. Значеннями квантових чисел визначаються також основні динамічні характеристики: енергія електрона в атомі, момент імпульсу, магнітний момент, проєкції моменту імпульсу і магнітного моменту на напрям зовнішнього магнітного поля.

### 38.2 Квантування енергії

Можна показати, що рівняння (38.2) має однозначні і безперервні розв'язання для електрона, пов'язаного з ядром, при дискретних від'ємних значеннях енергії. Ці значення енергії визначаються співвідношенням:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2, \quad (38.3)$$

де  $n$  – головне квантове число,  $n = 1, 2, 3, \dots$

$R = 1,09107 \text{ м}^{-1}$  – стала Рідберга\*;

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – швидкість світла;

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$  – стала Планка.

Після підстановки значення сталих і вираження енергії в електрон-вольтах рівняння (38.3) можна записати у наступному вигляді:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} Z^2. \quad (38.4)$$

\*Рідберг Йоганнес Роберт (1854–1919), шведський фізик і математик.

Набір дискретних значень енергії  $E_n$  утворює енергетичний спектр атома. Стан з  $n=1$  називається **основним**, стани з  $n > 1$  називаються **збудженими**. У основному стані електрон може знаходитися скільки завгодно довго. Найважливішою відмінністю збуджених станів є кінцевий час  $\tau$  життя електрона в цих станах:  $\tau \approx 10^{-8}$  с. У основному стані атом має мінімальну енергію. Щоб перевести атом з основного стану в збуджений (тобто в стан з більшою енергією), йому необхідно передати енергію. Енергію можна передати одним з наступних способів:

- за рахунок теплового зіткнення (тому нагріті тіла світяться – атоми випромінюють, повертаючись із збудженого стану в основний стан);
- за рахунок зіткнення атома з достатньо швидким електроном;
- за рахунок поглинання атомом фотона.

Фотон при поглинанні його атомом зникає, передаючи атому всю свою енергію. Атом не може поглинути частину фотона, оскільки фотон є неподільним. Поглинаються тільки ті фотони, енергія яких відповідає різниці енергій двох рівнів.

Енергія збудження

$$E_{зб} = E_n - E_1, \quad (38.5)$$

де  $E_1$  – енергія електрона в основному стані;  
 $E_n$  – енергія електрона у збудженому стані.

Величина

$$\phi_{зб} = \frac{E_{зб}}{e} \quad (38.6)$$

називається **потенціалом збудження** ( $e$  – заряд електрона).

Енергія електрона в атомі – величина від’ємна, тому найбільше значення енергії, яке може мати електрон  $E_{\max}=0$ . При цьому  $n$  прагне до нескінченності ( $n \rightarrow \infty$ ). Це відповідає іонізації атома, тобто відриву від нього електрона.

**Потенціал іонізації**

$$\phi_i = \frac{E_i}{e}, \quad (38.7)$$

де  $E_i = -E_1$  – енергія іонізації атома.

Серед оптичних властивостей атома найважливішим є його спектр випромінювання. Оскільки будь-яка спектральна лінія виникає при переході з одного енергетичного рівня на іншій, то оптичний спектр атома водню і воднеподібних іонів є лінійчатим. Довжини хвиль спектральних ліній описуються узагальненою формулою Бальмера\*:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) Z^2, \quad (38.8)$$

\*Бальмер Іоганн Якоб (1825–1893), швейцарський фізик і математик.

де  $n_i$  – номер енергетичного рівня, на який переходить електрон;  
 $n_k$  – номер енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

Спектральні лінії прийнято групувати в спектральні серії. У кожену серію входять всі лінії з фіксованим  $n_i$ , тобто ті, що відносяться до переходу електрона (при випромінюванні) на один і той же нижній рівень з різних верхніх.

На рис. 38.1 наведена схема рівнів енергії атома водню і його спектральні серії.

Серію з  $n_i = 1$  ( $n_k = 2, 3, 4, \dots$ ) називають *серією Лаймана\**. Лінії знаходяться в області ультрафіолетового випромінювання.

Серія з  $n_i = 2$  ( $n_k = 3, 4, 5, \dots$ ) носить назву *серії Бальмера*. Чотири перші лінії цієї серії лежать у видимій частині спектру і позначаються через  $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta$ . Решта ліній серії Бальмера знаходиться в області ультрафіолетового випромінювання.

Серії з  $n_i = 3$  ( $n_k = 4, 5, 6, \dots$ ) – *серія Пашена*,

$n_i = 4$  ( $n_k = 5, 6, 7, \dots$ ) – *серія Бреккета*,

$n_i = 5$  ( $n_k = 6, 7, 8, \dots$ ) – *серія Пфунда*

знаходяться в інфрачервоній частині спектру.

### 38.3 Квантування орбітального моменту імпульсу і магнітного моменту

Розв'язання рівняння Шредінгера дає ще один важливий результат. Момент імпульсу електрона в атомі квантується за формулою:

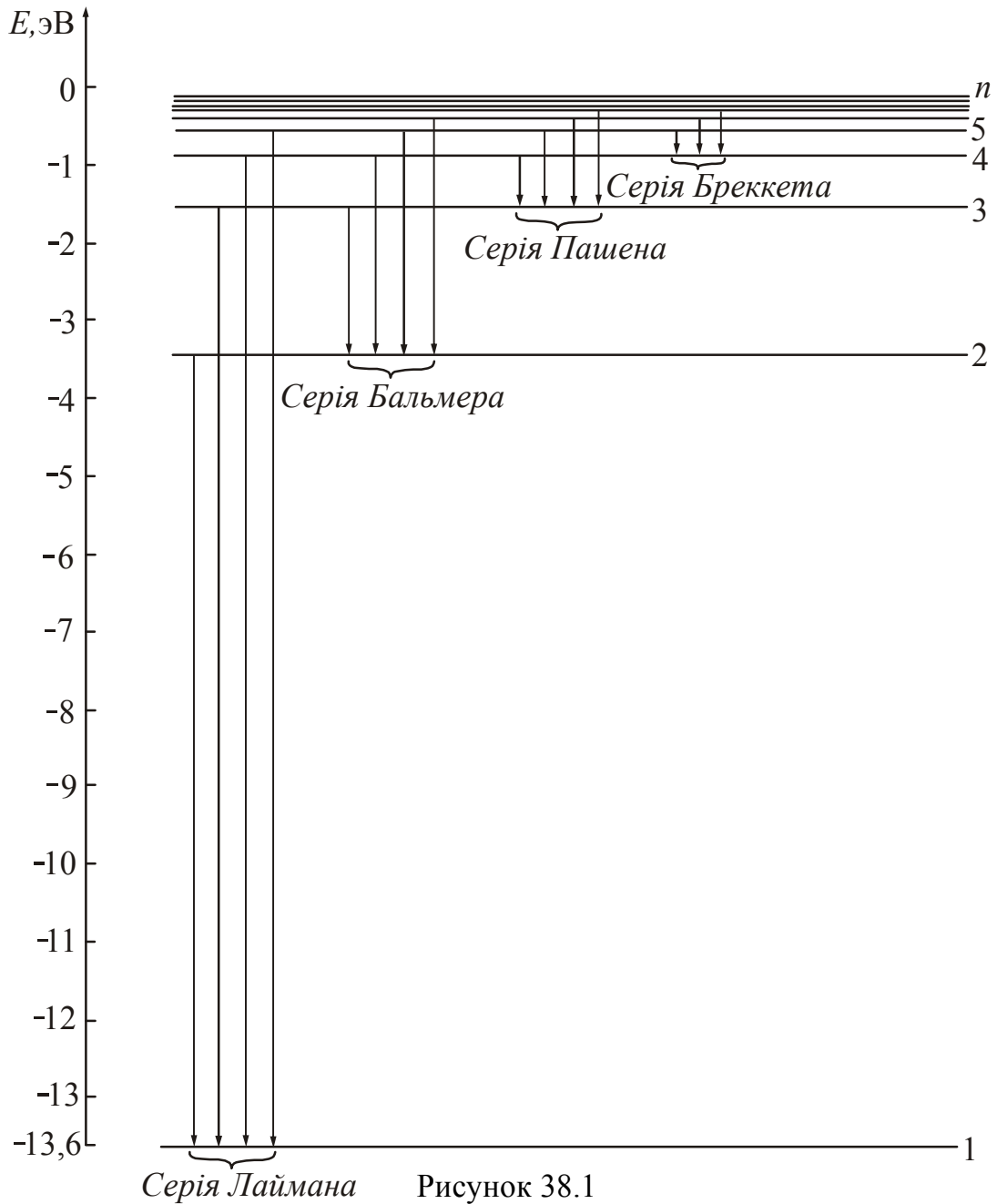
$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (38.9)$$

де  $l$  – орбітальне квантове число. При заданому головному квантовому числі  $n$ , орбітальне квантове число приймає значення  $0, 1, 2, 3 \dots, (n-1)$ . Стани електрона, що мають різні значення орбітального квантового числа, в атомній фізиці прийнято позначати і називати таким чином: якщо  $l=0$ , то стан електрона називається *s-станом*; якщо  $l=1$ , то стан електрона називається *p-станом*. Стани з  $l=2, 3$ , і т. д. називаються відповідно *d-, f-* і т. д. станами, тобто узгоджено до латинського алфавіту. Значення головного квантового числа указується перед умовним позначенням квантового числа  $l$ . Наприклад, електрон з  $n=2$  і  $l=0$  позначається символом  $2s$ .

Хоча в квантовій механіці уявлення про орбіти, як і уявлення про траєкторії є неправомірним, момент, обумовлений рухом електрона в атомі, називають орбітальним моментом імпульсу. Рух електрона в атомі еквівалентний деякому замкненому контуру із струмом (орбітальному струму). Отже, окрім орбітального моменту імпульсу електрон має орбітальний магнітний момент.

\*Лайман Теодор (1874–1954), американський фізик.





Відношення орбітального магнітного моменту елементарної частинки до її орбітального моменту імпульсу називається магнітомеханічним (або гіромагнітним) відношенням. Для електрона воно дорівнює

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m}, \quad (38.10)$$

де  $e$  – заряд електрона,  $m$  – його маса. Знак « $-$ » указує на те, що напрями моментів протилежні. Із співвідношень (38.9) і (38.10) випливає, що орбітальний магнітний момент  $\vec{p}_m$  також квантується:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (38.11)$$

де  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$  – величина, яку називають магнетоном Бора\*.

Для електрона  $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23}$  А·м<sup>2</sup>.

### 38.4 Просторове квантування

У класичній механіці вважалося, що вектори орбітального моменту імпульсу  $\vec{L}$  і магнітного моменту  $\vec{p}_m$  можуть бути орієнтовані в зовнішньому магнітному полі абсолютно довільно. У квантовій механіці доводиться, що існує просторове квантування:

*Вектор моменту імпульсу електрона має лише такі орієнтації в просторі, при яких проекція  $L_z$  вектора  $\vec{L}$  на напрям Z зовнішнього магнітного поля приймає квантовані, цілочисельні значення, кратні  $\hbar$ :*

$$L_z = m\hbar, \tag{38.12}$$

де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots, \pm l$  – магнітне квантове число. Магнітне квантове число може мати  $(2l+1)$  значень. Отже, момент імпульсу  $\vec{L}$  може мати в просторі  $(2l+1)$  орієнтацій.

Аналогічно справедливе наступне твердження:

*Вектор магнітного моменту електрона має лише такі орієнтації в просторі, при яких проекція  $p_{m_z}$  вектора  $\vec{p}_m$  на напрям Z зовнішнього магнітного поля приймає квантовані, цілочисельні значення, кратні  $\mu_B$ .*

$$p_{m_z} = m\mu_B. \tag{38.13}$$

Приклад: електрон знаходиться в p- стані, при цьому  $l=1, m = 0, \pm 1$ .

Проекція орбітального моменту імпульсу може мати наступні значення:  $L_z = +\hbar, L_z = 0, L_z = -\hbar$ .

Зобразимо вектор моменту імпульсу  $\vec{L}$  у вигляді спрямованих відрізків (рис. 38.2). Така схема називається **векторною моделлю атома**.

Аналогічно зображають магнітний момент  $\vec{p}_m$ . Векторну модель не можна розуміти буквально. Її слід розглядати як сукупність правил, що дозволяють отримати результати, справедливості яких підтверджується строгими квантово-механічними розрахунками.

Експериментальне визначення магнітних моментів атомів було здійснене Штерном\* і Герлахом\*. У їх досліді пучок атомів пропускали через сильне неоднорідне магнітне поле, перпендикулярне пучку. Неоднорідність поля досягалася за рахунок

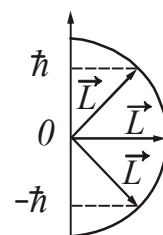


Рисунок 38.2

\*Бор Нільс Хендрік Давид (1885–1962), данський фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1922 р.

\*Герлах Вольтер (1889–1979), німецький фізик-експериментатор.

\*Штерн Отто (1888–1969), німецький фізик-експериментатор, лауреат Нобелівської премії 1943 р.

спеціальної форми полюсних сердечників електромагніту (рис. 38.3). На атоми пучка повинна діяти сила (див. §53, п. 53.4)

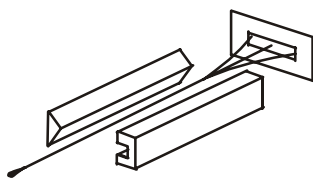


Рисунок 38.3

$$F_z = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha.$$

Величина і знак сили залежать від кута  $\alpha$ , що утворюється вектором  $\vec{p}_m$  з напрямом поля. При хаотичному розподілі магнітних моментів за напрямками в пучку є частинки, для яких значення кута  $\alpha$  змінюються в межах від 0 до  $\pi$ . При цьому можна було чекати, що вузький пучок атомів після проходження між полюсами утворить на екрані суцільний розтягнутий слід. Край сліду повинен відповідати атомам, магнітні моменти яких орієнтовані під кутами  $\alpha=0$  і  $\pi$ . (див. рис. 38.4). Досліди, проведені з сріблом і іншими елементами, привели до абсолютно іншого результату. Замість суцільного розтягнутого сліду на екрані спостерігалися окремі лінії, розташовані симетрично відносно пучка, отриманого у відсутності поля. Число можливих проекцій залежало від природи атома. Для срібла, алюмінію, міді і лужних металів воно дорівнює двом, для ванадію, азоту – чотирьом, кисню – п'яти, марганцю – шести і так далі. Досліди Штерна і Герлаха не тільки підтвердили просторове квантування моментів імпульсів в магнітному полі, але і дали експериментальне підтвердження висновку про те, що магнітні моменти електронів і атомів мають дискретну природу.

Момент імпульсу атома (і його магнітний момент) дорівнює сумарному моменту електронів, оскільки магнітні моменти ядер значно менше за величиною. У свою чергу, магнітні моменти електронів співпадають з сумарними моментами валентних електронів, оскільки моменти електронів замкннутих оболонок компенсуються.

У елементів першої групи періодичної системи є один валентний електрон. Таким чином, моменти імпульсу і магнітні моменти таких атомів співпадають з моментами електрона.

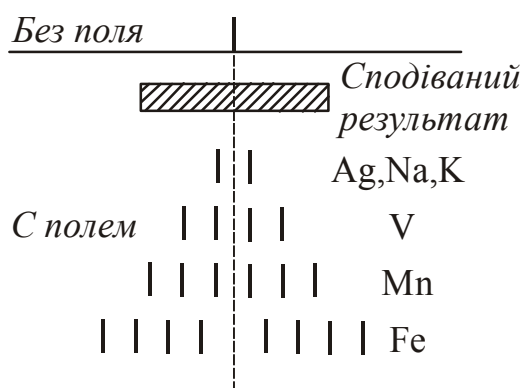


Рисунок 38.4

Важливою особливістю атомів першої групи є те, що валентний електрон в основному стані атома має орбітальне квантове число, що дорівнює нулю, тобто електрон знаходиться в *s-стані*. З формули (38.9) виходить, що при  $l=0$  момент імпульсу електрона  $L$  дорівнює нулю. Тому виникло питання про те, просторове квантування якого моменту імпульсу було виявлено в дослідах Штерна і Герлаха?

Для пояснення отриманого результату потрібно було припустити, що електрон, окрім орбітального моменту імпульсу і відповідного йому магнітного моменту, має ще *власний механічний момент імпульсу і власний магнітний момент*.

### 38.5 Спін електрона

У 1925 році С. Гаудсміт\* і Дж. Уленбек\* на основі аналізу спектроскопічних даних висунули гіпотезу про те, що електрон має власний момент імпульсу  $\vec{L}_s$  і відповідний йому власний магнітний момент  $\vec{p}_{m_s}$ . Цей власний момент імпульсу був названий **спіном**. Слово «спін» (англ. spin) означає обертання.

Спочатку Гаудсміт і Уленбек припустили, що спін обумовлений обертанням електрона навколо своєї осі. Згідно цим уявленням електрон уподібнювався дзизи або веретену. Проте таке уявлення привело до суперечності з теорією відносності. Розрахунки показали, що для того, щоб кулька-електрон, яка обертається навколо своєї осі, придбав магнітний момент, рівний одному магнетону Бора, кутова швидкість обертання повинна бути такою, що відповідна їй лінійна швидкість на поверхні сфери в 200 разів перевищить швидкість світла у вакуумі. Ці факти змусили відмовитися від подібних модельних уявлень. Спін слід вважати внутрішньою властивістю, властивою електрону так само, як заряд і маса. Припущення про спін електрона підтвержене великою кількістю дослідних фактів і визнається абсолютно доведеним.

Із загальних висновків квантової механіки випливає, що спін (тобто власний момент імпульсу або спіновий момент) квантується згідно із законом:

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad (38.14)$$

де  $s$  – спінове квантове число, яке для електрона може приймати тільки одне значення, рівне  $1/2$ .

Проекція спіну на заданий напрям також квантується:

$$L_{s_z} = m_s \hbar, \quad (38.15)$$

де для електрона  $m_s = \pm s = \pm 1/2$ .

Число  $m_s$  по аналогії з  $m$  можна було б назвати магнітним спіновим числом. Але така назва рідко застосовується. Набагато частіше, кажучи про квантове спінове число розуміють під ним число  $m_s$ , тобто приписують квантовому спіновому числу значення  $\pm 1/2$ . Слідую, проте, пам'ятати, що число  $s$  має тільки одне значення:  $s=1/2$ .

Для власного магнітного моменту електрона виконуються такі співвідношення:

$$p_{m_s} = -2\mu_B\sqrt{s(s+1)}. \quad (38.16)$$

Знак « $-$ » указує на те, що механічний і магнітний моменти електрона спрямовані в різні боки.

Проекція власного магнітного моменту електрона на заданий напрям може приймати наступні значення:

$$p_{m_{s_z}} = \mp 2\mu_B m_s = \mp \mu_B. \quad (38.17)$$

\*Гаудсміт Семюел Абрам (1902–1979), американський фізик-теоретик.

\*Уленбек Джордж Юджін, американський фізик.

Мінус впливає, якщо  $m_s = +1/2$ , плюс – якщо  $m_s = -1/2$ .

Таким чином, проекція власного моменту імпульсу електрона може приймати значення  $+\hbar/2$  і  $-\hbar/2$  а власного магнітного моменту – значення  $+\mu_B$  і  $-\mu_B$ . У ряд формул, зокрема у вираз для енергії, входять не самі моменти, а їх проекції. Тому прийнято говорити, що власний механічний момент (спін) дорівнює  $1/2$  (у одиницях  $\hbar$ ), а власний магнітний момент дорівнює магнетону Бору  $\mu_B$ .

### §39 Принцип Паулі. Періодична система елементів Менделєєва

У 1925 році В. Паулі\* встановив квантово-механічний закон, якій називають принципом Паулі або принципом заборони Паулі. У своєму простому формулюванні він звучить так:

***У одному і тому ж атомі (або в якій-небудь іншій квантовій системі) не може бути двох електронів, що мають однаковий набір чотирьох квантових чисел:  $n, l, m, m_s$ .***

Іншими словами,

***в одному і тому ж стані не можуть знаходитися одночасно два електрони.***

Максимальне число електронів, що знаходяться в станах, які описуються набором трьох квантових чисел  $n, l, m$  і що відрізняються тільки орієнтацією спінів електронів

$$N(n, l, m) = 2,$$

оскільки магнітне спінове квантове число може приймати тільки два значення  $+1/2$  і  $-1/2$ .

Максимальне число електронів, що знаходяться в станах, визначуваних двома квантовими числами  $n$  і  $l$ :

$$N(n, l) = 2(2l+1).$$

При цьому враховано, що вектор  $\vec{L}$  при заданому  $l$  може приймати  $(2l+1)$  орієнтацій.

Максимальне число електронів, що знаходяться в станах, визначуваних значенням головного квантового числа  $n$ :

$$N(n) = 2n^2.$$

У 1869 році Д.І. Менделєєв\* відкрив періодичний закон зміни хімічних і фізичних властивостей елементів залежно від їх атомних мас. Якщо розташувати хімічні елементи в порядку зростання їх атомних мас, то періодично, через проміжки, які називають періодами, елементи, що опинилися в одному вертикальному ряду (групі), виявляють схожі фізико-хімічні властивості. Менделєєв ввів поняття **порядкового номера** елементу. Розташувавши хімічні елементи в порядку зростання їх номера, він отримав повну періодичність в зміні хімічних

\*Паулі Вольфганг (1900–1958), австрійський фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1945 р.

\*Менделєєв Дмитро Іванович (1834–1907), російський хімік.

властивостей елементів. При цьому частина кліток періодичної системи виявилася вільною, оскільки відповідні елементи ще не були відомі. Таким чином, Менделєєву вдалося передбачити ряд нових елементів (галій, скандій, германій і так далі). Надалі всі ці елементи були відкриті. Фізичний зміст порядкового номера був встановлений Резерфордом.

Найважливішим завданням фізики з'явилося теоретичне тлумачення періодичного закону Менделєєва і пояснення будови періодичної системи.

Сучасна теорія періодичної системи ґрунтується на наступних положеннях:

а) порядковий номер  $Z$  хімічного елементу дорівнює загальному числу електронів в атомі даного елементу;

б) стан електронів в атомі визначається набором чотирьох квантових чисел:  $n, l, m, m_s$ . Розподіл електронів в атомах за енергетичними станами повинен задовольняти принципу мінімуму потенціальної енергії: із зростанням числа електронів кожен наступний повинен зайняти можливий енергетичний стан з найменшою енергією;

в) заповнення електронами енергетичних станів відбувається відповідно до принципу Паулі.

Сукупність електронів в атомі з однаковим значенням головного квантового числа  $n$  називається електронним шаром (електронною оболонкою). Розрізняють наступні електронні шари:

*K-шар*, головне квантове число  $n=1$ ;

*L-шар*, головне квантове число  $n=2$ ;

*M-шар*, головне квантове число  $n=3$ ;

*N-шар*, головне квантове число  $n=4$  і так далі.

Усередині шару електрони розподіляються за підоболонками (підрівнями), кожна з яких відповідає певному значенню орбітального квантового числа  $l$  (див. §38, п. 38.3).

У легких атомів спочатку заповнюється оболонка з меншим  $n$ , і лише потім повинна заповнюватися електронами наступна оболонка. Усередині даної оболонки спочатку заповнюються стани з  $l=0$ , а потім стани з більшими  $l$ , аж до  $l=(n-1)$ .

Починаючи з калію ( $Z=19$ ), починаються порушення цього порядку. Пояснюється це таким чином. При великих квантових числах  $n$  взаємодія між електронами в атомі приводить до того, що стани з більшим  $n$  і меншим  $l$  можуть мати меншу енергію, чим стани з меншим  $n$ , але з більшим  $l$ , тобто бути енергетично вигіднішими. Тому є хімічні елементи з недобудованими попередніми оболонками, у яких забудовуються подальші.

У таблиці 39.1 приведені основні відомості про квантові числа, що характеризують стан електрона в атомі.

Таблиця 39.1 Квантових чисел, що характеризують стан електрона в атомі

Квантове число і його значення	Величина, яка квантується	Формула	Примітка
1. Головне квантове число $n=1, 2, 3, \dots$ Відповідає номеру енергетичного рівня	Енергія	$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2$ (Дж) або $E_n = -\frac{13,6}{n^2} Z^2$ (eВ)	$R = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – стала Рідберга; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ швидкість світла; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ – стала Планка.
2. Орбітальне квантове число $l=0, 1, 2, \dots, (n-1)$	1. Орбітальний момент імпульсу 2. Орбітальний магнітний момент	1. $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ 2. $p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$	$\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А}\cdot\text{м}^2$ – магнетон Бора
3. Магнітне квантове число $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$	1. Проекція орбітального моменту імпульсу на напрям зовнішнього магнітного поля 2. Проекція магнітного моменту на напрям зовнішнього магнітного поля	1. $L_z = m \hbar$ 2. $p_{m_z} = m \mu_B$	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Планка
4. Спінове квантове число $s=1/2$	1. Власний момент імпульсу (спін) 2. Власний магнітний момент	1. $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$ 2. $p_{m_s} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)}$	Число $s$ має тільки одне значення: $s=1/2$ , тому стан електрона в атомі визначається набором чотирьох квантових чисел: $n, l, m, m_s$ . Число $m_s$ частіше називають числом просто спіну
5. Магнітне спінове число $m_s=1/2$	1. Проекція власного моменту імпульсу 2. Проекція власного магнітного моменту	1. $L_{s_z} = m_s \hbar$ 2. $p_{m_{s_z}} = \mp 2\mu_B m_s = \mp \mu_B$	

## §40 Лазери

Докладний розгляд пристрою і роботи лазерів дається в квантовій електроніці. У даному параграфі ми обмежимося тільки коротким викладом принципів роботи лазерів.

### 40.1 Вимушене випромінювання. Принцип роботи лазера

Існує два види переходів атомів між енергетичними рівнями:

- спонтанні (мимовільні) переходи з вищих рівнів на нижчі;
- переходи, що відбуваються під дією випромінювання (вимушені або індуковані переходи).

Переходи першого виду приводять до *спонтанного* випромінювання атомами фотонів. Спонтанне випромінювання некогерентне. В цьому випадку атоми джерела випромінюють світло незалежно один від одного. Фази хвиль, що випускаються окремими атомами, їх поляризація і напрям розповсюдження ніяк не зв'язані між собою. Звичайні джерела світла – лампи розжарювання, газорозрядні трубки, люмінесцентні лампи та ін. – випромінюють некогерентне. У них свічення викликається або зіткненнями між атомами, що здійснюють тепловий рух, або електронними ударами. Світло, що випромінюється, характеризується більшим або меншим ступенем безладу.

Вимушені переходи можуть з рівною імовірністю відбуватися як в одному, так і в іншому напрямі. Переходи з нижчих енергетичних рівнів на вищі супроводжуються поглинанням світла атомом. Переходи з вищих рівнів на нижчі супроводжуються випромінюванням світла. Відповідно, це випромінювання називається *вимушеним* або *індукованим*.

Вимушене випромінювання за своїми властивостями абсолютно однаково з тим випромінюванням, яке викликає його появу. Новий фотон, що з'явився в результаті того, що атом речовини переходить із збудженого стану в основне під дією світла, нічим не відрізняється від фотона, що викликав його появу. З погляду хвильової оптики явище вимушеного випромінювання зводиться до збільшення інтенсивності електромагнітної хвилі, що проходить через речовину. При цьому частота хвилі, напрям її розповсюдження, фаза і поляризація хвилі залишаються незмінними. Вимушене випромінювання строге когерентне з тим світлом, що викликало його. Когерентність полягає в узгодженому протіканні в часі і просторі хвильових процесів.

Можна створити когерентне випромінюючі джерела світла, в яких різні атоми випромінюють хвилі погоджено, тобто з однаковими частотами, фазами, поляризацією і напрямом розповсюдження. Вони називаються оптичними квантовими генераторами або лазерами. Слово «лазер» утворилося з перших букв повної англійської назви «Light amplification by stimulated emission of radiation», що в перекладі означає: посилення світла за допомогою індукованого випромінювання.



Лазер працює за принципом індукованого випромінювання. Припустимо, що на атом падає фотон з енергією  $h\nu = E_2 - E_1$ , де  $E_1$  і  $E_2$  – енергії яких-небудь двох енергетичних рівнів атома. Якщо атом знаходиться на нижньому рівні  $E_1$ , то падаючий фотон може поглинутися. Якщо ж атом знаходиться на верхньому рівні  $E_2$ , то може відбутися вимушений перехід на нижній рівень  $E_1$  з випусканням другого фотона. Замість одного падаючого фотона виходять два тотожні фотони. Ця особливість індукованого випромінювання і використовується в лазерах.

Розглянемо тепер не одиничний атом, а середовище з атомів. Позначимо через  $N_1$  і  $N_2$  числа атомів в одиниці об'єму на рівнях  $E_1$  і  $E_2$  відповідно. Припустимо, що в середовищі розповсюджується плоска монохроматична хвиля. Щоб при розповсюдженні в середовищі хвиля посилювалася, необхідне виконання умови

$$N_2 > N_1, \tag{40.1}$$

де  $N_1$  і  $N_2$  – число атомів на кожному з рівнів  $E_1$  і  $E_2$ .

У звичайних умовах, коли середовище знаходиться в термодинамічній рівновазі  $N_2 < N_1$ , тобто на кожному верхньому рівні знаходиться менше атомів, чим на нижнім.

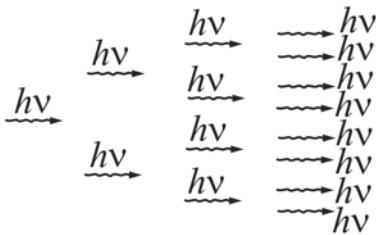


Рисунок 40.1

Можна штучно отримати термодинамічне нерівноважне середовище, у якого виконується співвідношення (40.1). Таке середовище називається **активним** або **середовищем з інверсною заселеністю** відносно енергетичних рівнів  $E_1$  і  $E_2$ . Отже, для посилення світлової хвилі необхідно, щоб середовище, в якому хвиля розповсюджується, було активним.

Посилення світла в активному середовищі зазвичай порівнюють з наростанням лавини. Новий фотон, що з'явився в результаті індукованого випромінювання, підсилює світло, що проходить через середовище. Два фотони, що утворилися в одному акті вимушеного випромінювання, при зустрічі з двома атомами, що знаходяться у збудженому стані, переведуть їх із збудженого рівня на нижчий рівень, і в результаті цього з'являться чотири однакові фотони і так далі (рис. 40.1).

Але одночасно з індукованим випромінюванням відбувається поглинання світла. Середовище буде активним (таким, що підсилює), якщо процеси вимушеного випромінювання переважають над процесами поглинання світла. Підсилююче середовище називається також середовищем з негативним поглинанням світла. У такому середовищі відбувається швидке зростання інтенсивності світла, що проходить, із збільшенням товщини підсилюючого середовища за рахунок лавиноподібного наростання числа фотонів (рис. 40.2). Для отримання середовища з негативним поглинанням світла необхідно створити в середовищі незвичайний нері-

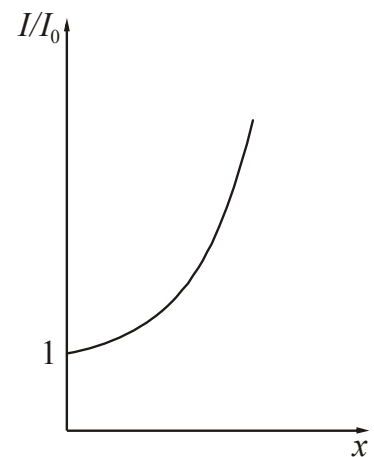


Рисунок 40.2

вноважний стан (*інверсний* стан; від латинського «*inversio*» – перевертання): число атомів на збудженому рівні повинне бути більше, ніж на нижньому. Такий розподіл атомів за рівнями є «перевернутим» в порівнянні із звичайним. Процес переведення середовища в інверсний стан називається *накачуванням* підсилюючого середовища. Спосіб здійснення накачування визначається типом лазера (див. п. 40.2 і п. 40.3).

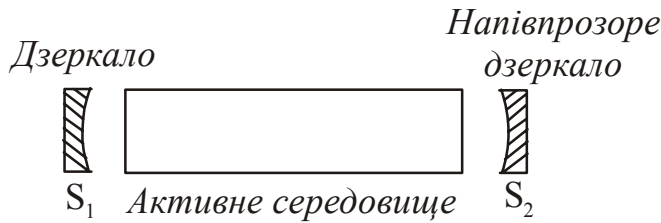


Рисунок 40.3

Індуковане випромінювання було використане для генерації когерентних світлових хвиль. Ідея цього вперше була висловлена в 1957 році О.М. Прохоровим\* і М.Г. Басовим\* і незалежно від них Ч. Таунсом\*. Щоб активне середовище перетворити на генератор світлових коливань, треба здійснити зворотний зв'язок. Для цього необхідно, щоб частина випромінюваного світла весь час знаходилася в зоні активного середовища і викликала вимушене випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище поміщають між двома паралельними дзеркалами. Припустимо, наприклад, що воно є циліндром, а площини дзеркал  $S_1$  і  $S_2$  перпендикулярні до осі цього циліндра (рис. 40.3).

Промінь світла, зазнаючи багатократні відбиття від дзеркал  $S_1$  і  $S_2$ , багато разів проходить через активне середовище, посилюючись при цьому в результаті вимушених переходів атомів з вищого енергетичного рівня  $E_2$  на нижчий рівень  $E_1$ . Виходить відкритий резонатор.

Такий резонатор буде не тільки підсилювати світло, але також колімувати і монохроматизувати його. Якщо дзеркала ідеальні, то промені, паралельні осі циліндра, проходять через активне середовище туди і назад необмежене число разів. Всі промені, що йдуть похило, врешті-решт, потрапляють на бічну стінку циліндра, де вони розсіюються або вийдуть назовні (рис. 40.4 а). Тому ясно, що максимально посиляться промені, які розповсюджуються паралельно осі циліндра (рис. 40.4 б і 40.4 в). Цим і пояснюється колімація променів. При хороших відбиваючих поверхнях лазер дає дуже тонку, практично монохроматичну лінію.

У реальному лазері частина світла, щоб її можна було використовувати, повинна бути випущена з активного середовища назовні. З цією метою одне з

Індуковане випромінювання було використане для генерації когерентних світлових хвиль. Ідея цього вперше була висловлена в 1957 році О.М. Прохоровим\* і М.Г. Басовим\* і незалежно від них Ч. Таунсом\*. Щоб активне середовище перетворити на генератор світлових коливань, треба здійснити зворотний зв'язок. Для цього необхідно, щоб частина випромінюваного світла весь час знаходилася в зоні активного середовища і викликала вимушене випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище поміщають між двома паралельними дзеркалами. Припустимо, наприклад, що воно є циліндром, а площини дзеркал  $S_1$  і  $S_2$  перпендикулярні до осі цього циліндра (рис. 40.3).

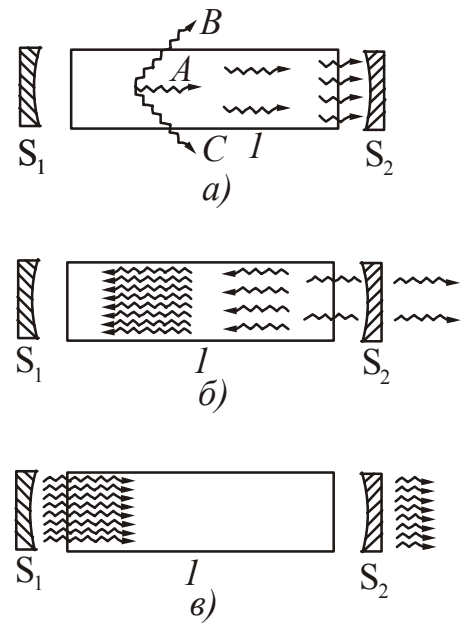


Рисунок 40.4

\*Прохоров Олександр Михайлович (1916–2002), радян. фізик. Нобелівська премія 1964 р.

\*Басов Микола Геннадійович (1922–2001), радянський фізик. Нобелівська премія 1964 р.

\*Таунс Чарльз Хард (1915), американський фізик. Нобелівська премія 1964 р.

дзеркал, наприклад  $S_2$ , робиться напівпрозорим (рис. 40.4 б).

Крім того, і дзеркало  $S_1$  лише частково відбиває світло, хоча коефіцієнт відбиття його і близький до 100%. Це приводить до ослаблення світлового пучка. Щоб лазер був генератором світла, необхідно, щоб посилення світлового пучка в активному середовищі перевершувало деяке мінімальне (порогові) значення. Тому, повинна бути виконана наступна умова. Світловий пучок, що вийшов від  $S_1$ , після проходження туди і назад через активне середовище і відбиття від  $S_1$  повинен повернутися в початкове положення з не меншою інтенсивністю. Інакше в результаті послідовного повторення цих процесів інтенсивність пучка безперервно убаватиме, і лазер перестане генерувати. Тому для генерації недостатньо виконання простої нерівності (40.1). Вона повинна бути виконана з деяким запасом, тобто число атомів  $N_2$  на верхньому рівні в одиниці об'єму активного середовища повинне перевищувати деяке мінімальне (порогові) значення.

Звичайно, наростання інтенсивності хвилі в активному середовищі не може продовжуватися безмежно, оскільки заселеність верхнього енергетичного рівня обмежена. У міру збіднення атомами верхнього рівня  $E_2$  швидкість наростання інтенсивності хвилі зменшуватиметься і хвиля почне затухати ще до того, як перестане виконуватися умова (40.1).

## 40.2 Рубіновий лазер

Перший квантовий генератор світла був створений в 1961 році Т. Мейманом на рубіні. Рубін – це твердий кристал, основою якого є корунд, тобто кристал оксиду алюмінію ( $Al_2O_3$ ), в якому невелика частина атомів алюмінію ( $\approx 0,05\%$ ) заміщена іонами хрому  $Cr^{+++}$ . Іони хрому грають основну роль в роботі квантового генератора<sup>1)</sup>.

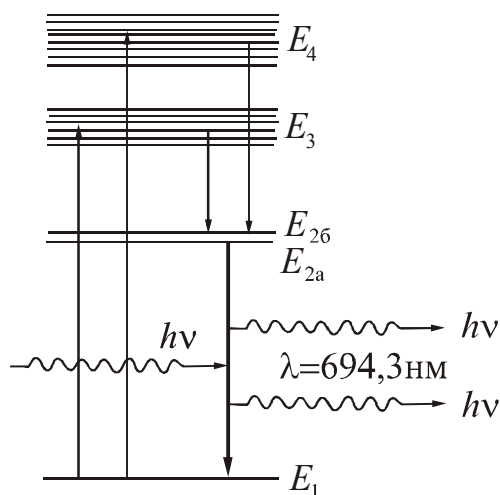


Рисунок 40.5

Корунд – це діелектрик з широкою забороненою енергетичною зоною між валентною зоною і зоною провідності (див. §41, п. 41.2). Енергетичні рівні хрому в корунді лежать в цій забороненій зоні. Вони були вивчені задовго до створення лазерів. Основним (незбудженим) рівнем є рівень  $E_1$  (рис. 40.5). Він має складну структуру, яка, проте, не грає ролі в роботі квантового генератора. Вище лежать близькі збуджені рівні  $E_{2a}$  і  $E_{2b}$ . Це – вузькі рівні.

<sup>1)</sup>Для лазерів монокристали рубіна вирощують штучно. Суміш  $Al_2O_3$  і  $Cr_2O_3$  у вигляді пудри сиплеться зверху

на вирощуваний кристал рубіна, верхня кромка якого знаходиться в киснево-водневому полум'ї пальника з температурою  $2050^\circ C$ , достатньою для плавлення рубіна. При повільному опусканні кристала розплавлений шар суміші виходить з полум'я і кристалізується. Таким шляхом вдається отримувати монокристали рубіна у вигляді стрижнів завдовжки до 0,5 м і діаметром до 5 см.

При переході з них на основний рівень  $E_1$  випромінюється червоне світло з довжинами хвиль  $\lambda=694,3$  і  $692,9$  нм. Він і додає рубіну характерне рожеве або червоне забарвлення (залежно від концентрації іонів хрому). Інтенсивніша лінія  $\lambda=694,3$  нм. З цієї причини тільки вона і посилюється при роботі лазера. Друга лінія не грає ролі. Вище за рівні  $E_{2a}$  і  $E_{2b}$  розташовані дві порівняно широкі смуги енергій  $E_3$  і  $E_4$ . Переходи між рівнями цих смуг і основним рівнем  $E_1$  супроводжуються випромінюванням зеленого і блакитного світла відповідно.

Інверсна заселеність створюється між рівнями  $E_1$  і  $E_2$ . Для цього використовується так зване **оптичне накачування**, тобто освітлення кристала рубіна могутнім спалахом світла. Рубіну надають форму циліндрового стрижня з діаметром  $0,1-2$  см і завдовжки від  $2$  до  $20$  см і більше. Кінці стрижня ретельно відполіровані. Вони можуть служити дзеркалами, тому їх сріблять. Дзеркала можуть бути і зовнішніми (рис. 40.3), тоді сріблення не потрібне.

Для освітлення рубінового стрижня застосовують імпульсні ксенонові газорозрядні лампи-спалахи, через які розряджаються батареї високовольтних конденсаторів (напруга  $2-3$  кВ). Тривалість спалаху порядку однієї мілісекунди. Лампа-спалах має форму спіральної трубки, що обвивається навколо рубінового стрижня (рис. 40.6).

Якби енергетичний спектр складався тільки з двох рівнів  $E_1$  і  $E_2$ , то за допомогою оптичного накачування створити інверсну заселеність їх було б неможливо. Дійсно, індуковані переходи атомів з нижнього рівня на верхній і назад йдуть з однаковими швидкостями. Тому лампа-спалах, саме більше, могла б лише зрівняти населеності обох рівнів. Наявність же спонтанного випромінювання приводила б до збіднення (атомами) верхнього рівня в порівнянні з нижнім.

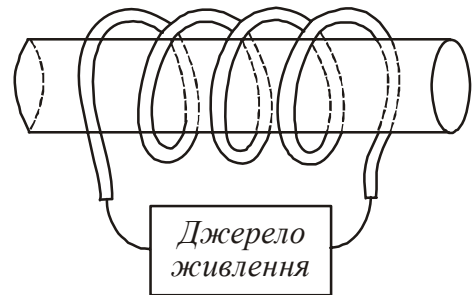


Рисунок 40.6

Положення міняється завдяки наявності третього, широкого енергетичного рівня, що складається із смуг  $E_3$  і  $E_4$  (рис. 40.5). Лампа-спалах переводить атоми хрому з незбудженого стану в збуджений, тобто в енергетичні смуги  $E_3$  і  $E_4$ . Значна ширина цих смуг має велике практичне значення. Лампа-спалах випромінює світло, близьке до білого. Якби рівні  $E_3$  і  $E_4$  були дуже вузькими, то лише нікчемна частина енергії лампи-спалаху могла б бути використана на їх збудження. Завдяки ж значній ширині смуг  $E_3$  і  $E_4$  на їх збудження йде  $10-15\%$  променистої енергії лампи-спалаху. На рівнях  $E_3$  і  $E_4$  збуджені атоми хрому живуть дуже короткий час ( $\sim 10^{-8}$  с). За цей час вони переходять на один з рівнів  $E_2$ . При такому переході атоми хрому не випромінюють, а витрачають свою енергію на збудження коливань кристалічної решітки. Можливість зворотного повернення атома із смуг  $E_3$  і  $E_4$  на рівень  $E_1$ , хоча і існує, але ймовірність такого процесу дуже мала в порівнянні з імовірністю переходу на рівні  $E_2$ . Рівні  $E_2$  метастабільні. Час життя атома на них  $\sim 10^{-3}$  с, що за атомними масштабами дуже велике значення. Це дозволяє накопичувати атоми на рівнях  $E_2$ . Якщо переводити атоми з рівня  $E_1$  на рівні  $E_3$  і  $E_4$

достатньо швидко, то на рівні  $E_2$  можна перевести більше половини атомів хрому. Тоді на рівнях  $E_2$  опиниться більше атомів, ніж на рівні  $E_1$ , тобто виникне інверсна заселеність цих рівнів.

Найбільш поширеним є імпульсний режим роботи рубінового лазера. Лампа-спалах дає імпульс світла тривалістю  $\sim 10^{-3}$  с. Тривалість когерентного імпульсу, що випромінюється лазером, дещо коротша. Це зв'язано, по-перше, з тим, що потрібний якийсь час, щоб заселеність рівня  $E_2$  досягла порогового значення, після чого лазер починає генерувати. По-друге, з тим, що генерація лазера припиняється, коли інтенсивність спалаху лампи знижується настільки, що її стає вже недостатньо для підтримки заселеності вище порогового. Сам лазерний імпульс має складну структуру і складається з безлічі окремих імпульсів тривалістю до  $10^{-6}$  с, що прямують один за одним з інтервалом  $\sim 3 \cdot 10^{-6} - 10^{-5}$  с. Потужність рубінового лазера в імпульсі може досягати десятків кВт при довжині стрижня в 20–30 см і діаметрі 1,5 см.

### 40.3 Гелій-неоновий лазер

Енергетичний спектр газів при тому тиску, який застосовується в рекламних трубках і лазерах, вельми точно співпадає з енергетичним спектром ізолюваних атомів і молекул, з яких складається газ. Тому спектральні лінії газів вузчі, ніж лінії домішок в твердих тілах. Гази відрізняються високою оптичною однорідністю і малою щільністю, а тому слабо розсіюють і спотворюють хвилі, що розповсюджуються в них. Все це дозволяє використовувати в газових лазерах великі відстані між дзеркалами і отримувати гостру спрямованість, високу монохроматичність і стабільність частоти випромінювання. У гелій-неоновому лазері реально отримувана розбіжність пучка променів зазвичай складає 1–2 кутових хвилин.

Проте при малій густині газів в них не можна отримати такі ж великі концентрації збуджених атомів, а тому і такі ж великі імпульсні потужності випромінювання, як в твердих тілах. Так, вихідна потужність гелій-неоновому лазера в безперервному режимі зазвичай складає від десяти до декількох сотен мВт. Проте, зважаючи на високу монохроматичність і спрямованість випромінювання, ця величина все ж таки величезна в порівнянні з тим, що можуть дати теплові джерела світла.

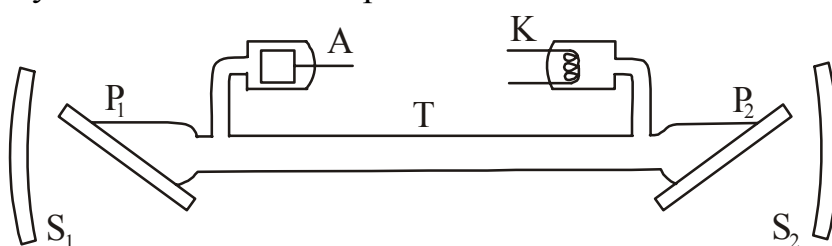


Рисунок 40.7

Перший гелій-неоновий лазер був створений в 1960 році американськими фізиками Джаваном, Беннетом і Ерріотом (США). Принципова схема гелій-неоновому лазера в її

сучасному вигляді наведено на рис. 40.7.



Лазер складається з газорозрядної трубки Т завдовжки від декількох десятків см до 1,5–2 м і внутрішнім діаметром 7–10 мм. Трубка наповнена сумішшю гелію (тиск  $\sim 1$  мм рт. ст.) і неону (тиск  $\sim 0,1$  мм рт. ст.). Кінці трубки закриті плоскопаралельними скляними або кварцовими пластинками  $P_1$  і  $P_2$ , встановленими під кутом Брюстера до її осі. Це створює лінійну поляризацію лазерного випромінювання з електричним вектором, паралельним площині падіння. Дзеркала  $S_1$  і  $S_2$ , між якими поміщається трубка, роблять зазвичай сферичними з багат шаровими діелектричними покриттями. Вони мають високі коефіцієнти відбиття і практично не поглинають світло. Пропускна властивість дзеркала, через яке переважно виходить випромінювання лазера, складає зазвичай 2%, іншого – менше 1%. Між електродами трубки прикладається постійна напруга 12 кВ. Катод К трубки може бути холодним, але для збільшення розрядного струму застосовують також трубки з порожнистим циліндровим анодом, катод яких нагрівається низьковольтним джерелом струму. Розрядний струм в трубці складає декілька десятків міліампер. Лазер може працювати і в безперервному, і в імпульсному режимі. Він генерує червоне світло з довжиною хвилі  $\lambda=632,8$  нм і може генерувати також інфрачервоне випромінювання з довжинами хвиль 1,150 і 3,390 мкм. Але тоді необхідно мати торцеві вікна, прозорі для інфрачервоного світла, і дзеркала з високими коефіцієнтами відбиття в інфрачервоній області спектру. Червоний гелій–неоновий лазер використовується при юстировочних і нівелювальних роботах. Гелій–неонові лазери застосовуються при налагоджувальних роботах в голографії, в квантових гіроскопах і оптичних стандартах частоти.

У гелій–неоновому лазері підсилюючим середовищем служить плазма високочастотного газового розряду, отримана в суміші гелію з неоном. Практично накачування здійснюється за **трирівневою** схемою. На рис. 40.8 зображена спрощена трирівнева енергетична діаграма такого лазера. Атоми гелію збуджуються ударами електронів і переходять в збуджений стан  $E_3$ . При зіткненні збуджених атомів гелію з атомами неону останні також збуджуються і переходять на один із збуджених рівнів неону. Перехід атомів неону з цього рівня на один з нижніх рівнів  $E_2$  супроводжується лазерним випромінюванням.

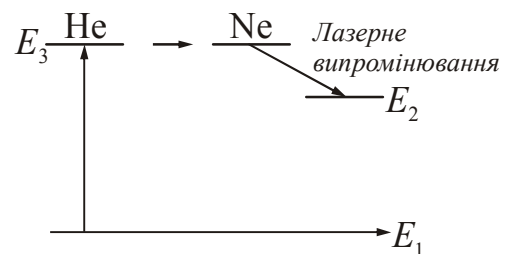


Рисунок 40.8

Досліди показали, що максимальна потужність гелій–неонових лазерів досягається при діаметрі трубки  $\sim 7$  мм при тиску 1 мм рт. ст. і певному співвідношенні Ne і He (1:10). При великих діаметрах потужність лазера падає, незважаючи на сильне збільшення об'єму робочого газу (об'єм трубки пропорційний квадрату її діаметру). Це пов'язано з тим, що ефективне спустошення рівня  $E_1$  відбувається у атомів, що знаходяться поблизу стінок трубки. Атоми, що знаходяться поблизу її центру, практично вимикаються з процесу генерації.

- Зверніть увагу!

- Після вивчення розділу «Елементи квантової механіки» студент повинен **ЗНАТИ**:

**Суть понять:**

Хвильова функція (пси-функція). Спектр значень величин: суцільний і безперервний. Квантування. Потенціальна яма. Атом, іон, воднеподібний іон. Квантові числа. Оптичний спектр атома. Гіромагнітне відношення. Просторове квантування. Спін.

**Гіпотези:**

Гіпотеза де Бройля.

**Закони:**

Принцип Паулі.

**Рівняння:**

Співвідношення невизначеностей Гейзенберга. Хвильове рівняння Шредінгера.

**Формули:**

Формула де Бройля. Енергія електрона у воднеподібному атомі. Формула Бальмера. Орбітальний момент імпульсу і магнітний момент електрона. Проекція орбітального моменту імпульсу і магнітного моменту електрона. Власний момент імпульсу і власний магнітний момент електрона.

**Класичні дослід:**

Девіссона і Джермера, Тартаковського і Дж. П. Томсона, Штерна і Герлаха.

**ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ  
«ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ»**

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань за темою “Елементи квантової механіки”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, користуючись таблицею кодів. Якщо Ви дали

Більше 20 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.

- 1) 15-20 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
- 2) 10-15 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
- 3) менше 10 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.

1. Вкажіть формулу для розрахунку довжини хвилі де Бройля

$$1) \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad 2) \lambda = \frac{h}{mc} \quad 3) \lambda = \frac{h}{p} \quad 4) \lambda = \frac{d \sin \varphi}{m} \quad 5) \lambda = \frac{2d \sin \theta}{m}$$

2. Вкажіть явища, в яких виявляється хвильова природа електрона.
1. Дифракція електронів.
  2. Термоелектронна емісія.
  3. Фотоелектричний ефект.
  4. Ефект Комптона.
  5. Вторинна емісія електронів.
3. Результати дослідів Девіссона і Джермера підтверджують ...
1. хвильові властивості світла.
  2. хвильову природу електронів.
  3. корпускулярні властивості електронів.
  4. квантовий характер поглинання світла.
4. Вкажіть формули, що виражають співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

$$1) \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad 2) \Delta x = t_{\alpha, n} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}} \quad 3) \Delta p = p \sin \varphi \quad 4) \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

5. Вкажіть, які висновки випливають із співвідношення невизначеностей Гейзенберга.
1. Мікрочастинка не може мати одночасно цілком певних значень координати  $x$  і імпульсу  $p_x$ .
  2. Чим точніше для мікрочастинки визначена одна з величин – координата  $x$  або імпульс  $p_x$ , – тим більше стає неточність у визначенні іншої.
  3. Мікрочастинка може мати одночасно цілком певні значення координати  $x$  і імпульсу  $p_x$ .
  4. Мікрочастинка завжди має одночасно цілком точні значення координати і імпульсу.
6. Вкажіть невірне твердження.
1. У основному стані атом може знаходитися скільки завгодно довго.
  2. Всі можливі стани атома – стаціонарні стани.
  3. У збудженому стані атома відбувається випромінювання.
  4. Середній час життя збудженого стану атома порядку  $10^{-8}$  с.
7. Для опису поведінки мікрочастинки не застосовні поняття ...
- 1) траєкторія руху.
  - 2) координата.
  - 3) енергія мікрочастинки.
  - 4)  $\psi$ -функція.
  - 5) функція -  $|\psi|^2 dV$
8. Імовірність знаходження мікрооб'єкту в даній точці простору визначає ...
- 1) траєкторія руху.
  - 2) координата.
  - 3) енергія мікрочастинки.
  - 4)  $\psi$ -функція.
  - 5) функція -  $|\psi|^2 dV$
9. Вкажіть правильний запис рівняння Шредінгера для стаціонарних станів.
- 1)  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$
  - 2)  $\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$
  - 3)  $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$
  - 4)  $\xi(x, t) = a \cos(\omega t - k x)$



10.  $\psi$  – функція характеризує ...
- 1) значення координати мікрочастинки.
  - 2) значення імпульсу мікрочастинки.
  - 3) стан мікрочастинки в квантовій системі.
11. Квадрат модуля амплітуди хвильової функції  $|\psi|^2$  виражає ...
- 1) енергію частинки.
  - 2) імовірність попадання фотона в дану точку простору.
  - 3) амплітуду хвиль де Бройля для даної мікрочастинки.
  - 4) густину ймовірності знаходження мікрооб'єкту в даній області простору.
  - 5) імовірність знаходження мікрооб'єкту де-небудь в просторі.
12. Вкажіть правильну формулу для розрахунку умови нормування хвильової функції.
- 1)  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1$
  - 2)  $\frac{\partial^2 \psi}{dt^2} + \omega^2 \psi = 0$
  - 3)  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$
  - 4)  $\Delta x = t_{\alpha, n} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}$
  - 5)  $\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$ .
13. Вкажіть правильний запис рівняння Шредінгера для стаціонарних станів атома водню.
- 1)  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$
  - 2)  $\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$
  - 3)  $\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$
  - 4)  $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}) \psi = 0$
14. Енергія стаціонарного стану воднеподібного атома із зростанням головного квантового числа  $n$  ...
- 1) не змінюється
  - 2)  $\sim n^2$
  - 3)  $\sim 1/n^2$
  - 4)  $\sim n$
15. Вкажіть формулу, за якою розраховується повна енергія електрона в атомі водню на  $n$ -му енергетичному рівні.
- 1)  $E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$
  - 2)  $E_n = \frac{mv_n^2}{2}$
  - 3)  $E_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$
  - 4)  $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$
16. Вкажіть, яке з наступних тверджень є принципом Паулі.
1. Стан електрона в атомі характеризується набором чотирьох квантових чисел –  $n, l, m, m_s$ .
  2. У нормальному стані атома електрони повинні розташовуватися на найнижчих доступних для них енергетичних рівнях.
  3. У одному і тому ж атомі (або в якій-небудь іншій квантовій системі) не може бути двох електронів, що мають однакову сукупність чотирьох квантових чисел, –  $n, l, m, m_s$ .

4. У квантовій системі спочатку заповнюються стани з найменшою енергією.
17. Вкажіть, яка з фізичних величин, що квантується, в атомі водню визначається головним квантовим числом  $n$ .
1. Власний момент імпульсу  $L_s$ .
  2. Орбітальний момент імпульсу  $L_l$ .
  3. Енергія електрона.
  4. Проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля.
  5. Проекція вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.
18. Вкажіть, яка з фізичних величин, що квантується, в атомі водню визначається орбітальним квантовим числом  $l$ .
1. Власний момент імпульсу  $L_s$ .
  2. Орбітальний момент імпульсу  $L_l$ .
  3. Енергія електрона.
  4. Проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля.
  5. Проекція вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.
19. Вкажіть, яка з фізичних величин, що квантується, в атомі водню визначається магнітним квантовим числом  $m$ .
1. Власний момент імпульсу  $L_s$ .
  2. Орбітальний момент імпульсу  $L_l$ .
  3. Енергія електрона.
  4. Проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля.
  5. Проекція вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.
20. Головне квантове число  $n = 2$ . Орбітальне квантове число при цьому може прийняти значення ...
1.  $l = 0$ .
  2.  $l = 1$ .
  3.  $l = 2$ .
  4.  $l = 3$ .
  5.  $l = 4$ .
21. Вкажіть формулу, за якою визначається орбітальний момент імпульсу електрона.
1.  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$
  2.  $L_{sz} = \hbar m_s$
  3.  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$
  4.  $L_{lz} = \hbar m$
22. Вкажіть формулу, за якою визначається проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона на напрям магнітного поля.
1.  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$
  2.  $L_{sz} = \hbar m_s$
  3.  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$
  4.  $L_{lz} = \hbar m$
23. Орбітальне квантове число  $l = 2$ . Скільки орієнтацій в магнітному полі може приймати проекція вектора орбітального моменту імпульсу електрона?
- 1). 0
  - 2). 1
  - 3). 3
  - 4). 4
  - 5). 5
  - 6). 2
24. Орбітальне квантове число  $l = 1$ . Магнітне квантове число  $m$  при цьому може прийняти значення ...
- 1)  $\pm 1$ .
  - 2)  $\pm 2$ .
  - 3)  $\pm 3$ .
  - 4)  $\pm 4$ .
  - 5) 0.

25. Магнітне спінове число  $m_s$  в атомі водню визначає ...
1. Власний момент імпульсу  $L_s$ .
  2. Орбітальний момент імпульсу  $L_l$ .
  3. Енергію електрона.
  4. Проекцію вектора орбітального моменту імпульсу електрона  $L_{lz}$  на напрям магнітного поля.
  5. Проекцію вектора власного моменту імпульсу електрона  $L_{sz}$  на напрям магнітного поля.
26. Вкажіть формулу, за якою визначається власний момент імпульсу (спін) електрона.
1.  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$
  2.  $L_{sz} = \hbar m_s$
  3.  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$
  4.  $L_{lz} = \hbar m$

**КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ»**

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	3	7	1,2	13	4	19	4	25	5
2	1	8	5	14	3	20	1,2	26	1
3	2	9	3	15	1	21	3		
4	1,4	10	3	16	3	22	4		
5	1,2	11	4	17	3	23	5		
6	2	12	1	18	2	24	1,5		

## ЧАСТИНА 4. ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

**Фізика твердого тіла**, як наука, народилася на початку 20-го століття у зв'язку з розвитком атомної фізики. Вона займається головним чином вивченням фізичних властивостей і структури кристалічних твердих тіл і поведінкою електронів в цих тілах.

Розвиток фізики твердого тіла багато в чому стимулюється потребами техніки, оскільки вона є основою сучасної електроніки. Фізиці твердого тіла належить провідна роль в дослідженні можливостей отримання матеріалів з абсолютно новими, унікальними властивостями відносно механічної міцності, теплостійкості, електричних, магнітних і оптичних характеристик.

Одним з напрямів цього розвитку є розробка методів отримання надійних і мініатюрних напівпровідникових пристроїв.

Фізичні ідеї, що народжуються у фізиці твердого тіла, використовуються не тільки у фізиці взагалі, але і інших областях науки.

### Розділ 8. Електропровідність металів і напівпровідників

#### §41 Будова твердих тіл

Твердими називаються тіла, які мають постійні форму і об'єм. Розрізняють кристалічні і аморфні тіла.

Кристалічну будову мають переважна більшість твердих тіл в природі. Характерною межею кристалічного стану, що відрізняє його від рідкого і газоподібного станів, є наявність анізотропії. **Анізотропія** – це залежність ряду фізичних властивостей (механічних, теплових, електричних, оптичних) від напрямку.

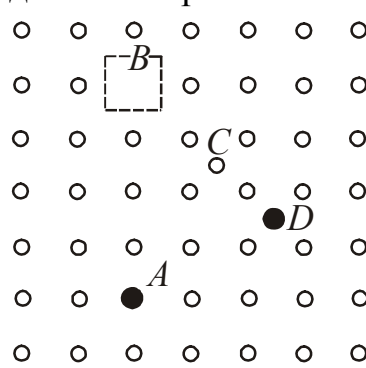
Причиною анізотропії кристалів служить впорядковане розташування частинок (атомів, молекул), з яких вони побудовані. Впорядковане розташування частинок виявляється в правильному зовнішньому огрануванні кристалів. Кристали обмежені плоскими гранями, пересіченими під деякими, визначеними для даного роду кристалів, кутами. Розколювання кристалів легше відбувається за певними площинами, які називаються площинами спайності.

Правильність геометричної форми і анізотропія кристалів зазвичай не виявляються з тієї причини, що кристалічні тіла зустрічаються, як правило, у вигляді **полікристалів**, тобто у вигляді безлічі зрощених між собою, безладно орієнтованих дрібних кристалів. У полікристалах анізотропія спостерігається тільки в межах кожного окремо взятого кристала. Тіло ж в цілому унаслідок безладної орієнтації кристалів анізотропії не виявляє. Створивши спеціальні умови кристалізації з розплаву або розчину, можна отримати великі одиночні кристали – **монокристали** будь-якої речовини. Монокристали деяких мінералів зустрічаються в природі в природному стані.

Аморфними тілами (стекло, вар та ін.) є переохолоджені рідини, які не мають чітко виражених властивостей кристалів, тобто є ізотропними.

### 41.1 Дефекти в кристалах

У даній частині курсу ми розглядатимемо кристалічні речовини. Необмежений кристал, побудований з ядер і електронів, що знаходяться при температурі абсолютного нуля в можливому найнижчому енергетичному стані, є абсолютно впорядкованим, математично ідеальним. Всяке відхилення від цього однозначного заданого ідеального стану називають **дефектом**. Всю необмежену безліч дефектів можна умовно поділити на макродефекти і мікродефекти. Макроскопічним порушенням структури ґрат є межі кристала, тріщини, пори, чужорідні включення, подряпини і так далі. Мікродефектами є чужорідні атоми, окремі атоми, що займають нерегулярні положення в ґратах, домени (області спонтанної електризації або намагнічення), а також всілякі елементарні збудження в кристалі. Мікродефекти ділять на точкові і лінійні.



The diagram shows a 6x6 grid of circles representing atoms in a crystal lattice. 
 

- A**: A solid black dot located at the intersection of the 3rd row and 2nd column.
- B**: A dashed square outline located at the intersection of the 2nd row and 3rd column.
- C**: A small circle located at the intersection of the 3rd row and 4th column.
- D**: A solid black dot located at the intersection of the 4th row and 5th column.

**Точковий дефект** – це порушення кристалічної структури, розміри якого у всіх трьох вимірюваннях порівняні з одним або декількома (небагатьма) міжатомними відстанями. Прості точкові дефекти кристала: **вакансії** – відсутність атома або іона у вузлі ґрат (на рис. 41.1 – порожній квадрат, позначений літерою *B*); **проникнені атоми** – атоми (свої або чужі), що розташовані на незаконному місці між вузлами ґрат (на рис. 41.1 – *D*); **атоми заміщення** – атоми (на рис. 41.1 – *A*), що заміщають частинки основної речовини у вузлах ґрат (атоми домішки).

Рисунок 41.1

Атоми домішки присутні в кристалі завжди. Проблема синтезу кристалів із заданими властивостями залежить в основному від чистоти початкових матеріалів і від створення таких умов вирощування кристала, при яких неможливе його забруднення домішками з навколишнього середовища. В той же час, вводячи домішки, можна за бажанням змінювати властивості кристала. Введення потрібної домішки в цьому випадку строго контролюється.

**Лінійний дефект** це порушення правильності структури уздовж лінії (не обов'язково прямої). Поперечні розміри лінійного дефекту не перевищують одного або декількох міжатомних відстаней, а довжина може досягати розмірів кристала. Стійкими, стабільними в кристалі є **дислокації**. Дислокації порушують правильне чергування кристалічних площин.

Реальний кристал має усі перераховані дефекти і його властивості у зв'язку з цим повинні істотно відрізнятися від властивостей кристалів, що ідеалізуються. Дефекти структури сильно впливають (як позитивно, так і негативно) на багато властивостей твердих тіл. До них відносяться міцність, електропровідність, оптичні властивості і т. д. Ці властивості отримали назву структурно чутливих. Інша група властивостей – щільність, модулі пружності, питома теплоємність, діелектрична проникність і ін. – слабо залежить від недосконалої структури. Їх називають структурно нечутливими (незалежними) властивостями.

## 41.2 Енергетичні зони в кристалах

Розглянемо уявний процес об'єднання атомів в кристал. Нехай спочатку є  $N$  ізольованих атомів якої-небудь речовини. Поки атоми ізольовані один від одного, вони мають повністю співпадаючі схеми енергетичних рівнів (рис. 41.2, права частина). Заповнення рівнів електронами здійснюється в кожному атомі незалежно від заповнення аналогічних рівнів в інших атомах. У міру зближення атомів між ними виникає все посилююча взаємодія, яка приводить до зміни положення рівнів. Замість одного однакового для всіх  $N$  атомів рівня виникає  $N$  дуже близько розташованих енергетичних рівнів, що створюють зону.

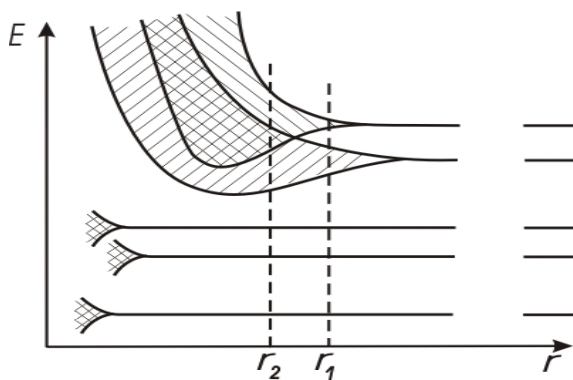


Рисунок 41.2

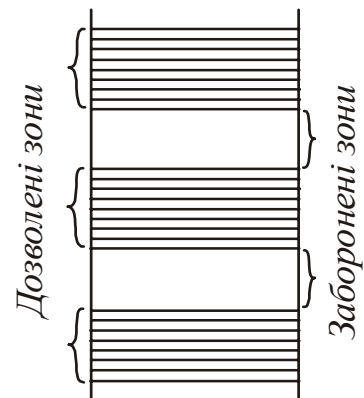


Рисунок 41.3

**Енергетична зона** – це область допустимих значень енергії електронів в кристалі, що складається з великого, але кінцевого числа дуже близько розташованих рівнів енергії. Сусідні енергетичні рівні в зоні відстоять один від одного приблизно на  $10^{-22}$  еВ. Величина розщеплювання для різних рівнів не однакова. Сильніше збурюються рівні, заповнені в атомі зовнішніми електронами. Рівні, заповнені внутрішніми електронами, збурюються мало. На рис. 41.2 (ліва частина) показано розщеплювання рівнів залежно від відстані  $r$  між атомами. Видно, що розщеплювання рівнів, зайнятих внутрішніми електронами, яке виникає в кристалі, дуже мало. Помітно розщеплюються лише рівні, займані валентними електронами. Такому ж розщеплюванню піддаються і вищі рівні, не зайняті електронами в основному стані атома.

Розщеплювання рівнів залежить від конкретних властивостей атомів. Якщо рівновага між сусідніми атомами настає при відстані  $r_1$  (див. рис. 41.2), то між дозволеними зонами утворюються заборонені зони (рис. 41.3).

**Заборонена зона** – це інтервал значень енергії, які електрони приймати не можуть.

Якщо рівновага між сусідніми атомами настає при відстані  $r_2$  (див. рис. 41.2), то сусідні рівні перекриваються. Число рівнів в такій зоні, що злилася, дорівнює сумі рівнів, на які розщеплюються рівні окремих атомів.

Дозволені енергетичні зони в кристалах можуть бути по-різному заповнені електронами. Як правило, енергетичні зони внутрішніх оболонок заповнені повністю, тому електричні властивості твердих тіл пояснюються різним запов-

ненням двох верхніх дозволених зон і шириною забороненої зони. Енергетична зона, заповнена валентними електронами, називається **валентною** (рис. 41.4). Найближча до неї енергетична зона, не заповнена електронами, називається **зоною провідності**. Між валентною зоною і зоною провідності знаходиться **заборонена зона**.  $\Delta E$  – ширина забороненої зони:

$$\Delta E = E_c - E_v;$$

$E_c$  – дно зони провідності,  $E_v$  – стеля валентної зони.

Електрони у твердих тілах можуть переходити з однієї дозволеної зони в іншу. Для переходу електрона з валентної зони в зону провідності необхідно

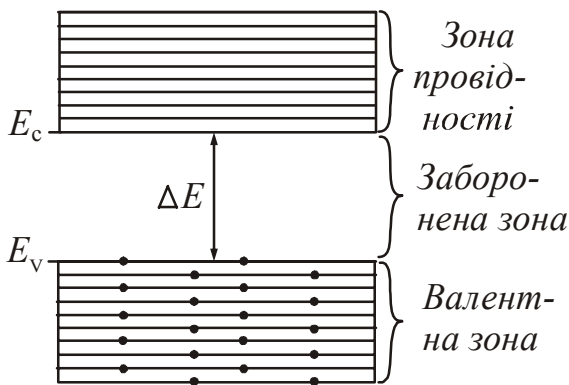


Рисунок 41.4

витратити енергію, яка дорівнює ширині забороненої зони, розташованої між ними (енергію порядку декілька еВ). Для внутрішньозонних переходів досить передати енергію порядку  $10^{-22}$  еВ. Наприклад, електрони в металі набувають цієї енергії під дією електричного поля при звичайних різницях потенціалів. Тепловим електронам можна передати різну енергію, достатню як для внутрішньозонних, так і для міжзонних переходів.

Існування енергетичних зон дозволяє пояснити з єдиної точки зору розділення твердих тіл на провідники, напівпровідники і діелектрики (ізолятори). Залежно від ступеня заповнення валентної зони електронами і ширини забороненої зони можливі три випадки, зображені на рис. 41.5.

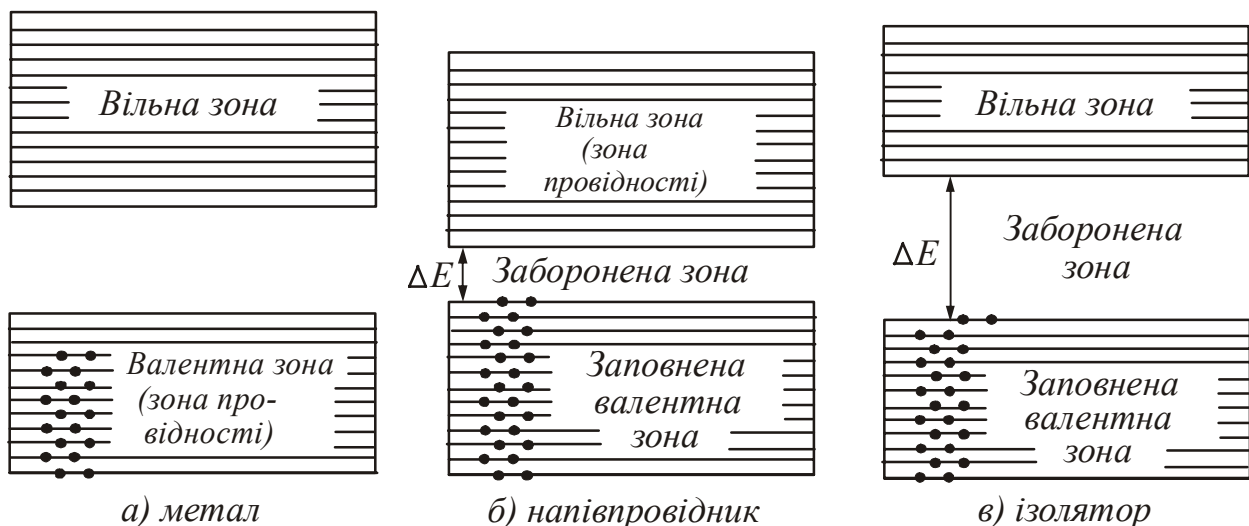


Рисунок 41.5

На рис. 41.5 а електрони заповнюють валентну зону не повністю. Тому достатньо передати електронам, що знаходяться на верхніх рівнях, зовсім невелику енергію ( $\sim 10^{-22}$  еВ) для того, щоб перевести їх на вищі рівні. Енергія теплового руху складає при 1 К величину порядку  $10^{-4}$  еВ, а при кімнатних темпе-

ратурах – 0,026 еВ. Отже, при температурах, відмінних від абсолютного нуля, частина електронів переводиться на вищі рівні. Додаткова енергія, викликана дією на електрон електричного поля, також виявляється достатньою для переводу електрона на вищі рівні. Таким чином, кристал з подібною схемою енергетичних рівнів буде провідником (металом).

На рис. 41.5 б і 41.5 в рівні валентної зони при  $T=0$  К повністю зайняті електронами – зона заповнена. Для того, щоб збільшити енергію електрона, необхідно передати йому кількість енергії не менше, ніж ширина  $\Delta E$  забороненої зони. Електричне поле передати електрону таку енергію не може. За цих умов, електричні властивості кристала визначаються шириною  $\Delta E$  забороненої зони. Якщо вона невелика ( $\Delta E < 3$  еВ), то енергія теплового руху атомів ґрат виявляється достатньою для того, щоб перевести частину електронів у вільну верхню зону. Ці електрони знаходяться в умовах, аналогічних тим, в яких знаходяться валентні електрони в металі. Вільна зона виявиться для них зоною провідності. У залишеному електроном місці виникає надлишок позитивного заряду – «дірка». *Дірка* – це квазічастинка, якій приписують одиничний позитивний заряд. Вона виникає при порушенні ковалентних зв'язків в атомі кристала напівпровідника, коли який-небудь валентний електрон одного з атомів покидає своє місце. Речовина з таким типом провідності є напівпровідником.

Якщо ширина забороненої зони велика ( $\Delta E > 3$  еВ), тепловий рух не зможе закинути у вільну зону помітне число електронів. В цьому випадку кристал виявляється діелектриком (ізолятором).

## §42 Електричні властивості твердих тіл

Всі тверді тіла за їх здатністю пропускати електричний струм ділять на провідники, напівпровідники і діелектрики. Типовими провідниками є метали, типовими діелектриками – іонні кристали. Напівпровідники – це широкий клас речовин з ковалентним типом зв'язку.

Здатність речовини проводити електричний струм характеризується питомою провідністю  $\sigma$  або питомим опором  $\rho$  (див. т. 1, гл. «Постійний електричний струм»). Їх величина визначається хімічною природою речовини і температурою, при якій знаходиться речовина. Питомий опір пов'язаний з питомою провідністю співвідношенням:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (42.1)$$

Приблизні інтервали значень  $\rho$ , які мають метали, напівпровідники і діелектрики, наведені на рис. 42.1 і в таблиці 42.1.

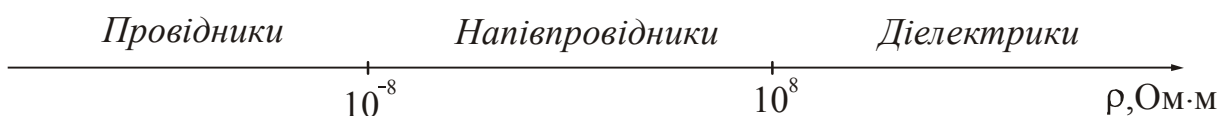


Рисунок 42.1



Таблиця 42.1. Питомий опір електротехнічних матеріалів різних класів при 20°C і постійній напрузі

Клас матеріалу	$\rho$ , Ом·м	Знак $\alpha_\rho$ у широкому інтервалі температур	Тип провідності
Провідники	$10^{-8} \div 10^{-5}$	позитивний	Електронна
Напівпровідники	$10^{-6} \div 10^{+8}$	негативний	Електронно-діркова
Діелектрики	$10^{+8} \div 10^{16}$	негативний	Іонна і електронна

Електричний струм виникає під дією зовнішнього електричного поля, тому електричні властивості описують графіком залежності сили струму від прикладеної напруги. Його називають вольт-амперною характеристикою (ВАХ). У металів залежність сили струму від прикладеної напруги є прямою лінією (рис. 42.2).

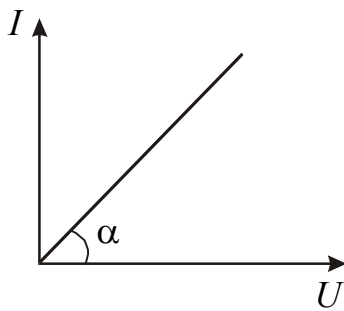


Рисунок 42.2

Електричний струм може бути розподілений по поверхні, через яку він тече, нерівномірно. Детальніше струм характеризують за допомогою вектора щільності струму  $\vec{j}$ . Значення щільності струму залежить від величини напруженості  $E$  електричного поля в даній точці. Залежність  $j = f(E)$  також називається вольтамперною характеристикою.

У металів залежність щільності струму від напруженості електричного поля також є прямою лінією, оскільки виконується умова

$$j = \sigma E. \tag{42.2}$$

Це закон Ома, записаний в диференціальній формі (див. т. 1, гл. «Постійний електричний струм»).

Вольтамперна характеристика напівпровідникових і вакуумних діодів, а також інших пристроїв може мати складніший вигляд (див. табл. 42.2).

### 42.1 Електропровідність металів

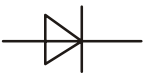
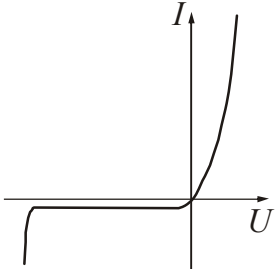

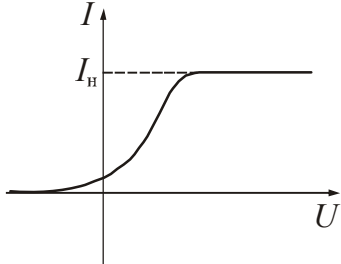
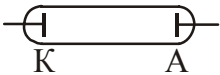
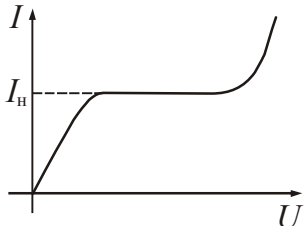
Відповідний квантово-механічний розрахунок дає, що у разі ідеальної кристалічної решітки електрони провідності не відчували б при своєму русі ніякого опору і електропровідність металів була б нескінченно великою. Проте кристалічна решітка ніколи не буває досконалою. Порушення строгої періодичності ґрат бувають обумовлені наявністю домішок або вакансій, дислокацій, а також тепловими коливаннями ґрат. Розсіяння електронів провідності на теплових коливаннях кристалічної решітки і атомах домішки приводить до виникнення електричного опору металів. Чим чистіше метал і чим нижче температура, тим менше це опір.

Для більшості металів при температурах, близьких до кімнатної, питомий опір лінійно міняється з температурою:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (42.3)$$

де  $\rho_0$  – питомий опір при  $0^\circ\text{C}$ ;  $t$  – температура в  $^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору. Для чистих металів у твердому стані  $\alpha \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$ .

Таблиця 42.2 Приклади вольтамперних характеристик

Напівпровідниковий діод		
Вакуумний діод		
Газоразрядна трубка		

У великій групі металів і сплавів при температурі порядку декілька кельвінів опір стрибком зростає в нуль (рис. 42.3). Це явище виявлене в 1911 році для ртуті і назване **надпровідністю**. Температура  $T_K$ , при охолодженні до якої здійснюється перехід в надпровідний стан, називається температурою надпровідного переходу. Надалі були виявлені і інші матеріали, здатні переходити в надпровідний стан (тантал, свинець, ніобій, а також сплави: галлід ніобію  $Nb_3Ga$ , галлід ванадію  $V_3Ga$  і ін.). Ці матеріали отримали назву надпровідників. Температури надпровідних переходів лежать в інтервалі від 1,2 К до 18 К.

Надпровідністю є явище, в якому квантово-механічні ефекти виявляються не в мікроскопічних, а у великих, макроскопічних масштабах. Теорія надпровідності була створена Дж. Бардінім\*, Л. Купером\* і Дж. Шріффером\* в 1957 році. Вона є дуже складною, тому ми її розглядати не будемо.

\*Бардін Джон (1908–1991), Купер Леон (народився в 1930 р.), Шріффер Джон Роберт (народився в 1931 г), американські фізики, лауреати Нобелівської премії 1972 р.

Залежність електричного опору від температури покладена в основу роботи термометрів опору. Такий термометр є металевим дротом (зазвичай платиновим), намотаним на фарфоровий або слюдяний каркас. Проградуваний за постійними температурними точками термометр опору дозволяє вимірювати з точністю порядку декілька сотих ( $\sim 0,05^\circ\text{C}$ ) градуса як низькі, так і високі (до  $600^\circ\text{C}$ ) температури. Останнім часом все більше застосування знаходять термометри опору з напівпровідників.

## 42.2 Електропровідність напівпровідників

Напівпровідниками є кристалічні речовини, у яких валентна зона повністю заповнена електронами, а ширина забороненої зони невелика ( $\Delta E < 3 \text{ eV}$ ). Свою назву вони отримали тому, що за величиною електропровідності займають проміжне положення між металами і діелектриками (див. рис. 42.1 і табл. 42.1). Характерною особливістю напівпровідників, що відрізняють їх від металів, є зменшення їх опору із зростанням температури.

Розрізняють напівпровідники з власною і домішковою провідністю. Власну провідність мають хімічно чисті напівпровідники. Електричні властивості домішкових напівпровідників визначаються домішками, що штучно вводяться в них.

### 42.2.1 Власна провідність напівпровідників

Типовими напівпровідниками є елементи четвертої групи періодичної системи Менделєєва германій і кремній. Вони утворюють ґрати типу алмазу, в якій кожен атом зв'язаний ковалентними (парноелектронними) зв'язками з чотирма рівновіддаленими від нього сусідами. Умовно таке взаємне розташування атомів можна представити у вигляді плоскої структури, зображеної на рис.

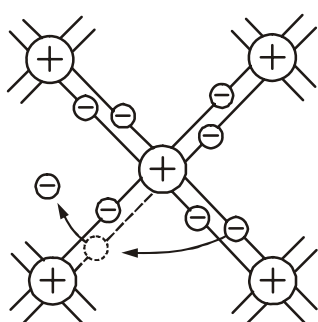


Рисунок 42.4

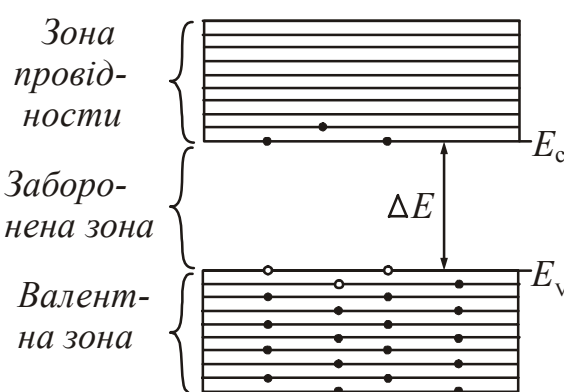


Рисунок 42.5

42.4. Кружки із знаком «+» позначають позитивно заряджені атомні залишки (тобто ту частину атома, яка залишається після видалення валентних електронів), кружки із знаком «-» – валентні електрони, подвійні лінії – ковалентні зв'язки.

При температурі порядку  $T \approx 250 \div 300 \text{ K}$  тепловий рух може розірвати окремі пари, звільнивши один електрон. Покинute електроном місце перестав бути нейтральним, поблизу нього виникає надмірний позитивний заряд  $+e$  – утворюється дірка (на рис. 42.4 – пунктирний кружок). На це місце може пере-

скочити сусідній електрон. В результаті дірка починає також мандрувати по кристалу, як і звільнений електрон.

Якщо зовнішнє електричне поле відсутнє, то електрони провідності і дірки рухаються хаотично. При включенні поля на хаотичний рух накладається впорядкований рух: електронів проти поля і дірок у напрямі поля. Обидва рухи і дірок, і електронів приводять до перенесення заряду уздовж кристала. Отже, власна електропровідність обумовлюється носіями заряду двох знаків: негативними електронами і позитивними дірками.

З погляду зонної теорії твердих тіл власна провідність виникає в результаті переходу електронів з верхніх рівнів валентної зони в зону провідності (див. рис. 42.5) При цьому в зоні провідності з'являється деяке число носіїв струму – електронів, що займають рівні поблизу дна зони. Одночасно у валентній зоні звільняється таке ж число місць на верхніх рівнях, внаслідок чого з'являються дірки.

У власних напівпровідників кількість електронів, що перейшли в зону провідності, буде дорівнювати кількості дірок, що утворилися у валентній зоні. Питома провідність  $\sigma$  пропорційна концентрації носіїв струму і їх рухливості:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (42.4)$$

де  $n$  і  $p$  – концентрації електронів і дірок відповідно;

$\mu_n$  – рухливість електронів провідності;

$\mu_p$  – рухливість дірок.

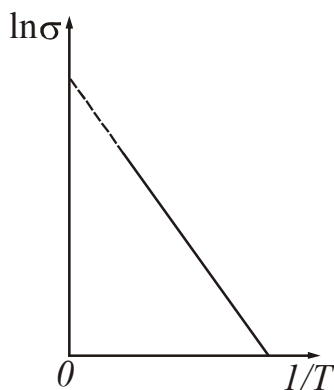
**Рухливість** – відношення середньої швидкості  $v$  направленого руху носіїв струму до напруженості  $E$  електричного поля, що викликало цей рух.

Для власних напівпровідників концентрація електронів дорівнює концентрації дірок ( $n = p$ ), тому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p). \quad (42.5)$$

Електропровідність власних напівпровідників швидко росте з температурою  $T$ , змінюючись згідно із законом

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (42.6)$$



де  $\Delta E$  – ширина забороненої зони;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – стала Больцмана;

$\sigma_0$  – величина, визначувана властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою. Її можна вважати константою для даного напівпровідника.

Прологарифмувавши співвідношення (42.6), отримаємо

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{\Delta E}{2kT}, \quad (42.7)$$

Рисунок 42.6

тобто залежність  $\ln \sigma$  від  $1/T$  є лінійною. Графік залежності  $\ln \sigma$  від  $1/T$  для власних напівпровідників зображений на рис. 42.6.

Опір напівпровідників в широкому інтервалі температур змінюється згідно із законом:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (42.8)$$

де  $R_0$  – величина, визначувана властивостями конкретного матеріалу, слабо змінюється з температурою. Її можна вважати константою для даного напівпровідника (не можна говорити, що це початковий опір або опір при нулі температури). Графік залежності температури від опору  $R = f(T)$  наведений на рис. 42.7.

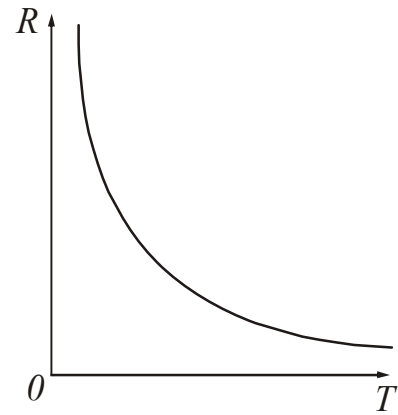


Рисунок 42.7

Зміну опору напівпровідника із зміною температури характеризують температурним коефіцієнтом опору. Температурний коефіцієнт опору – це величина, що чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні його температури на 1К:

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (42.9)$$

Для власних напівпровідників з (42.8) і (42.9) можна отримати:

$$\alpha_T = -\frac{\Delta E}{2kT^2}. \quad (42.10)$$

З (42.10) випливає, що для власних напівпровідників  $\alpha_T < 0$  і убуває за модулем із зростанням температури.

### 42.2.2 Домішкова провідність напівпровідників

Домішкова провідність виникає, якщо деякі атоми даного напівпровідника замінити у вузлах кристалічної решітки атомами, валентність яких відрізняється на одиницю від валентності основних атомів. На рис. 42.8 а умовно зображені грати германію з домішкою п'ятивалентних атомів фосфору. Для утворення ковалентних зв'язків з сусідами атому фосфору досить чотири електрони. Отже, п'ятий валентний електрон виявляється як би зайвим і легко відщеплюється від атома за рахунок енергії теплового руху, утворюючи мандруючий вільний електрон.

На відміну від власного в домішковому напівпровіднику утворення вільного електрона не супроводжується порушенням ковалентних зв'язків, тобто утворенням дірки. Поблизу атома домішки виникає надмірний позитивний заряд, але він пов'язаний з цим атомом і не може переміщатися по ґратах. Завдяки цьому заряду атом домішки може захопити електрон, що наблизився до нього.

го, але зв'язок захопленого електрона з атомом буде неміцним і легко порушиться знов за рахунок теплових коливань ґрат.

Таким чином, в напівпровіднику з домішкою, валентність якої на одини-

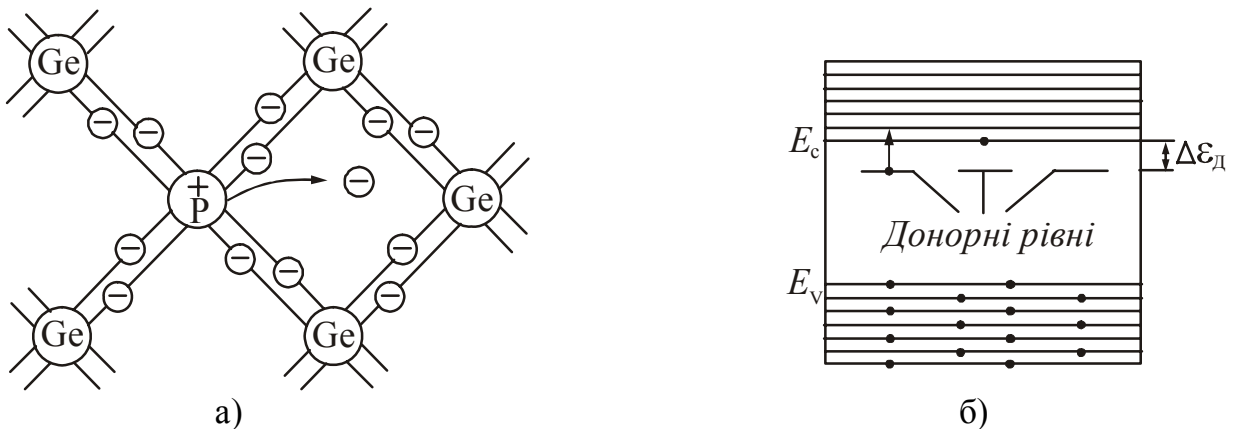


Рисунок 42.8

цю більше валентності основних атомів, є тільки один вид носіїв струму – електрони. Відповідно говорять, що такий напівпровідник має електронну провідність або є напівпровідником *n*-типа (від слова *negative* – негативний). Атоми домішки, що поставляють електрони провідності, називаються **донорами**.

Домішки спотворюють поле ґрат. Це приводить до виникнення на енергетичній схемі домішкових рівнів, розташованих в забороненій зоні кристала. У разі напівпровідників *n*-типу домішкові рівні називаються донорними (рис. 42.8 б). На схемі  $\Delta\epsilon_d$  – різниця енергій донорного рівня і дна зони провідності (енергія активації донорних домішок).

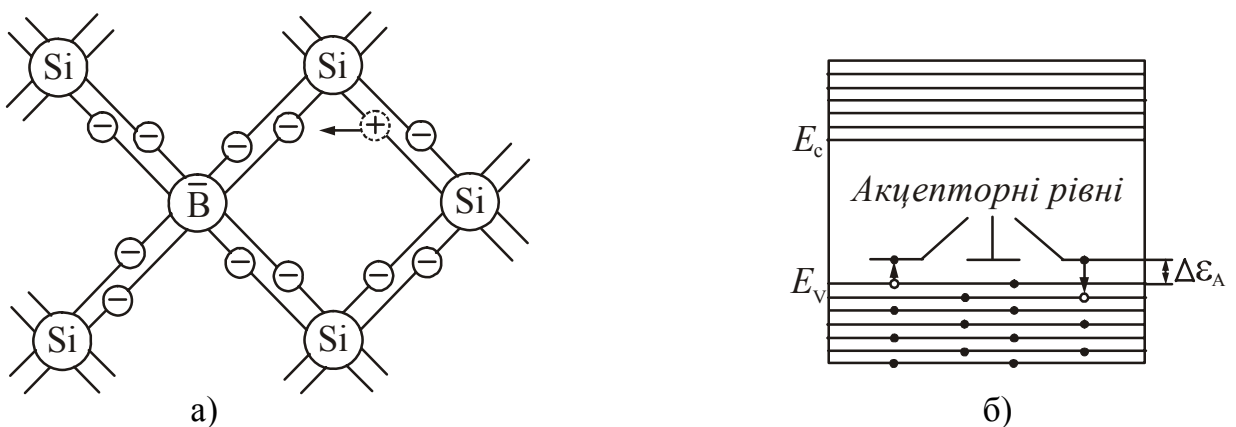


Рисунок 42.9

Якщо енергія активації значно менше, ніж ширина забороненої зони ( $\Delta\epsilon_d \ll \Delta E$ ), то енергії теплового руху навіть при низьких температурах виявляється достатньо для того, щоб перевести електрон з донорного рівня в зону провідності (рис. 42.8 б). Цьому процесу відповідає відщеплення п'ятого валентного електрона від атома домішки.

Розглянемо випадок, коли валентність домішки на одиницю менше валентності основних атомів. На рис. 42.9 а умовно зображені грати кремнію з домішкою тривалентних атомів бору.

Трьох валентних електронів атома бору недостатньо для утворення зв'язків зі всіма чотирма сусідами. Тому один із зв'язків виявиться не укомплектованим, і буде місцем, здатним захопити електрон. При переході на це місце електрона в одній з сусідніх пар виникає дірка, яка кочуватиме по кристалу. Поблизу атома домішки виникає надмірний негативний заряд, але він буде пов'язаний з даним атомом і не може стати носієм струму.

Таким чином, в напівпровіднику з домішкою, валентність якої на одиницю менше валентності основних атомів, виникають носії тільки одного виду – дірки. Провідність в цьому випадку називається дірковою, а про напівпровідник говорять, що він відноситься до *p*-типу (від слова *positive* – позитивний). Домішки, що викликають виникнення дірок, називаються **акцепторними**.

На енергетичній діаграмі виникають домішкові рівні, які називаються акцепторними (рис. 42.9 б). На схемі  $\Delta\epsilon_A$  – різниця енергій стелі валентної зони і акцепторного рівня (енергія активації акцепторних домішок). Акцепторні рівні істотно впливають на електричні властивості кристала в тому випадку, якщо вони розташовані неподалік від стелі валентної зони, тобто якщо  $\Delta\epsilon_A \ll \Delta E$  (рис. 42.9 б). Утворенню дірки відповідає перехід електрона з валентної зони на акцепторний рівень.

Електронний характер провідності напівпровідників *n*-типу і дірковий характер провідності напівпровідників *p*-типу підтверджується експериментально при дослідженні ефекту Холла. Спостережуваний знак холловської різниці потенціалів співпадає із знаком носіїв струму.

При підвищенні температури концентрація домішкових носіїв струму швидко досягає насичення. Це означає, що практично звільняються всі донорні рівні. Температура, при якій досягається насичення, називається температурою виснаження домішок ( $T_s$ ). При зростанні температури все більшою мірою починає позначатися власна провідність напівпровідника, обумовлена переходом електронів безпосередньо з валентної зони в зону провідності. Ця температура називається температурою переходу до власної провідності  $T_i$ . Таким чином, електропровідність домішкового напівпровідника в широкому інтервалі температур складається з домішкової і власної. При низьких температурах переважає домішкова, а при високих – власна провідність.

Електропровідність домішкового напівпровідника може бути виражена співвідношенням

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_{\text{дом}} e^{-\frac{\Delta\epsilon_{\text{дом}}}{2kT}}, \quad (42.11)$$

де  $\Delta\epsilon_{\text{дом}}$  – енергія активації домішки;

$\sigma_{\text{дом}}$  – константа, визначувана типом домішки.

Перший доданок відповідає власній провідності, а другий – домішковій. Схематично графік залежності  $\ln\sigma$  від  $1/T$  має вигляд, представлений на



рис. 42.10. За нахилом лінійних ділянок можна визначати ширину забороненої зони  $\Delta E$  і енергію активації домішок.

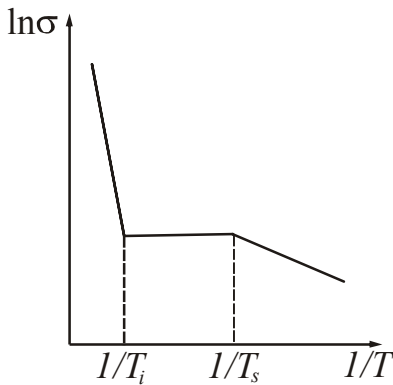


Рисунок 42.10

На закінчення звернемо увагу на дуже істотну відмінність поведінки носіїв струму в напівпровідниках від властивостей електронів в металах. Квантова теорія привела до висновків про те, що в металах концентрація електронів і їх енергія практично не залежать від температури. Цей висновок підтверджений експериментально і означає, що числом носіїв струму в металах практично не можна управляти. У напівпровідниках, при будь-якому характері їх провідності, число носіїв струму значно менше, ніж в металах. Але концентрація носіїв струму в напівпровідниках і їх енергія сильно залежать від температури і зростають при її підвищенні.

Це створює можливість управління числом носіїв струму і їх енергією в напівпровідниках, широко вживану в напівпровідникових пристроях.

## Розділ 9. Контактні і термоелектричні явища

### §43 Електронно-дірковий перехід. Напівпровідниковий діод

Область монокристалічного напівпровідника, в якій відбувається зміна провідності з електронної на діркову (або навпаки), називається **електронно-дірковим переходом** або ***p-n-переходом***. Такий *p-n*-переход утворюється в кристалі напівпровідника, якщо в ньому за допомогою відповідних домішок будуть створені ділянки з різною (*n* і *p*) провідністю.

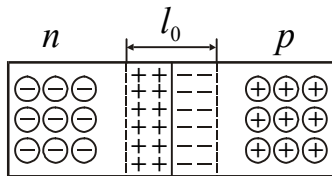


Рисунок 43.1

Так, якщо при вирощуванні монокристала германію в розплав вводити необхідні домішки, то виходить монокристал, в якому є послідовно розташовані області з різними типами провідності.

На межі двох напівпровідників з різним типом провідності утворюється подвійний контактний шар. Електрони з *n*-напівпровідника дифундують в дірковий *p*-напівпровідник. Це приводить до збіднення електронами *n*-напівпровідника поблизу межі і до утворення надмірного позитивного заряду в *n*-кристалі, пов'язаного з атомами донорної домішки. Дифузія дірок з *p*-напівпровідника відбуватиметься в протилежному напрямі і підсилить утворення надмірних негативних електричних зарядів на межі електронно-діркового переходу, пов'язаних з атомами акцепторної домішки. Таким чином, створюється подвійний електричний шар товщини  $l_0$ , який перешкоджає переходу електронів і дірок через границю розділу двох напівпровідників (рис. 43.1) і, тому, називається **запираючим**. Запираючий шар має підвищений опір, і подолати його основні носії можуть лише при температурі порядку тисячі градусів.



Дія зовнішнього електричного поля істотним чином впливає на опір запираючого шару. Подамо на  $p$ - $n$ -переход зовнішню напругу такого напрямку, щоб плюс був підключений до  $p$ -області, а мінус – до  $n$ -області (рис. 43.2). Таке

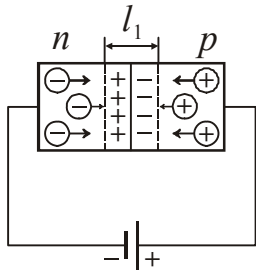


Рисунок 43.2

включення називається **прямим**. Тоді під дією електричного поля електрони в  $n$ -напівпровіднику переміщатимуться до межі розділу напівпровідників. Дірки в  $p$ -напівпровіднику під дією того ж поля рухатимуться назустріч електронам також до цієї межі. При такому пропусковому (прямому) напрямі струму в напівпровіднику товщина запираючого шару безперервно зменшуватиметься. Електрони, переходячи межу, «заповнюють» дірки, тобто в прикордонному шарі відбувається рекомбінація електронів з дірками. Межа  $p$ - $n$ -перехода не представлятиме опору для струму, що викликається зовнішньою напругою. Ця напруга необхідна тільки для того, щоб підтримувати зустрічний рух електронів і дірок.

Змінимо полярність підключення, тобто прикладемо до  $p$ - $n$ -переходу напругу такого напрямку, щоб плюс був підключений до  $n$ -області, а мінус – до  $p$ -області (рис. 43.3). Таке включення називається **зворотним**. Дірки в  $p$ -напівпровіднику і електрони в  $n$ -напівпровіднику переміщатимуться від межі розділу в протилежні сторони. В цьому випадку збільшуватиметься розмір запираючого шару, в якому концентрація рухомих носіїв струму, – електронів і дірок – буде значно менше, ніж в решті об'єму напівпровідника. У області, збідненій рухомими зарядами, зростає подвійний електричний шар нерухомих зарядів протилежного знаку (рис. 43.3).

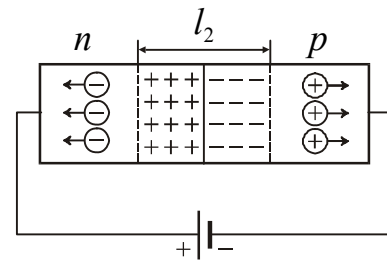


Рисунок 43.3

Чим більше буде прикладена запираюча напруга, тим товще подвійний шар, збіднений рухомими носіями струму, і, внаслідок цього, тим більше опір такого шару. При достатній зворотній напрузі запираючий шар є практично ізолятором, в якому відсутні рухомі носії струму.

На рис. 43.4 представлена вольт-амперна характеристика  $p$ - $n$ -перехода. Невеликий зворотний струм  $I_s$  обумовлений неосновними носіями (див. ліву гілку рис. 43.4). Відмітимо, що  $p$ - $n$ -переход може витримувати зворотну напругу до певної межі  $U_{пр}$ , після чого настає пробій, аналогічний пробією діелектрика.

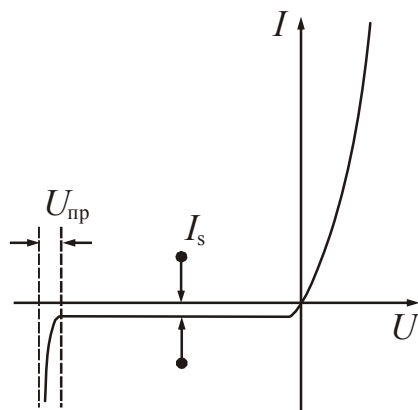


Рисунок 43.4

З сказаного вище впливає, що  $p$ - $n$ -переход має односторонню провідність. Здатність  $p$ - $n$ -перехода пропускати струм в одному напрямі і не пропускати або майже не пропускати його в протилежному напрямі використовується в приладах, званіми напівпровідниковими діодами. Це властивість діода характеризується коефіцієнтом випрямлення

$$\alpha = \frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{звор}}}, \quad (43.1)$$

тобто відношенням прямого  $I_{\text{пр}}$  і зворотного  $I_{\text{звор}}$  струмів, зміряних при однакових за величиною прямій і зворотній напрузі. Зазвичай коефіцієнт випрямлення складає величину в декілька сотень одиниць, але може досягати і великих значень ( $10^5 \div 10^6$ ).

Перевагами напівпровідникового діода є малі розміри і маса, тривалий термін служби, висока механічна міцність, високий коефіцієнт корисної дії, а недоліком – залежність їх параметрів від температури.

### §44 Внутрішній фотоэффект

Поява носіїв струму в напівпровідниках може бути викликане поглинанням світла. Якщо енергія кванта  $h\nu$  перевищує ширину забороненої зони, тобто  $h\nu \geq \Delta E$ , то електрон, що поглинув квант, переходить з валентної зони в зону провідності (рис. 44.1). В результаті з'являється додаткова пара носіїв струму – електрон і дірка, що проявляється в збільшенні електропровідності речовини.

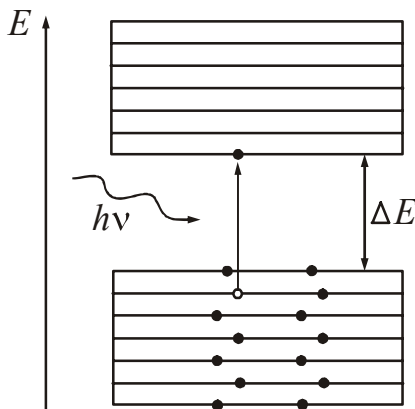


Рисунок 44.1

Провідність, обумовлена появою цих електронів або дірок, називається **фотопровідністю**. Явище перерозподілу електронів за енергетичними рівнями під дією світла називається **внутрішнім фотоэффектом** (на відміну від зовнішнього фотоэффекту при цьому вони не покидають речовину).

Таким чином, під дією електромагнітного випромінювання відбувається генерація додаткових носіїв струму в напівпровіднику. При збільшенні освітленості електричний опір напівпровідникових матеріалів зменшується (за рахунок збільшення концентрації носіїв).

Прилади, в яких використовується властивість напівпровідникових кристалів змінювати свій електричний опір при освітленні світлом, називаються **фоторезисторами**.

Фотоопір (фоторезистор) – двоелектродний напівпровідниковий фотоелемент, який змінює свою електропровідність залежно від інтенсивності і спектрального складу падаючого світла.

Принцип побудови фоторезистора наведений на рис. 44.2. На діелектричну пластину 1 наноситься тонкий шар напівпровідника 2 з контактами 3 по краях. Напівпровідник поміщають в захисний корпус, що обладнаний «вікном» для проникнення світла. Як напівпровідникові матеріали використовують Se, Te, Ge, WiS, PbS, PbSe і т.д., залежно від спектрального складу випромінювання, що направляєється на фоторезистор. Так, наприклад, фото-

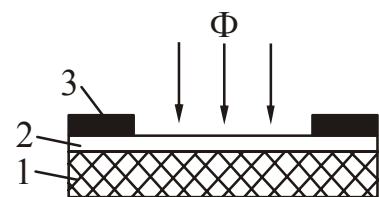


Рисунок 44.2

резистор з сірчистого чавуну чутливий до інфрачервоного випромінювання, з сірчистого вісмуту – до променів на межі між видимим і інфрачервоним випромінюванням, сірчистого кадмію – до видимого випромінювання.

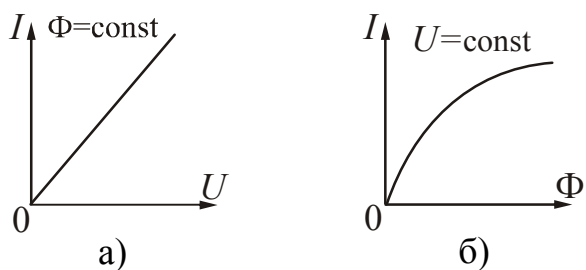


Рисунок 44.3

Фоторезистори мають лінійну вольтамперну (рис. 44.3 а) і нелінійну люксамперну характеристики (рис. 44.3 б). Вольтамперна характеристика – залежність фотоструму від прикладеної напруги – знімається при незмінному світловому потоці. Люксамперна – залежність фотоструму від світлового потоку – при незмінній напрузі.

Основними характеристиками фоторезисторів є темновий опір  $R_T$  і питома чутливість  $K$ .

Темновий опір  $R_T$  – опір фоторезистора за відсутності опромінювання. Він складає величину порядку  $10^4 - 10^7$  Ом.

Питома чутливість – відношення фотоструму  $I_\Phi$  до добутку величини падаючого на фоторезистор світлового потоку  $\Phi$  на прикладену напругу  $U$ :

$$K = \frac{I_\Phi}{\Phi U}. \quad (44.1)$$

Зазвичай питома чутливість складає декілька сотень або тисяч мікроампер на вольт-люмен.

Значна залежність опору від температури, характерна для напівпровідників, є недоліком фоторезисторів. Істотним недоліком також вважається їх велика інерційність, яка пояснюється досить великим часом рекомбінації електронів і дірок після припинення опромінювання. Проте, фоторезистори широко застосовуються в різних схемах автоматики. Фоторезистори застосовують як детектори випромінювання в системах автоматичного регулювання, фототелеграфії, у фотоелектричних пірометрах, а також в схемах вимірювання прозорості рідини і газу (димноміри, колориметри), для вимірювання якості поверхні (шорсткості, бляклості), контролю розмірів деталей, лінійних розмірів і так далі.

Вони дозволяють управляти на відстані процесами виробництва, автоматично відрізняти порушення нормального ходу процесу і зупиняти в цих випадках процес. При порушеннях ходу процесу змінюється потік світла, що потрапляє на фотоелемент, і створюється струм, що вимикає весь процес.

Кількість носіїв струму, що утворюються, пропорційна падаючому світловому потоку, тому фоторезистори застосовують у фотометрії для вимірювання освітленості.

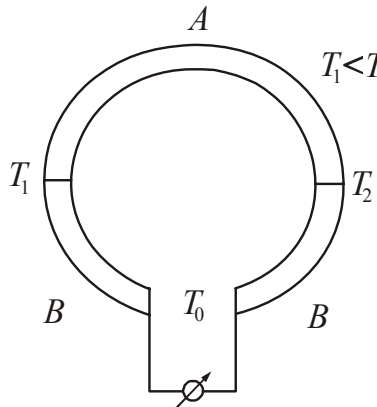
## §45 Термоелектричні явища

Між тепловими і електричними процесами в металах і напівпровідниках є взаємозв'язок, який обумовлює явища, звані термоелектричними. До їх числа відносяться явище Зеебека, явище Пельтьє і явище Томсона. Ці ефекти пов'язані з взаємним перетворенням теплової енергії на енергію електричного струму.

### 45.1 Явище Зеебека

Якщо спаї 1 і 2 двох різнорідних металів А і В, утворюючих замкнуте коло (рис. 45.1), мають неоднакову температуру ( $T_1 \neq T_2$ ), то в колі тече електричний струм. Зміна знаку у різниці температур приводить до зміни напрямку струму. Це явище було відкрито в 1821 році Зеебеком\*.

Виникла електрорушійна сила називається термоелектрорушійною силою (термо-ерс). Коло, що містить два спаї, називається *термопарою*. У загальному випадку величина термо-ерс визначається таким чином:



$$\varepsilon_{\text{термо}} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{AB}(T) dT, \quad (45.1)$$

де  $\alpha_{AB}(T)$  – питома термо-ерс даної пари металів або напівпровідників.

Для більшості пар металів  $\alpha_{AB}(T)$  залежить від температур спаїв і має значення ( $10^{-5} \div 10^{-4}$ ) В/К; для напівпровідників вона може бути значно більше (до  $1,5 \cdot 10^{-3}$  В/К).

В окремих випадках питома термо-ерс слабо залежить від температури. Тоді формулу (45.1) можна приблизно представити у вигляді

$$\varepsilon_{\text{термо}} = \alpha_{AB}(T_2 - T_1), \quad (45.2)$$

тобто термо-ерс пропорційна різниці температур спаїв. Таким чином, в ефекті Зеебека відбувається пряме перетворення теплової енергії в енергію струму.

Термопари використовують для вимірювання температур. Один спай термопари підтримують при постійній температурі (наприклад, кімнатній, або при  $0^\circ\text{C}$ ), інший поміщають в середу, температуру якої хочуть зміряти (рис. 45.2). При використанні термопар для точних вимірювань температури краще вимірювати електрорушійну силу, що виникає в колі, а не протікаючий в ньому струм. Це пов'язано з тим, що електрорушійна сила залежить тільки від

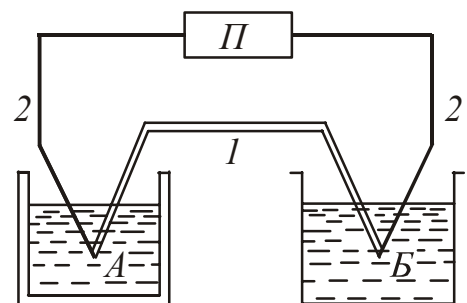


Рисунок 45.2

\*Зеебек Томас Іоганн (1770–1831), німецький фізик.

роду утворюючих термопару металів і температури спаїв, а сила протікаючого в колі струму визначається, крім того, опором вимірювального приладу, сполучних проводів і внутрішнім опором спаїв. Внутрішній опір спаїв сильно залежить від стану спаю і тому міняється з часом.

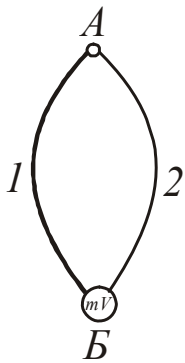


Рисунок 45.3

Для проведення швидких вимірювань температури, що не вимагають високої точності, в коло термопарі включають мілівольтметр за схемою, зображеною на рис. 45.3. Вимірювальний спай термопарі приводиться в контакт з тілом, температуру якого треба визначити. Для отримання правильних результатів вимірювань термопару необхідно заздалегідь проградувати або використовувати стандартні пари з табульованими значеннями термо-ерс. Градування термопарі полягає у встановленні залежності величини термо-ерс від різниці температур спаїв.

За допомогою термопар можна вимірювати з точністю порядку сотих долей градуса як низькі (до 0,1 К), так і високі (до 1600 К) температури.

Як джерела струму термопарі з металів і їх спаїв не використовуються унаслідок вельми низького ккд (не більше 0,5%). Термопарі з напівпровідникових матеріалів мають набагато більший ккд (до 10%) і вони вже знайшли застосування як джерела живлення радіоелектронної апаратури.

### 45.2 Явище Пельтьє

Ефект Пельтьє\* (відкритий у 1834 році) полягає в оборотному виділенні додаткового (до ефекту Джоуля – Ленца) тепла на контакті двох металів або напівпровідників при проходженні через нього електричного струму. Таким чином, явище Пельтьє виявляється зворотним явищу Зеебека.

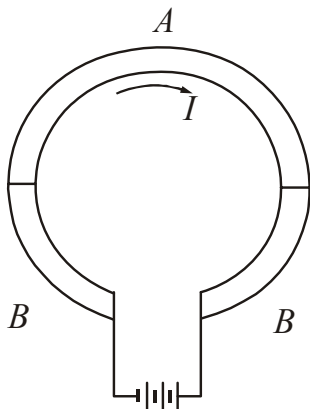


Рисунок 45.4

Дослідним шляхом встановлено, що кількість тепла, що виділилося або поглинулося в спай, пропорційна заряду  $q = I t$ , що пройшов через спай:

$$Q_{AB} = \Pi_{AB} q = \Pi_{AB} I t. \quad (45.3)$$

Коефіцієнт пропорційності  $\Pi_{AB}$  називається коефіцієнтом Пельтьє, індекси указують, що струм тече від ланки А до ланки В (рис. 45.4). З (45.3) витікає, що на відміну від тепла Джоуля – Ленца ( $Q = I^2 R t$ ), тепло Пельтьє пропорційно не квадрату, а першому ступеню сили струму. Це означає, що при зміні напрямку струму  $Q_{AB}$  міняє знак, тобто замість виділення тепла спостерігається поглинання такої ж кількості тепла, тобто  $\Pi_{AB} = -\Pi_{BA}$ .

\*Пельтьє Жан Шарль (1785–1845), французький фізик.

Із законів термодинаміки випливає, що коефіцієнт Пельтьє і питома термоелектрорушійна сила зв'язані співвідношенням

$$P_{AB} = \alpha_{AB} T. \quad (46.4)$$

У разі контакту двох речовин з однаковим видом носіїв струму (метал–метал, метал–напівпровідник  $n$ -типу, два напівпровідники  $n$ -типу, два напівпровідники  $p$ -типа) ефект Пельтьє пояснюється таким чином. Носії струму по різні сторони від спаю мають різну повну енергію. Якщо носії, пройшовши через спай, потрапляють в область з меншою енергією, то вони віддають надлишок енергії кристалічній решітці: спай нагрівається. На іншому спаї носії переходять в область з більшою енергією; бракуючу енергію вони запозичують у ґрат. Це приводить до охолодження спаю.

А.Ф. Іоффе\* висунув ідею використання ефекту Пельтьє для створення холодильних установок. Робочим елементом таких приладів є батарея з напівпровідників  $n$ -типа і  $p$ -типа, що чередуються. Спаї одного виду (відповідаючі переходу від  $n$  до  $p$ ) введені в охолоджувану область, а спаї іншого виду (відповідаючі переходу від  $p$  до  $n$ ) виведені назовні. При належному напрямі струму внутрішні спаї поглинають тепло, знижуючи температуру простору, що оточує їх, зовнішні спаї віддають тепло зовнішньому середовищу. Такі холодильники мають невисокий ккд, але знаходять застосування в мікроелектроніці.

### 45.3 Явище Томсона

Явище полягає в тому, що при проходженні струму по однорідному провідникові, уздовж якого є градієнт (неоднорідність) температури, в провіднику виділяється тепло. Цей ефект спочатку був теоретично передбачений Томсоном\*, а потім вже експериментально їм виявлений в 1856 році.

Кількість тепла, що виділяється в одиницю часу в елементі провідника довжини  $dl$ , рівна

$$dQ = \tau I \frac{dT}{dl} dl, \quad (45.5)$$

де  $I$  – сила струму;

$dT/dl$  – градієнт температури уздовж провідника;

$\tau$  – коефіцієнт пропорційності, якій називають коефіцієнтом Томсона, залежний від природи провідника.

Явище Томсона пояснюється по аналогії з явищем Пельтьє. Нехай струм тече у бік зростання температури. Якщо носії струму – електрони, то вони при своєму русі переходитимуть з місць з вищою температурою (і, отже, більшою середньою енергією електронів), в місця з нижчою температурою (і меншою середньою енергією електронів). Надлишок своєї енергії електрони віддадуть ґратам, що приведе до виділення тепла. Якщо носіями струму служать дірки, то ефект матиме зворотний знак.

\*Іоффе Абрам Федорович (1880–1960), російський фізик.

\*Томсон Уільям (лорд Кельвін) (1824–1907), англійський фізик.

- **Зверніть увагу!**

- **Після вивчення розділу «Основи фізики твердого тіла» студент повинен ЗНАТИ:**

***Суть понять:***

Кристал. Анізотропія. Дефекти точкові і лінійні. Енергетична зона. Валентна зона, заборонена зона, зона провідності. Ширина забороненої зони. Стеля валентної зони. Дно зони провідності. Провідник, напівпровідник, діелектрик. Донор, акцептор. Дірка. Власна і домішкова провідність. *p-n*-перехід. Основні і неосновні носії струму. Пряме і зворотне включення *p-n*-переходу. Фотопровідність. Термо-ерс.

***Явища:***

Принцип роботи *p-n*-перехода. Внутрішній фотоефект. Явища Зеєбека, Пельтьє, Томсона.

***Формули:***

Питома електропровідність напівпровідників. Залежність опору і електропровідності напівпровідників від температури. Температурний коефіцієнт опору напівпровідників. Коефіцієнт випрямляння діода.

***Графіки:***

Залежність опору напівпровідників від температури. Графічне представлення електропровідності домішкових напівпровідників. Вольт-амперна характеристика *p-n*-переходу.

***Прилади і пристрої:***

Діод. Фоторезистор. Термопара.

## ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ОСНОВИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА»

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань з теми “Основи фізики твердого тіла”. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю відповідей. Якщо Ви дали

- 1) Більше 12 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
  - 2) 10-12 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
  - 3) 7-10 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
  - 4) менше 7 правильних відповідей – Ви не засвоїли учбовий матеріал.
- Прочитайте його ще раз.

1. Які умови з погляду зонної теорії є необхідними і достатніми для появи у тіл високої електропровідності? Наявність:
  - 1) вільних електронів, здатних переміщатися по кристалу;
  - 2) частково заповненої зони провідності;
  - 3) повністю заповнених зон;
  - 4) зв’язаних електронів;
  - 5) заборонених зон.
  
2. Які речовини за шириною забороненої зони  $\Delta E$  слід віднести до діелектриків?
 

1. Алмаз C ( $\Delta E = 5,2$ eV);	2. Арсенід галію GaAs ( $\Delta E = 1,43$ eV);
3. Кремній Si ( $\Delta E = 1,08$ eV);	4. Нітрид бору ( $\Delta E = 4,6$ eV);
5. Германій Ge ( $\Delta E = 0,66$ eV).	
  
3. Які речовини за шириною забороненої зони  $\Delta E$  слід віднести до напівпровідників?
 

1. Алмаз C ( $\Delta E = 5,2$ eV);	2. Арсенід галію GaAs ( $\Delta E = 1,43$ eV);
3. Кремній Si ( $\Delta E = 1,08$ eV);	4. Нітрид бору ( $\Delta E = 4,6$ eV);
5. Германій Ge ( $\Delta E = 0,66$ eV).	
  
4. Які напівпровідники володіють власною провідністю?
  1. Напівпровідники, що містять акцепторні домішки.
  2. Напівпровідники, що містять донорні домішки.
  3. Хімічно чисті напівпровідники при абсолютному нулі.
  4. Хімічно чисті напівпровідники при  $T > 0$  K.
  5. Напівпровідники, що містять акцепторні і донорні домішки.
  
5. Чим може бути обумовлене наявність провідності у власних напівпровідників?
  1. Збудженням шляхом нагрівання.
  2. Збудженням шляхом опромінювання електромагнітними хвилями (світлом).
  3. Наявністю донорних домішок.
  4. Наявністю акцепторних домішок.



6. У яких напівпровідників переважає електронний тип провідності?
1. У напівпровідників, що містять акцепторні домішки.
  2. У напівпровідників, що містять донорні домішки.
  3. У хімічно чистих напівпровідників при абсолютному нулі.
  4. У хімічно чистих напівпровідників при  $T > 0$  К.
  5. У напівпровідників, що містять акцепторні і донорні домішки.
7. Чим може бути обумовлене наявність провідності у напівпровідників  $n$ -типа?
1. Збудженням шляхом нагрівання.
  2. Збудженням шляхом опромінювання електромагнітними хвилями (світлом).
  3. Наявністю донорних домішок.
  4. Наявністю акцепторних домішок.
8. У яких напівпровідників переважає дірковий тип провідності?
1. У напівпровідників, що містять акцепторні домішки.
  2. У напівпровідників, що містять донорні домішки.
  3. У хімічно чистих напівпровідників при абсолютному нулі.
  4. У хімічно чистих напівпровідників при  $T > 0$  К.
  5. У напівпровідників, що містять акцепторні і донорні домішки.
9. Чим може бути обумовлене наявність провідності у напівпровідників  $p$ -типа?
1. Збудженням шляхом нагрівання.
  2. Збудженням шляхом опромінювання електромагнітними хвилями (світлом).
  3. Наявністю донорних домішок.
  4. Наявністю акцепторних домішок.
10. За якою формулою можна визначити залежність власної провідності напівпровідників від температури?
1.  $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$
  2.  $\sigma = \sigma_0 e^{+\frac{\Delta E}{2kT}}$
  3.  $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_n e^{-\frac{E_n}{2kT}}$
11. Яка формула визначає залежність опору від температури для власних напівпровідників?
1.  $R = R_0(1 + \alpha t)$
  2.  $R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$
  3.  $R = R_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$
12. Яка формула визначає залежність провідності домішкових напівпровідників від температури?
1.  $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$
  2.  $\sigma = \sigma_0 e^{+\frac{\Delta E}{2kT}}$
  3.  $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_n e^{-\frac{E_n}{2kT}}$
13. Який з вказаних на рис. 13 графіків є вольт-амперною характеристикою напівпровідникового діода?

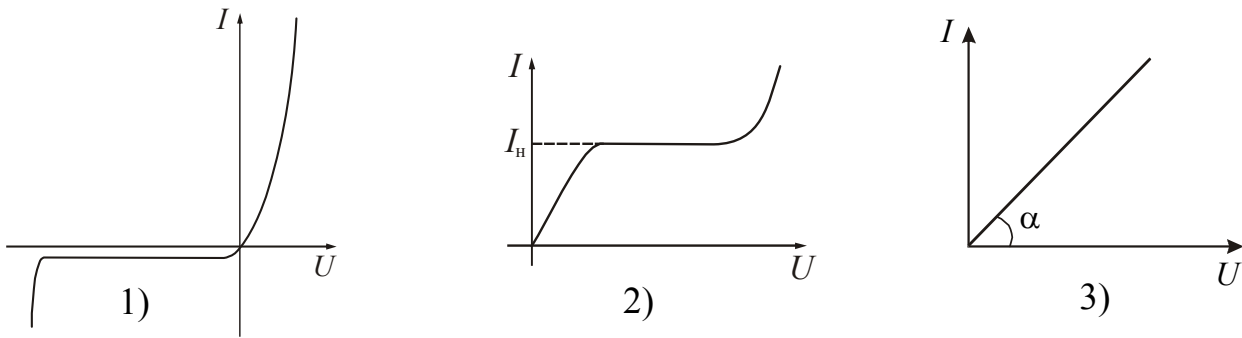


Рисунок 13

14. Який з вказаних на рис. 13 графіків є вольтамперною характеристикою провідника?

15. Який з вказаних на рис. 15 графіків показує залежність опору напівпровідників від температури?

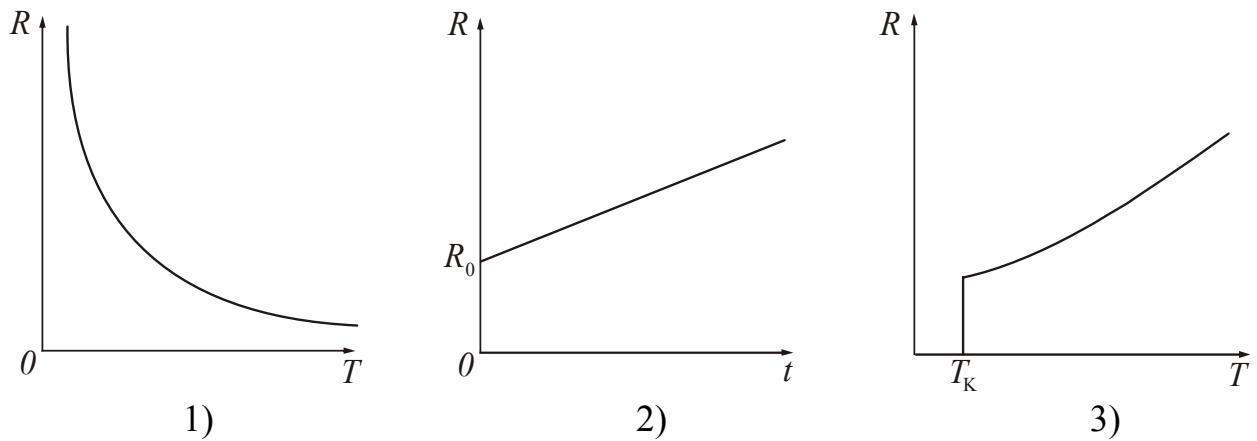


Рисунок 15

**КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Основи фізики твердого тіла»**

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	2	6	2	11	2
2	1,4	7	3	12	3
3	2,3,5	8	1	13	1
4	4	9	4	14	3
5	1,2	10	1	15	1

## ЧАСТИНА 5. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

**Ядерна фізика** – це розділ фізики, в якому вивчають структуру і властивості атомних ядер і їх перетворення: процеси радіоактивного розпаду і ядерні реакції.

Ядерна фізика виникла до встановлення факту існування атомного ядра, її вік можна обчислювати з часу відкриття радіоактивності. Основу арсеналу експериментальних засобів ядерної фізики складають прискорювачі заряджених частинок, ядерні реактори, які є могутніми джерелами нейтронів, детектори частинок. Безліч даних, що отримуються в одному досвіді, вимагають використання ЕОМ, що сполучаються безпосередньо з реєструючою апаратурою.

Велике прикладне значення ядерної фізики; широкі і різноманітні її практичні застосування – від ядерної зброї і ядерної енергетики до діагностики і терапії в медицині. Разом з тим ядерна фізика залишається фундаментальною наукою, від прогресу якої можна чекати з'ясування глибоких властивостей будови матерії і відкриття нових законів природи.

### Розділ 10. Атомне ядро

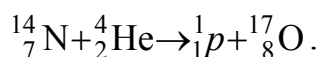
#### §46 Склад і розміри ядер. Енергія зв'язку ядер

##### 46.1 Склад ядра

**Ядро** – це центральна частина атома, в якій зосереджена практично вся маса атома і його позитивний електричний заряд. До складу ядра входять два види частинок:

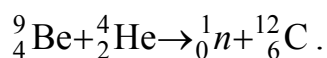
- протони ( ${}^1_1p$ );
- нейтрони ( ${}^1_0n$ ).

**Протон** має позитивний заряд, рівний за величиною заряду електрона:  $q = +e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Маса протона  $m_p = 1,00728$  а.е.м.  $\approx 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Протон вперше отриманий Резерфордом\* в результаті ядерної реакції:



Протон – стабільна частинка, тенденції до розпаду немає (період напіврозпаду  $T_{1/2} = 10^{30}$  с).

**Нейтрон** не має заряду, тобто  $q = 0$ . Маса нейтрона  $m_n = 1,00866$  а.е.м.  $\approx 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Відкритий в 1932 році Чедвіком\* при здійсненні реакції:



\*Резерфорд Ернест (1871–1937), англійський фізик, лауреат Нобелівської премії 1908 р. із хімії.

\*Чедвік Джеймс (1891–1974), англійський фізик-експериментатор.

У вільному стані нейтрон зазнає радіоактивного розпаду з періодом напіврозпаду  $T_{1/2}=12,6$  хв.

У ядерній фізиці вважається, що протон і нейтрон – це два зарядові стани однієї частинки, яка називається нуклоном. Протон – протонний стан нуклона із зарядом  $+e$ ; нейтрон – нейтронний стан нуклона з нульовим електричним зарядом.

## 46.2 Характеристики атомного ядра

Основними характеристиками ядра є його заряд і маса. **Зарядом** ядра називається величина  $Z \cdot e$ , де  $e$  – величина заряду протона,  $Z$  – порядковий номер хімічного елементу в періодичній системі елементів Менделєєва. Порядковий номер  $Z$  співпадає з числом протонів в ядрі. В даний час відомі ядра з  $Z$  від  $Z=1$  до  $Z=107$ . Елементи з  $Z$  від 1 до 92, окрім Тс (технецію) з  $Z=43$  і Рм (прометію) з  $Z=61$ , зустрічаються в природі, елементи з  $Z$  від 93 до 107 отримані штучним шляхом. Їх називають трансурановими елементами. Рн (плутоній),  $Z=94$ , виявлений в природі в дуже незначних кількостях в природному мінералі – смоляній обманці.

**Маса атомного ядра** практично співпадає з масою всього атома, оскільки маса електронів дуже маленька. Нагадаємо, що маса електрона в 1836 разів менше маси протона. Маса атомів вимірюють в атомних одиницях маси (позначається а.о.м.):  $1 \text{ а.о.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27}$  кг.

$A$  – масове число ядра – ціле число, найближче до атомної маси, вираженої в а.о.м. Воно визначає число нуклонів, тобто загальне число протонів і нейтронів в ядрі:  $A = N + Z$ . Тоді число нейтронів

$$N = (A - Z). \quad (46.1)$$

Ядра позначаються тим же символом, що і нейтральний атом:

$${}^A_Z X \quad \text{або} \quad {}_Z X^A,$$

де  $X$  – символ хімічного елементу.

Маса атомів зміряні з великою точністю. При вимірюваннях були виявлені ізомери і ізобари.

**Ізотопи** – ядра, що мають однаковий порядковий номер  $Z$ , але різне масове число  $A$ . Водень має 3 ізомери:  ${}^1_1\text{H}$  – протій,  ${}^2_1\text{H}$  – дейтерій, які є стабільними і  ${}^3_1\text{H}$  – тритій, що є радіоактивним. Кисень має 3 ізомери:  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{17}_8\text{O}$ ,  ${}^{18}_8\text{O}$ . В більшості випадків ізомери мають однакові фізичні властивості (виключення водень Н), оскільки вони визначаються в основному структурою електронних оболонок, а вона у ізомерів однакова. У природі зустрічається 300 стійких ізомерів хімічних елементів і є близько 1000 штучних (радіоактивних) ізомерів.

**Ізобари** – ядра, що мають однакове масове число  $A$ , але різний порядковий номер  $Z$ . Наприклад, ізобари берилія:  ${}^{10}_4\text{Be}$ ,  ${}^{10}_5\text{B}$ ,  ${}^{10}_6\text{C}$ . Ізобари в основному зустрічаються серед важких ядер.

### 46.3 Розміри ядер

Ядро є системою частинок, що підпорядковуються законам квантової механіки і, отже, співвідношенню невизначеностей Гейзенберга. Внаслідок цього розміри області, в якій можуть знаходитися ядерні частинки, можуть бути задані лише з точністю, що допускається цим співвідношенням. У першому наближенні ядро вважається кулею, радіус якої визначається емпіричною формулою:

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}, \quad (46.2)$$

де  $A$  – масове число.

Величину  $R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15}$  м можна тлумачити як пропорційність об'єму ядра числу нуклонів. У ядерній фізиці прийнята наступна одиниця вимірювання розмірів:  $10^{-15}$  м = 1 Ф (фермі\*).

Об'єм ядра пропорційний числу нуклонів, тобто щільність ядерної речовини приблизно однакова ( $\sim 10^{17}$  кг/м<sup>3</sup>). Дуже висока щільність говорить про виключно високу інтенсивність ядерної взаємодії.

### 46.4 Властивості ядерних сил

Ядерна взаємодія між нуклонами називається **сильною взаємодією**. Її можна описати за допомогою поля **ядерних сил**, які не зводяться ні до одного з раніше розглянутих типів сил. Перерахуємо відмітні особливості цих сил.

1. Ядерні сили – це сили тяжіння. Вони не мають електричного походження, діють на відстанях  $\sim 4,2$  фермі, тому їх називають короткодійними.
2. Ядерні сили є зарядове незалежними, тобто ядерна взаємодія двох нуклонів не залежить від того, мають чи ні електричний заряд обидва нуклони.
3. Ядерні сили не є центральними. Вони залежать не тільки від відстані між нуклонами, але від орієнтації їх спинів.
4. Для ядерних сил характерне насичення. Насичення виявляється в тому, що нуклон взаємодіє не з рештою всіх нуклонів ядра, а лише з деякими найближчими сусідами, причому не зі всіма, навіть якщо вони знаходяться в радіусі дії сил.
5. Ядерні сили мають обмінний характер. Вважається, що взаємодія між двома частинками здійснюється завдяки обміну третьою частинкою. У 1935 році Юкава\* і Тамм\* виявили, що ці частинки мають масу спокою  $m_0 = 200m_{0e}$ ,  $m_{0e}$  – маса спокою електрона. Назвали ці частинки  $\pi$ -мезонами або піонами.

### 46.5 Дефект маси ядра. Енергія зв'язку

Мас-спектрометричні вимірювання показали, що маса ядра менша, ніж сума мас складових його нуклонів.

\*Фермі Енріко (1901–1954), італійський фізик, лауреат Нобелівської премії 1938 р.

\*Юкава Хидоки (1907–1981), японський фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії 1949 р.

\*Тамм Ігор Євгенійович (1895–1971), російський фізик, лауреат Нобелівської премії 1958 р.

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}. \quad (46.3)$$

Величина  $\Delta m$  називається **дефектом маси**. У довідкових таблицях приводяться маси атомів, а не ядер, тому виразимо дефект маси через масу атома:

$$\begin{aligned} \Delta m &= Z m_p + (A - Z)m_n - m_a + Z m_e = \\ &= Z (m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a = Z m_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a, \end{aligned}$$

оскільки протон і електрон в сумі дають масу атом водню:

$$m_p + m_e = m_{\text{H}}.$$

Таким чином

$$\Delta m = Z m_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a. \quad (46.4)$$

Всякій зміні маси повинна відповідати зміна енергії, тобто при утворенні ядра повинна виділятися певна енергія. І навпаки – для розділення ядра необхідно витратити таку ж кількість енергії, яка виділяється при його утворенні.

**Енергія зв'язку ядра**  $E_{\text{зв}}$  – енергія, яку необхідно витратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони. Енергія зв'язку:

$$E_{\text{зв}} = \Delta m c^2 = (Z m_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}) \cdot c^2.$$

Або

$$E_{\text{зв}} = (Z m_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a) \cdot c^2, \quad (46.5)$$

де  $c$  – швидкість світла.

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія зв'язку обчислюється за формулою:

$$E_{\text{зв}} = 931,5 \Delta m \quad (\text{MeV}), \quad (46.6)$$

оскільки одній атомній одиниці маси відповідає атомна одиниця енергії

$$1 \text{ а.о.э.} = c^2 \cdot 1 \text{ а.о.м.} = 9 \cdot 10^{16} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 1,491 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 931,5 \text{ MeV}.$$

**Питома енергія зв'язку**  $\varepsilon_{\text{пит}}$  – енергія зв'язку, що припадає на один нуклон. Вона характеризує стійкість (міцність) атомних ядер.

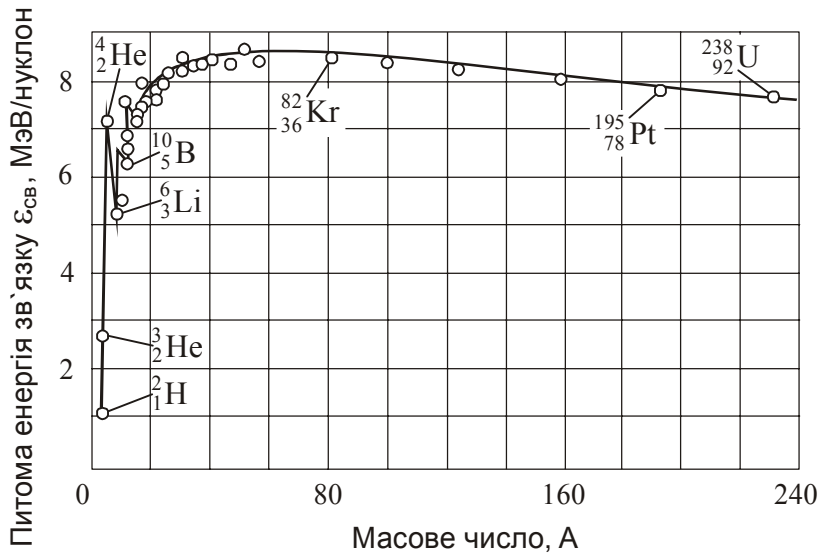
$$\varepsilon_{\text{пит}} = \frac{E_{\text{зв}}}{A}. \quad (46.7)$$

Чим більше питома енергія зв'язку, тим стійкіше ядро. Залежність питомої енергії зв'язку від масового числа приведена на рис. 46.1. Для більшості елементів  $\varepsilon_{\text{пит}} \approx 8 \frac{\text{MeV}}{\text{нуклон}}$ . Для порівняння: енергія зв'язку валентних електронів  $\sim 10 \text{ eV}$  (у  $10^6$  разів менше).

Найбільш стійкими є ядра середньої частини таблиці. Легкі або важкі ядра менш стійкі, тобто енергетично вигідні наступні процеси:

1. Ділення важких ядер на більш легші (реакція ділення). Реакції ділення лежать в основі роботи ядерних реакторів і ядерної бомби.

2. Злиття легких ядер одне з одним у важчі (вимагають температури  $T \sim 10^8$  К, тому їх називають термоядерними). Відбуваються в надрах Сонця і зірок. Некеровані термоядерні реакції відбуваються при вибуху водневої бомби.



Це пояснюється тим, що енергія виділятиметься при таких ядерних реакціях, при яких питома енергія зв'язку продуктів реакції перевищуватиме питому енергію зв'язку вихідних ядер.

### §47 Ядерні перетворення

Існують два типи ядерних перетворень:

- ядерні реакції;
- радіоактивність.

#### 47.1 Ядерні реакції

**Ядерні реакції** – це перетворення атомних ядер при їх взаємодії з елементарними частинками (у тому числі і з  $\gamma$ -квантами) або одного з одним.

Символічно ядерні реакції записуються в наступному вигляді:

$$X + \alpha \rightarrow Y + \beta \text{ или } X(\alpha, \beta)Y, \quad (47.1)$$

де  $X$  і  $Y$  – вихідне і кінцеве ядра;

$\alpha$  і  $\beta$  – частинка, яка бомбардує і частинка що випускається в ядерній реакції.

У будь-якій ядерній реакції виконуються закони збереження електричних зарядів і масових чисел:

*Сума зарядів ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі зарядів продуктів реакції (ядер і частинок).*

*Сума масових чисел ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі масових чисел продуктів реакції (ядер і частинок).*

Ядерна реакція характеризується енергією ядерної реакції  $Q$ , що дорівнює різниці енергій кінцевої і вихідної пар в реакції:

$$Q = (\sum m_i - \sum m_k) \cdot c^2, \quad (47.2)$$

де  $\sum m_i$  – сума мас частинок до реакції;  
 $\sum m_k$  – сума мас частинок після реакції.

Ядерні реакції можуть бути:

- а) екзотермічними (з виділенням тепла), при цьому  $\sum m_i > \sum m_k$  ( $Q > 0$ );  
 б) ендотермічними (з поглинанням тепла), при цьому  $\sum m_i < \sum m_k$  ( $Q < 0$ ).

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія ядерної реакції обчислюється в МеВ (мегаелектрон-вольтах) за формулою:

$$Q = 931,5(\sum m_i - \sum m_k). \quad (47.3)$$

## 47.2 Радіоактивність

### 47.2.1 Загальні відомості

**Радіоактивність** – явище спонтанного (мимовільного) розпаду ядер, при якому утворюється нове ядро, і випускаються частинки.

Ядро, яке розпадається, називається материнським, виникаюче ядро називається дочірнім.

Природна радіоактивність спостерігається в основному у важких ядер, які розташовуються в періодичній системі Менделєєва за свинцем. Відкрито явище Анрі Беккерелем\* в 1896 році.

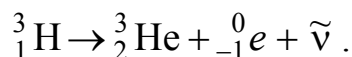
Залежно від того, яка частинка випускається, розрізняють наступні види розпаду:

1.  $\alpha$ -розпад – випускання  $\alpha$ -частинки, тобто ядер гелію –  ${}^4_2\text{He}$  :

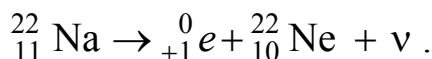


2.  $\beta$ -розпад – випускання:

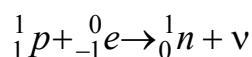
- а) електронів –  $e^-$  ( $\beta^-$ -розпад)



- б) позитронів –  $e^+$  ( $\beta^+$ -розпад)



- в)  $K$ -захоплення (електронне захоплення). Перетворення протона на нейтрон йде за схемою



Електронне захоплення полягає в тому, що один з електронів на найближчому до ядра  $K$ -шарі атома захоплюється ядром. Тут  $\tilde{\nu}$  і  $\nu$  – електронні нейтрино і антинейтрино.

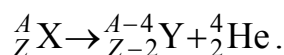
\*Беккерель Антуан Анрі (1852–1908), французький фізик, лауреат Нобелівської премії 1903 р.



3. *Гамма-випромінювання* ( $\gamma$ -випромінювання) – це жорстке електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda < 10^{-10}$  м. Має велику проникаючу здатність, оскільки енергія квантів  $\epsilon \geq 10^4$  еВ.

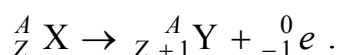
При аналізі результатів радіоактивних розпадів дослідним шляхом були відкриті правила зсуву (правила Фаянса і Содді).

1) при  $\alpha$ -розпаді:



$\alpha$ -розпад зменшує масове число на 4, а зарядове на 2, тобто дочірній елемент зміщується на дві клітки вліво в таблиці Д. І. Менделєєва.

2) при  $\beta$ -розпаді:



$\beta$ -розпад не змінює масового числа, зарядове число збільшує на одиницю, тобто дочірній елемент зміщується на 1 клітку управо.

### 47.2.2 Закон радіоактивного розпаду

Радіоактивний розпад зменшує з часом число ядер, що не розпалися. Мимовільний розпад ядер підкоряється закону радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (47.4)$$

де  $N_0$  – число ядер в даному об'ємі речовини у момент часу  $t = 0$ ;

$N$  – число ядер в тому ж об'ємі до моменту часу  $t$ ;

$\lambda$  – стала розпаду.

**Стала розпаду**  $\lambda$  – це фізична величина, яка чисельно дорівнює частці ядер, які розпадаються за одиницю часу:

$$\lambda = \frac{dN}{N dt}. \quad (47.5)$$

$$[\lambda] = \text{с}^{-1}.$$

Таким чином, стала розпаду визначає швидкість радіоактивного розпаду.

Величина  $\tau = 1/\lambda$  називається **середньою тривалістю життя** (середній час життя) радіоактивного ізотопу.

Для оцінки стійкості ядер зазвичай використовують не сталу розпаду, а величину, яка називається періодом напіврозпаду.

**Період напіврозпаду** ( $T_{1/2}$ ) – час, протягом якого первинна кількість ядер даної радіоактивної речовини розпадається наполовину (рис. 47.1). Період напіврозпаду може мінятися в дуже широких межах (від доль секунд до тисяч років). Період напіврозпаду і стала розпаду зв'язані наступним співвідношенням:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (47.6)$$

Закон мимовільного радіоактивного розпаду ґрунтується на двох припущеннях: 1) стала розпаду не залежить від зовнішніх умов; 2) число ядер, що розпадаються за час  $dt$  пропорційно вихідній кількості ядер  $N_0$ . Це означає, що закон радіоактивного розпаду є статистичним законом. Статистичні закони можна застосовувати тільки до великої кількості ядер. Закон радіоактивного розпаду не відповідає на питання, яке саме ядро розпадеться, оскільки всі ядра нерозрізні і розпад даного ядра є випадковою подією, що має ту або іншу вірогідність.

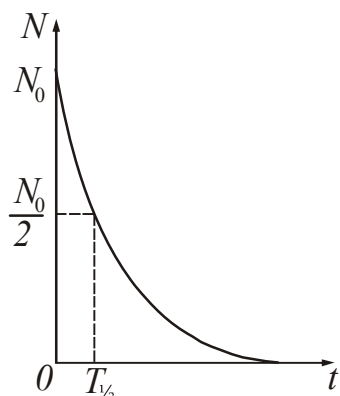


Рисунок 47.1

Часто буває, що ядра, що виникають в результаті радіоактивних перетворень, у свою чергу виявляються радіоактивними. Нові продукти розпаду також можуть виявитися радіоактивними, тобто виникає цілий ряд радіоактивних перетворень. У природі існують три радіоактивні ряди, родоначальниками яких служать уран ( $^{238}_{92}\text{U}$ ), торій ( $^{232}_{90}\text{Th}$ ) і актиній ( $^{235}_{89}\text{Ac}$ ). Кінцевим продуктом у всіх випадках служать ізотопи свинцю.

Для дослідження радіоактивних ізоотопів зазвичай використовують препарати. **Препарат** – це певна кількість радіоактивної речовини, спеціально приготованої для експерименту, наприклад, нанесеного на підкладку або замкненого в оболонку.

**Активність  $a$  препарату (радіоактивного джерела)** – число розпадів, що відбуваються за одиницю часу:

$$a = \frac{dN}{dt} \quad (47.7)$$

$$[a] = 1 \frac{\text{расп}}{\text{с}} = 1 \text{ Бк} \quad (\text{беккерель}).$$

Для вимірювання активності допускається застосування позасистемної одиниці – кюрі\* (Ки).

1 кюрі – активність препарату, в якому відбувається  $3,7 \cdot 10^{10}$  розпадів за секунду.

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

Таку активність має 1 грам радію.

Активність препарату дорівнює добутку постійної розпаду  $\lambda$  на число  $N$  атомів в цьому препараті, що не розпалися:

$$a = -\lambda N. \quad (47.8)$$

Знак « $-$ » означає, що активність з часом зменшується.

Замінивши  $N$  за формулою (47.4), отримаємо закон зміни активності:

\*Кюрі (Склодовська) Марія ((1867–1934), польський і французький фізик і хімік, лауреат Нобелівської премії по фізиці 1903 р., лауреат Нобелівської премії по хімії 1911 р.

\*Кюрі П'єр (1859–1906), французький фізик, лауреат Нобелівської премії 1903 р.

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (47.9)$$

де  $a_0$  – активність у момент часу  $t = 0$ .

**Питома активність**  $a_{\text{пит}}$  – активність одиниці маси речовини.

$$a_{\text{пит}} = \frac{a}{m}. \quad (47.10)$$

$$[a_{\text{пит}}] = 1 \frac{\text{Бк}}{\text{кг}}.$$

### 47.3 Використання явища радіоактивності для вимірювання часу в геології і археології

Явище радіоактивності може грати роль годинника. Використовуючи закон радіоактивного розпаду (47.4)

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

можна отримати формулу для визначення часу існування ядер

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N}. \quad (47.11)$$

У якості  $N$  зазвичай береться кількість ядер, що не розпалися на даний час, тому приведена формула визначає вік даної сукупності радіоактивних ядер.

Для визначення віку мінералів, що містяться в земній корі, потрібно брати «геологічний» годинник, тобто використовувати процеси з періодом напіврозпаду того ж порядку, що і геологічні епохи – сотні мільйонів і мільярди років.

Цій умові відповідають ізотопи урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 4,46 \cdot 10^9$  років) і  ${}^{235}_{92}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 7,04 \cdot 10^9$  років). Продуктом розпаду ізоотопів урану є ізотопи свинцю. За співвідношенням свинцю і урану можна розрахувати проміжок часу, протягом якого накопичилася дана кількість свинцю унаслідок розпаду урану.

У археології для визначення віку предметів, знайдених при розкопках, використовують радіоактивний розпад з періодом напіврозпаду порядку декілька сторіч або тисячоліть (вуглець  ${}^{14}_6\text{C}$ ,  $T_{1/2} = 5730$  років). У живій рослині або тварині процентний зміст радіоактивного вуглецю в порівнянні із звичайним вуглецем залишається постійним, оскільки втрати вуглецю відновлюються живленням. З моменту загибелі організму починає йти радіоактивний годинник: зміст радіоактивного вуглецю в організмі або виробі з органічних матеріалів починає убувати відповідно до закону радіоактивного розпаду. Таким чином, можна визначити час, що пройшов з моменту загибелі організму або час життя предмету, зробленого з органічного матеріалу.

### 47.4 Гамма-випромінювання

Гамма-випромінювання ( $\gamma$ -промені) є короткохвильовим електромагнітним випромінюванням. Оскільки  $\gamma$ -випромінювання має вельми малу довжину хвилі ( $\lambda \leq 10^{-10}$  м), то, внаслідок цього, воно має яскраво виражені корпускулярні властивості, тобто є потоком частинок – гама-квантів.

Випускання  $\gamma$ -квантів не являється, як правило, самостійним видом випромінювання. Воно супроводжує  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпади.

Розрізняють:

- м'яке  $\gamma$ -випромінювання з енергією квантів  $\varepsilon \sim \text{keV}$ ;
- жорстке  $\gamma$ -випромінювання з енергією квантів  $\varepsilon \sim \text{MeV}$ .

$\gamma$ -випромінювання може взаємодіяти з електронною оболонкою атомів і молекул, викликаючи їх іонізацію, а також з ядрами.

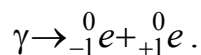
При проходженні  $\gamma$ -променів через речовину відбувається їх ослаблення. Закон зміни інтенсивності  $\gamma$ -випромінювання підкоряється закону:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (47.12)$$

де  $I_0$  – інтенсивність  $\gamma$ -випромінювання, падаючого на поверхню речовини;  
 $\mu$  – коефіцієнт лінійного ослаблення  $\gamma$ -променів в речовині, залежний від природи речовини і спектрального складу потоку  $\gamma$ -випромінювання;  
 $x$  – товщина поглинаючого шару.

$\gamma$ -Випромінювання може викликати в речовині різні процеси:

- 1) фотоефект (істотне значення має для м'якого випромінювання,  $\varepsilon \sim 10^4 - 10^5$  eV);
- 2) ефект Комптона ( $\varepsilon \sim 0,5$  MeV);
- 3) народження електронно-позитронних пар:



Велика енергія  $\gamma$ -квантів пояснює їх високу проникаючу здатність. На цьому засновано їх застосування.

1.  $\gamma$ -дефектоскопія – метод виявлення дефектів у виробі шляхом просвічування їх  $\gamma$ -променями. Пошкодження виявляються за різною інтенсивністю  $\gamma$ -променів, що пройшли через досліджувану поверхню. Так досліджують розміри і форми дефектів (тріщини, раковини, непроварені шви і т. д.).
2. Онкологія – лікування злоякісних пухлин.

## Розділ 11. Елементи дозиметрії

### § 48 Елементи дозиметрії іонізуючих випромінювань

Про небезпеку, що виникає при роботі з радіоактивними речовинами, рентгенівським випромінюванням і іншими джерелами іонізуючих випромінювань відомо давно. На початку розвиток дозиметрії визначався головним чином необхідністю захисту від дії рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання природних радіоактивних речовин. Захист людини від шкідливої дії іонізуючих випромі-

новань зводиться до захисту від зовнішніх потоків випромінювання (зовнішнє опромінювання) і від попадання радіоактивних речовин всередину організму (внутрішнє опромінювання).

В даний час під *дозиметрією* розуміють вимірювання, дослідження і теоретичні розрахунки тих характеристик іонізуючих випромінювань, від яких залежать радіаційні ефекти в опромінюваних об'єктах живої і неживої природи.

#### 48.1 Характеристики іонізуючих випромінювань

1. **Поглинена доза  $D$**  – енергія іонізуючого випромінювання, поглинена опромінюваною речовиною і розрахована на одиницю його маси (поглинена доза):

$$D = \frac{W}{m}.$$

Поглинена енергія витрачається на нагрів речовини і на його хімічні і фізичні перетворення. Величина дози залежить від виду випромінювання, енергії його частинок, щільності їх потоку і від складу опромінюваної речовини. За інших рівних умов доза тим більше, чим більше час опромінювання, тобто доза накопичується з часом.

Одиниця поглиненої дози в СІ – грей\* (Гр).

$$[D] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = \text{Гр}.$$

Широко поширена позасистемна одиниця дози – рад (від англійського radiation absorbet dose). 1 рад = 0,01 Гр.

2. **Потужність поглиненої дози  $N$**  – доза, віднесена до одиниці часу:

$$N = \frac{D}{t}.$$

Потужність дози вимірюється в Гр/с.

$$[N] = \text{Гр/с}.$$

3. **Експозиційна доза випромінювання  $D_E$**  – доза рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання, визначується за іонізацією повітря. Вона визначається як відношення сумарного заряду всіх іонів одного знаку  $\sum Q$ , створених в одиниці об'єму повітря, до маси повітря  $\Delta m$  у цьому об'ємі:

$$D_E = \frac{\sum Q}{\Delta m}.$$

Одиниця експозиційної дози в СІ – Кл/кг.

$$[D_E] = \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

---

\*Грей Льюїс Харольд (1905–1965), англійський фізик і радіобіолог.

Експозиційна доза в 1 Кл/кг означає, що сумарний заряд всіх іонів одного знаку, утворених в 1 кг повітря, дорівнює 1 Кл.

Позасистемною одиницею експозиційної дози є рентген\* (Р).  $1 \text{ Р} = 2,57976 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ , що відповідає створенню  $2,08 \cdot 10^9$  пар іонів в  $1 \text{ см}^3$  повітря (при  $0^\circ\text{C}$  и  $760 \text{ мм рт. ст.}$ ).

4. **Еквівалентна доза  $H$**  – оцінюється за біологічною дією іонізуючого випромінювання. При опромінуванні живих організмів, зокрема людини, виникають біологічні ефекти, величина яких при однаковій поглиненій дозі різна для різних видів випромінювання. Таким чином, знання поглиненої дози недостатньо для оцінки радіаційної небезпеки. Прийнято порівнювати біологічні ефекти, що викликаються будь-якими іонізуючими випромінюваннями, з ефектами від рентгенівського і  $\gamma$ -ізлучення. Коефіцієнт, що показує, в скільки разів радіаційна небезпека у разі хронічного опромінування людини (у порівняно малих дозах) для даного виду випромінювання вище, ніж рентгенівського випромінювання при однаковій поглиненій дозі, називається коефіцієнтом якості випромінювання ( $K$ ). Для рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання  $K=1$ . Для всіх інших іонізуючих випромінювань  $K$  встановлюється на підставі радіобіологічних даних. Всі ці величини використовуються при встановленні норм радіаційної безпеки.

**Еквівалентна доза  $H$**  визначається як добуток поглиненої дози на коефіцієнт якості випромінювання  $H=DK$ . Еквівалентна доза може вимірюватися в тих же одиницях, що і поглинена.

Проте існує спеціальна одиниця еквівалентної дози – бер (біологічний еквівалент рентгена). Еквівалентна доза в 1 бер відповідає поглиненій дозі в 1 рад при  $K=1$ . Одиниця еквівалентної дози СІ – зиверт\* (Зв).

$$1 \text{ Зв} = 100 \text{ бер}$$

Радіаційний контроль і вимірювання доз здійснюється дозиметричними приладами. **Дозиметричні прилади** (дозиметри) – це пристрою для вимірювання доз іонізуючих випромінювань і їх потужностей. Основними частинами дозиметричних приладів є детектор і вимірювальний пристрій. Залежно від типу детектора дозиметри діляться на:

- іонізаційні (з іонізаційною камерою, пропорційними лічильниками або лічильниками Гейгера);
- радіолюмінесцентні (сцинтиляційні, термо- і фотолюмінесцентні);
- напівпровідникові;
- фотографічні;
- хімічні;
- калориметричні.

Дозиметричні прилади існують для вимірювання одного виду випромінювання (наприклад, нейтронні дозиметричні прилади,  $\gamma$ -дозиметри і ін.) або для вимірювання в полях змішаного випромінювання.

\*Рентген Вільям Конрад (1845–1923), німецький фізик, лауреат Нобелівської премії 1901 р.

\*Зіверт Рольф Максिमіліан (1896–1966), шведський фізик

## 48.2 Основні нормативні дані за радіаційним чинником в Україні

**Природний радіоактивний фон** складається з випромінювання природних радіоактивних елементів гірських порід і космічного випромінювання. Інтенсивність космічного випромінювання залежить від широти місця і висоти над рівнем моря. З ним пов'язано утворення деякої кількості вуглецю-14, тритію, берилія-7 і деяких інших природних радіонуклідів. Природна радіоактивність гірських порід варіює в широких межах залежно від геологічної будови регіону. Вона обумовлена переважно довгоживучими елементами – ураном-238, торієм-232, калієм-40 і ін.

На зміну радіаційного фону значний вплив має діяльність людини. Атомні і теплові електростанції, заводи з переробки ядерних матеріалів є джерелом радіоактивних відходів. Можливий витік радіоактивних продуктів через нерозплавлене паливо, виділення продуктів ділення при окисненні палива, плавлення тепловиділяючих елементів з подальшим випаровуванням і аварії з викидом радіоактивних речовин в атмосферу.

При експлуатації ТЕС, ТЕЦ як паливо використовується вугілля, в якому в малих кількостях містяться радіонукліди. Після спалювання вугілля в топках велика частина мінеральних компонентів спікається в шлак і золу, а легкий зольний пил з радіоактивними речовинами несеться в труби електростанцій.

На рівень радіоактивності впливають промислові і гірничодобувні підприємства, підприємства із здобичі і переробки радіоактивної сировини, аварії транспортних засобів, що виникають при перевезенні сировини, і так далі.

В Україні природний радіаційний фон, з урахуванням техногенних чинників, коливається від 10 до 25 мкР/год.

Критерієм, що служить основою комплексу захисних заходів, є встановлення гранично-допустимих доз опромінювання. Це питання є дуже складним. Складність його полягає в тому, що жодна доза випромінювання, що перевищує природний фон, не може вважатися абсолютно «безпечною».

Дозові навантаження регламентуються на основі наступних принципів:

- ніякий вид використання іонізуючих випромінювань не повинен вводитися в практику, якщо він не приносить реальної «чистої» користі;
- всі дози опромінювання повинні підтримуватися на таких низьких рівнях, які тільки можна розумно досягти з урахуванням економічних і соціальних чинників;
- еквівалентна доза опромінювання окремих осіб не повинна перевищувати межі, що рекомендуються Міжнародною комісією з радіаційного захисту (МКРЗ) для відповідних умов.

**Допустима доза** – це така доза, щоденне опромінювання якої протягом багатьох років в світлі сучасних наукових даних не повинне викликати у людини необоротних змін в організмі протягом всього життя. На основі допустимих доз опромінювання розраховуються гранично-допустимі потоки іонізуючих випромінювань і гранично-допустимі концентрації радіоактивних речовин у воді і

повітрі. Крім того, розраховуються і споруджуються захисні стіни, екрани і інші пристрої, що захищають людину.

В Україні за рекомендаціями Міжнародної комісії з радіаційного захисту встановлені **нормативні дози** опромінювання, які можуть впливати на людей:

- професійні працівники в області радіації (категорія А) – особи, які постійно або тимчасово працюють безпосередньо з джерелами іонізуючих випромінювань. Гранично допустима доза опромінювання складає 2 бер за рік (20 мЗв);
- особи, які не працюють безпосередньо з джерелами іонізуючого випромінювання, але за умовами мешкання або розміщення робочих місць можуть піддаватися дії радіоактивних речовин або інших джерел випромінювання, що вживаних в установі або видаляються в зовнішнє середовище об'єктами з радіаційно-ядерними технологіями (категорія Б). Гранично допустима доза опромінювання складає 0,2 бер за рік (2 мЗв);
- все населення (категорія В). Встановлений норматив отримуваної дози складає 0,01 бер (100 мбер або 1 мЗв).

Доза від природного космічного іонізуючого випромінювання коливається в межах 100 – 200 мбер.

В Україні, згідно діючим Нормам радіаційної безпеки (НРБУ-97), **гранично допустимі** норми складають:

- 5 бер за рік (за 50 років життя – 250 бер) – для фахівців категорії А;
- 0,5 бер за рік (за 70 років життя 35 бер) – для осіб категорії Б;
- 0,05 бер за рік – для решти населення (категорія В).

• **Зверніть увагу!**

- **Після вивчення розділу «Елементи фізики атомного ядра» студент повинен ЗНАТИ:**

*Суть понять:*

Ядро, нуклон, нейтрон, протон. Масове число, зарядове число. Ізотопи, ізобари. Дефект маси, енергія зв'язку, питома енергія зв'язку. Ядерна реакція. Період напіврозпаду, постійна розпаду.

*Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини:*

Активність радіоактивного препарату. Питома активність.

*Явища:*

Радіоактивність.

*Закони:*

Закон радіоактивного розпаду. Правила зсуву (правила Фаянсу і Содді). Закон зміни інтенсивності радіоактивного випромінювання.

*Формули:*

Дефект маси, енергія зв'язку, питома енергія зв'язку ядра. Енергетичний вихід реакції. Зв'язок періоду напіврозпаду з постійною розпаду.

*Графіки:*

Залежність питомої енергії зв'язку ядра від масового числа.



## ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА»

**Інструкція.** Даний тест призначений для перевірки знань за темою "Елементи фізики атомного ядра". Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви дали

- 1) Більше 12 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
- 2) 10-12 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
- 3) 7-10 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
- 4) менше 7 правильних відповідей – Ви не засвоїли учбовий матеріал.

Прочитайте його ще раз.

1. Природною радіоактивністю називається ...

1. розпад ядер під впливом  $\gamma$ -променів;
2. перетворення ядер атомів під впливом нейтронів;
3. мимовільний (спонтанний) розпад ядра, в результаті якого утворюється нове ядро і випускається частинка;
4. перетворення ядер атомів при бомбардуванні  $\alpha$ -частинками;
5. перетворення ядер атомів при бомбардуванні в-частинками.

2. Вкажіть, які з названих перетворень зустрічаються при природній радіоактивності.

1. Альфа-розпад.
2. Бета-електронний розпад.
3. Бета-позитронний розпад.
4. К-захват.
5. Викидання нейтрона ядром.

3. Вкажіть формулу, яка виражає закон радіоактивного розпаду.

1.  $N_{1/2} = \frac{N_0}{2}$     2.  $N_e = \frac{N}{e}$     3.  $N = N_0 e^{-\lambda t}$     4.  $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$     5.  $dN = -\lambda N dt$

4. Стала розпаду радіоактивної речовини вимірюється в ...

1. с
2.  $c^{-1}$
3. Дж/с
4. Дж/(кг·с)
5. Дж/кг

5. Вкажіть криву на рис. 5, яка виражає зміну числа радіоактивних атомів з часом ( $N$  – число атомів,  $t$  – час).

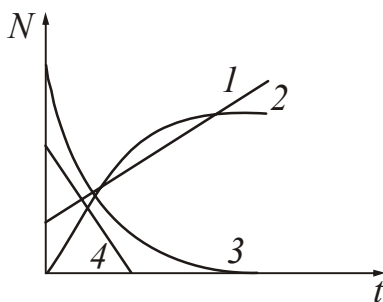


Рисунок 5

6. Періодом напіврозпаду радіоактивного елементу називається ...

1. час, протягом якого розпадається 100% атомів;
2. час, протягом якого кількість радіоактивних атомів зменшується в  $e$  разів;
3. час, протягом якого розпадається 50% атомів;
4. час, протягом якого розпадається  $1/e$  частина атомів;
5. середній час розпаду одного атома.

7. Як залежить активність заданої кількості радіоактивної речовини від періоду напіврозпаду  $T$ ?
1. Прямо пропорційно  $T^2$ .
  2. Прямо пропорційно  $T$ .
  3. Обернено пропорційно до  $T$ .
  4. Прямо пропорційно  $\ln T$ .
  5. Обернено пропорційно  $\ln T$ .
8. Активність радіоактивної речовини вимірюється в ...
1. с
  2.  $\text{с}^{-1}$
  3. Дж/кг
  4. Вт/кг
  5. Бк.
9. Доза випромінювання вимірюється в ...
1. Гр
  2.  $\text{с}^{-1}$
  3. Дж/кг
  4. Вт/кг
  5. Бк
10. До складу ядра входять ...
1. Електрони
  2. Протони
  3. Гіперони
  4. Мезони
  5. Нейтрони
11. Масовим числом називається ...
1. Маса атома.
  2. Маса ядра.
  3. Кількість нуклонів в ядрі.
  4. Кількість нейтронів в ядрі.
  5. Закруглене до цілих значення маси ядра в атомних одиницях маси.
12. Зарядовим числом ядра називається ...
1. Електричний заряд в кулонах.
  2. Число протонів в ядрі.
  3. Число нейтронів в ядрі.
  4. Число нуклонів в ядрі.
13. Взаємодія нуклонів в ядрі забезпечує обмін ...
1.  $\mu$ -мезонами.
  2.  $\pi$ -мезонами
  3. Електронами.
  4. Нейтрино.
  5. Гіперонами.
14. Які сили переважають при взаємодії нуклонів в атомному ядрі?
1. Ядерні
  2. Гравітаційні
  3. Електростатичні
  4. Магнітні
15. Вкажіть властивості ядерної взаємодії.
1. Короткодія.
  2. Зарядова незалежність.
  3. Нецентральність.
  4. Зменшення пропорційне квадрату відстані.
  5. Взаємодія за рахунок обміну  $\pi$ -мезонами.
16. При  $\alpha$ -розпаді масове число ядра ...
1. Зменшується на 4
  2. Зменшується на 1
  3. Зменшується на 2
  4. Зменшується на 3
17. Порядковий номер ядра при  $\beta$ -електронному розпаді ...
1. Зменшується на 2
  2. Зменшується на 1
  3. Збільшиться на 2
  4. Збільшиться на 1
  5. Не зміниться

18. Ядро зазнало один  $\alpha$ -розпад, і один  $\beta$ -електронний розпад. Як змінився заряд ядра?

1. Збільшився на 4      2. Збільшився на 1      3. Зменшився на 1  
4. Зменшився на 2      5. Збільшився на 2

19. Які з названих ефектів пов'язані з поглинанням  $\gamma$ -променів?

1. Ефект Комптона.      2. Народження пари частинок.      3. Фотоефект.  
4. Ділення важких ядер.      5. Синтез легких ядер.

20. Вкажіть криву на рис. 20, відповідну ослабленню  $\gamma$ -променів в речовині.

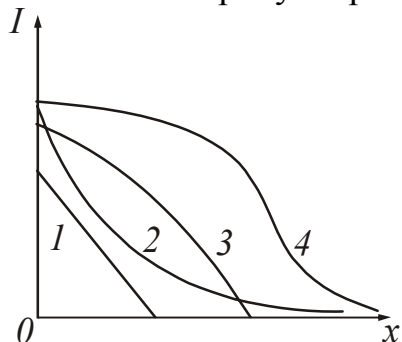
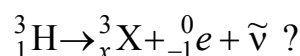
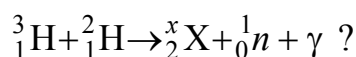


Рисунок 20

21. Який заряд ядра, що утворилося в результаті реакції



22. Яка маса ядра, що утворилося в результаті реакції



23. Вкажіть, які з названих величин зберігаються при ядерних реакціях.

1. Маса частинок.      2. Енергія частинок.  
3. Електричний заряд.      4. Баріонний заряд.

24. У яких ядер енергія зв'язку з розрахунку на один нуклон найбільша?

1. У дуже легких.      2. У середніх.  
3. У важких.      4. У ядер трансуранових елементів.

25. Маса продуктів реакції більше за масу початкових частинок. Вкажіть характер реакції.

1. Ендотермічний      2. Екзотермічний      3. Без зміни енергії

### КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Елементи фізики атомного ядра»

№ пита ння	Код відпо віді	№ пита ння	Код відпо віді	№ пита ння	Код відпо віді	№ пита ння	Код відпо віді	№ пита ння	Код відпо віді
1	3	6	3	11	3,5	16	1	21	2
2	1,2,3,4	7	3	12	2	17	4	22	4
3	3	8	5	13	2	18	3	23	4
4	2	9	1,3	14	1	19	1,23	24	2
5	3	10	2,5	15	1,2,3,5	20	2	25	1

## ВИСНОВОК

За останні десятиліття об'єм існуючих знань і науково-технічної інформації зріс у багато разів. Підраховано, що щорічно оновлюється 5% теоретичних і 20% професійних знань. Ясно, що ніяка система освіти не може підготувати людини «до професійної діяльності на все життя», особливо, якщо припустити, що ця професійна діяльність не включає також і самонавчання, розвиток своїх професійних знань в ході професійної діяльності.

Основа самоосвіти і саморозвитку – фундаментальне теоретичне знання, тому в системі вищої освіти, особливо на її першому ступені, необхідно здобути добротну фундаментальну освіту.

Фізика займає лідируюче положення серед фундаментальних природних наук – математики, хімії, інформатики, філософії. Це визначається багатством і різноманітністю ідей і методів дослідження сучасної фізики, їх фундаментальним значенням для пізнання світу.

Вивчаючи фізику, ви постійно заглиблювали свої знання про явища природи, що оточувала нас. Почавши з вивчення фізичних основ механіки і спеціальної теорії відносності, ви розглянули основи термодинаміки і молекулярної фізики, вчення про електрику і магнетизм, коливальні і хвильові процеси, включаючи електромагнітні хвилі і оптику. Далі ознайомилися з основами квантової механіки, фізики твердого тіла, атомної фізики, фізики атомного ядра. Об'єктом вивчення в механіці були макроскопічні тіла, що рухаються зі швидкостями багато меншими швидкості світла у вакуумі, і масами, що набагато перевищують маси атомів і молекул. Спеціальна теорія відносності вивчала зв'язок простору і часу і рух тіл з швидкостями, близькими до швидкості світла.

Створена в 20-х роках 20-го століття квантова механіка дозволила дізнатися про будову атомів і атомних ядер. Багато ідей квантової механіки і теорії відносності здаються спочатку незвичайними і такими, що суперечать тому, з чим ви стикалися в повсякденному житті. За сучасними уявленнями корпускулярно-хвильовий дуалізм властивий всім формам матерії. Опис корпускулярних і хвильових властивостей в рамках однієї теорії виявився можливим завдяки тому, що закони руху всіх без виключення мікрочасток носять статистичний (імовірнісний) характер.

Фундаментом класичної і сучасної фізики є закони збереження. Загальність виконання законів збереження говорить про глибокі зв'язки між класичною і сучасною фізикою, про єдність природи, що оточує нас.

В наші дні фізика як учбова дисципліна як і раніше залишається базою для великої кількості загальноінженерних і спеціальних дисциплін. Її закони і методи дослідження широко застосовуються в курсах електротехніки, радіотехніки, теплотехніки, в різних технологічних курсах. Сподіваємося, що даний навчальний посібник допоміг вам оволодіти необхідним учбовим матеріалом, зрозуміти і полюбити захоплюючу і необхідну науку – фізику!

## ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

## 1.1 Основні фізичні стали

Величина	Позначення	Значення
Гравітаційна стала	$G, \gamma$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Прискорення вільного падіння	$g$	$9,81 \text{ м/с}^2$
Швидкість світла у вакуумі	$c$	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Молярна газова стала	$R$	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Стала Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Число Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Стандартний об'єм 1 моля газу	$V_m$	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Атомна одиниця маси	1 а.о.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою електрона	$m_e$	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $0,00055 \text{ а.о.м.}$
Маса спокою нейтрона	$m_n$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00867 \text{ а.о.м.}$
Маса спокою протона	$m_p$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00728 \text{ а.о.м.}$
Елементарний заряд	$e, q_e$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Питомий заряд електрона	$e/m_e$	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Електрична стала	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Стала Планка	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma$	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала зміщення Вина	$b$	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала Рідберга	$R$	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Боровський радіус	$a_0$	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі для електрона	$\lambda_C$	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-1}$
Магнетон Бора	$\mu_B$	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Електрон-вольт	1 eV	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Енергія іонізації атома водню	$E_i$	13,6 eV
Енергетичний еквівалент 1 а.о.м.		931,5 MeV
Маса Землі	$M_3$	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радіус Землі	$R_3$	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$

## 1.2 Деякі відомості про одиниці фізичних величин

### 1.2.1 Одиниці фізичних величин СІ, що мають власні найменування

Величина	Одиниця		
	найменування	позначення (українське)	позначення (міжнародне)
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Плоский кут	радіан	рад	rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	sr
Сила, вага	ньютон	Н	N
Робота, енергія	джоуль	Дж	J
Потужність	ват	Вт	W
Тиск	паскаль	Па	Pa
Напруга (механічне)	паскаль	Па	Pa
Модуль пружності	паскаль	Па	Pa
Частота коливань	герц	Гц	Hz
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Теплота (кількість теплоти)	джоуль	Дж	J
Кількість речовини	моль	моль	mol
Електричний заряд	кулон	Кл	C
Сила струму	ампер	А	A
Потенціал електричного поля	вольт	В	V
Напруга (електричне)	вольт	В	V
Електрична ємність	фарад	Ф	F
Електричний опір	ом	Ом	$\Omega$
Електрична провідність	сименс	См	S
Магнітна індукція	тесла	Тл	T
Магнітний потік	вебер	Вб	Wb
Індуктивність	генрі	Гн	H
Сила світла	кандела	кд	cd
Світловий потік	люмен	лм	lm
Освітленість	люкс	лк	lx
Потік випромінювання	ват	Вт	W
Доза випромінювання (поглинена доза)	грей	Гр	Gy
Активність препарату	беккерель	Бк	Bq

## 1.2.2 Множники і приставки для утворення десяткових, кратних і долинних одиниць і їх найменувань

Множник	Приставка		Приклад	
	найменування	позначення		
$10^{15}$	пета	П	петагерц	ПГц
$10^{12}$	тера	Т	тераджоуль	ТДж
$10^9$	гіга	Г	гіганьютон	ГН
$10^6$	мега	М	мегаом	МОм
$10^3$	кило	к	кілометр	км
$10^2$	гекто	г	гектоватт	гВт
$10^1$	дека	да	декалітр	дал
$10^{-1}$	деци	д	дециметр	дм
$10^{-2}$	санті	с	сантіметр	см
$10^{-3}$	мілі	м	міліампер	мА
$10^{-6}$	мікро	мк	мікровольт	мкВ
$10^{-9}$	нано	н	наносекунда	нс
$10^{-12}$	піко	п	пікофарад	пф
$10^{-15}$	фемто	ф	фемтометр	фм

Приставки гекто..., дека..., деци... і санті... допускається застосовувати тільки в найменуваннях кратних і долинних одиниць, що вже набули широкого поширення (гектар, декалітр, дециметр, сантиметр і ін.).

Приставки рекомендується вибирати так, щоб числові значення величин знаходилися в межах від 0,1 до 1000. Наприклад, для виразу числа  $7,5 \cdot 10^{-5}$  ·м слід вибрати приставку мікро, а не мілі або нано. З приставкою мікро отримаємо  $7,5 \cdot 10^{-5} = 75$  ·мкм, тобто число, що знаходиться в межах від 0,1 до 1000. З приставкою мілі отримаємо  $7,5 \cdot 10^{-5} = 0,075$  ·мм, тобто, число менше 0,1. З приставкою нано –  $7,5 \cdot 10^{-5} = 75000$  нм, тобто число, більше 1000.

Найменування і позначення десяткових кратних і долинних одиниць утворюються приєднанням приставок до найменувань початкових одиниць. Приєднання двох (і більш) приставок підряд не допускається. Наприклад, замість одиниці «мікромікрофарад» слід застосовувати одиницю «пікофарад».

Позначення приставки пишеться злито з позначенням одиниці, до якої вона приєднується. При складному найменуванні похідної одиниці СІ приставку приєднують до найменування першої одиниці, що входить в твір або чисельник дробу. Наприклад, кПас/м·, але не Пакс/м·. Як виняток з цього правила у випадках, коли це знайшло широке застосування, допускається приєднання приставки до найменування одиниці, що входить в знаменник дробу. Наприклад: кВ/см, А/мм<sup>2</sup>.

Окрім десяткових кратних і долинних одиниць допущені до використання кратні і долинні одиниці часу, плоского кута і відносних величин, що немає десятковими. Наприклад, одиниці часу (хвилина, година, доба); одиниці плоского кута (градус, хвилина, секунда).

1.2.3 Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями СІ  
(відповідно до стандарту 1052-78  
«Метрологія. Одиниці фізичних величин»)

Величина	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Маса	тонна	т	1000 кг
	грам	г	0,001 кг
Об'єм, місткість	літр	л	0,001 м <sup>3</sup>
Відносна величина	одиниця (число 1)	–	1
	відсоток	%	10 <sup>-2</sup>
Логарифмічна величина	бел	Б	–
	децибел	дБ	–
Температура	градус Цельсія	°С	1°С = 1К

1.2.4 Співвідношення між позасистемними одиницями і одиницями СІ

<i>Одиниці механічних величин</i>	
Довжина	1 ангстрем = 10 <sup>-10</sup> м
Время	1 година = 3600 с
	1 доба = 86400 с
	1 рік = 365,25 доби = 3,16·10 <sup>7</sup> с
Плоский кут	1° = π/180 рад = 1,75·10 <sup>-2</sup> рад
	1' = (π/108)·10 <sup>-2</sup> рад = 2,91·10 <sup>-4</sup> рад
	1'' = (π/648)·10 <sup>-3</sup> рад = 4,85·10 <sup>-6</sup> рад
Об'єм, місткість	1 л = 1 дм <sup>3</sup> = 10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup>
Маса	1 т = 10 <sup>3</sup> кг
	1 г = 10 <sup>-3</sup> кг
	1 а.о.м. = 1,66·10 <sup>-27</sup> кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Робота, енергія	1 еВ = 1,6·10 <sup>-19</sup> Дж
	1 кВт·г = 3,6·10 <sup>6</sup> Дж
Потужність	1 к.с. = 736 Вт
Тиск	1 кгс/см <sup>2</sup> = 1 атм (техн) = 9,81·10 <sup>4</sup> Па
	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Теплота	1 кал = 4,19 Дж
Магнітна індукція	1 Гс (гаус) = 10 <sup>-4</sup> Тл
Напруженість магнітного поля	1 Е (ерстед) = 79,6 А/м ≈ 80 А/м



## 2.1 Латинський і грецький алфавіти

Для позначення фізичних величин у фізиці використовують грецькі і латинські букви, тому знання грецького і латинського алфавіту полегшить розуміння фізичного тексту.

### 2.1.1 Алфавіт латинський

Сучасний латинський алфавіт, що є основою писемності німецьких, романських і багатьох інших мов, складається з 26 букв. Букви в різних мовах називаються по-різному. У таблиці приведені українські та «українські математичні» назви, які слідує «французькій» традиції.

Латинська буква		Назва букви	Латинська буква		Назва букви
	Курсив			Курсив	
A, a	<i>A, a</i>	а	N, n	<i>N, n</i>	ен
B, b	<i>B, b</i>	бе	O, o	<i>O, o</i>	о
C, c	<i>C, c</i>	це	P, p	<i>P, p</i>	пе
D, d	<i>D, d</i>	де	Q, q	<i>Q, q</i>	ку, кю
E, e	<i>E, e</i>	є	R, r	<i>R, r</i>	ер
F, f	<i>F, f</i>	еф	S, s	<i>S, s</i>	ес
G, g	<i>G, g</i>	же, ге	T, t	<i>T, t</i>	те
H, h	<i>H, h</i>	аш, ха	U, u	<i>U, u</i>	у
I, i	<i>I, i</i>	і	V, v	<i>V, v, v</i>	ве
J, j	<i>J, j</i>	йот, жи	W, w	<i>W, w, w</i>	дубль-ве
K, k	<i>K, k</i>	ка	X, x	<i>X, x</i>	ікс
L, l	<i>L, l</i>	ел	Y, y	<i>Y, y</i>	ігрек
M, m	<i>M, m</i>	ем	Z, z	<i>Z, z</i>	зет, зета

### Трохи історії

Перші приставки були введені в 1773–1795 роках при узаконенні у Франції метричної системи мерів. Було прийнято брати для кратних одиниць найменування приставок з грецької мови, для долинних – з латинського. В ті роки були прийняті наступні приставки: *кіло...* (від грец. *chilioi* – тисяча), *гекто...* (від грец. *hekaton* – сто), *дека...* (від грец. *deka* – десять), *деци...* (від латин. *decem* – десять), *санті...* (від латин. *centum* – сто), *мілі...* (від латин. *mille* – тисяча).

У подальші роки число кратних і долинних одиниць збільшилося. Найменування приставок запозичувалися іноді і з інших мов.

З'явилися наступні приставки: *мега...* (від грец. *meGas* – великий), *гіга...* (від грец. *gigas, gigantos* – велетенський), *тера...* (від грец. *teras, teratos* – величезний, чудовисько), *мікро...* (від грец. *mikros* – малий, маленький), *нано...* (від грец. *nanos* – карлик), *пико...* (від итал. *piccolo* – невеликий, дрібний), *фемто...* (від датск. *femten* – п'ятнадцять), *атто...* (від датск. *atten* – вісімнадцять). Останні приставки – *пета...* і *екса...* – були прийняті в 1975 році: *пета...* (від грец. *peta* – п'ять, що відповідає п'яти розрядам по  $10^5$ ), *екса.* (від грец. *hex* – шість, що відповідає шести розрядам по  $10^6$ ).

## 2.1.2 Алфавіт грецький

Грецька буква	Назва англійською	Назва українською
Α α	alpha	альфа
Β β	beta	бета
Γ γ	gamma	гамма
Δ δ	delta	дельта
Ε ε	epsilon	епсілон
Ζ ζ	zeta	дзета
Η η	eta	ета
Θ θ	theta	тета
Ι ι	iota	йота
Κ κ	kappa	каппа
Λ λ	lambda	ламбда
Μ μ	mu	мю
Ν ν	nu	ню
Ξ ξ	xi	ксі
Ο ο	omicron	омікрон
Π π	pi	пі
Ρ ρ	rho	ро
Σ σ	sigma	сігма
Τ τ	tau	тау
Υ υ	upsilon	іпсілон
Φ φ ϕ	phi	фі
Χ χ	chi	хі
Ψ ψ	psi	псі
Ω ω	omega	омега

## ЛІТЕРАТУРА, ЩО РЕКОМЕНДУЄТЬСЯ

### *Основна література*

1. Воловик П.М. Фізика. (Підручник для університетів). – К.; Ірпінь: Перун, 2005. – 864 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 2006. – 532 с.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 2. Електрика і магнетизм. – К.: Техніка, 2006. – 452 с.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 3. Оптика. Квантова фізика. – К.: Техніка, 2006. – 518 с.
5. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. К.: Техніка, 2004. – 560 с.
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1985. – 384 с.
7. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.
8. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001. – 542 с.
9. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1981. – 496 с.

### *Додаткова література*

10. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 447 с.
11. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1988. – 432 с.
12. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
13. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
14. Савельев И.В. Курс физики: Учебное пособие. В 3-х тт. – 2-е изд. – СПб: Изд-во «Лань», 2006.
15. Тригг Дж. Решающие эксперименты в современной физике. – Изд-во «Мир», 1974. – 159 с.
16. Чертов А.Г. Физические величины (терминология, определения, обозначения, размерности, единицы): Справочник. – М.: Аквариум, 1997. – 335 с.: ил.

*Навчальне видання*

**Волков Олександр Федорович  
Лумпієва Таїсія Петрівна**

**КУРС ФІЗИКИ**

У двох томах

**Том 2**

*(українською мовою)*

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції: серія ДК №2982 від 21.09.2007.

ISBN 978-966-377-072-7 (загальний)

ISBN 978-966-377-074-1 (том 2)

Підп. до друку 10.06.2009. Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Друк різнографія.

Ум. друк. арк. 13. Обл.-вид. арк.

Тираж 200 прим.

Надруковано ТОВ фірма «Друк-Інфо»  
83001, м. Донецьк, вул. Артема, 58, к. 1.113  
тел. (062) 335-64-55