МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ С УЧЁТОМ ЕЁ ТЕРМОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Л.П. Вовк, *доктор технических наук*, **Е.С. Кисель,** *ассистент*

Автомобильно-дорожный институт ГВУЗ
„Донецкий национальный технический университет" г. Горловка

Элементы конструкций современной техники при их изготовлении и эксплуатации часто испытывают высокотемпературное влияние окружающей среды при одновременном действии на них силовой нагрузки. Правильное прогнозирование последствий такого нагружения элементов конструкций с точки зрения обеспечения их прочности и надежности является ключевой проблемой в различных отраслях промышленности, в частности, машиностроении.

Существующие модели не всегда точно и полно описывают реальные процессы распространения тепла и вызванное соответствующим распределением температуры напряженно-деформированное состояние, и во многих случаях не удовлетворяют современным требованиям практики. Поэтому очевидна необходимость разработки методов определения и исследования напряженно-деформированного состояния тел, моделирующих элементы конструкций, при их нагреве.

Одним из факторов влияния на напряженно-деформированное состояние, вызванное приложенными нагрузками в условиях температурного поля, является учет в математических моделях геометрических характеристик исследуемого объекта.

Основанием для проведенных в данной работе исследований являются модели и методы классической термоупругости, предусматривающие независимость тепловых и механических характеристик материала от температуры. Сформулированная в работе задача термоупругости является связанной, и построение ее решения сводится к определению напряженно-деформированного состояния тела с учётом температурного поля тела и приложенными к нему силовыми нагрузками.

Решение исходной задачи строится при помощи модификации метода суперпозиции. Исходные граничные условия и условия сопряжения заменяются более простыми (так называемыми перекрестными) условиями, которые позволяют аналитически построить общее решение вспомогательной задачи. Возврат к исходным граничным условиям приводит к системе интегральных уравнений относительно неизвестных функций, определяющих вспомогательные условия. Для решения полученной системы применяется метод Бубнова-Галеркина [1, с. 56], в котором координатные функции подбираются с учетом особенностей волнового поля в окрестности точек границ и угловых точек области. Это позволяет оптимизировать процесс решения и свести систему интегральных уравнений к бесконечной системе алгебраических уравнений с известной асимптотикой неизвестных.

С помощью предложенного алгоритма был проведен анализ влияния температурного фактора на локальную концентрацию напряжений и распространение гармонической волны в термоупругом слое. Асимптотический анализ неизвестных подтвердил слабую связанность температурного поля с полем деформации в окрестности точек границ и угловых точек исследуемой области. Более подробно алгоритм решения данной задачи рассматривается в [2, с. 13], [3, с. 4], [4, с. 465].

Объектом исследования является тонкая поперечно-неоднородная пластинка, которая в системе $\alpha_1 O \alpha_2$ занимает область $D = G^{(1)} \cup G^{(2)}$ (рис.1). Области $G^{(m)} \left(m = 1{,}2\right)$ сварены (спаяны) друг с другом . Они являются изотропными, имеют различные упругие и температурные (для термоупругой модели) константы.

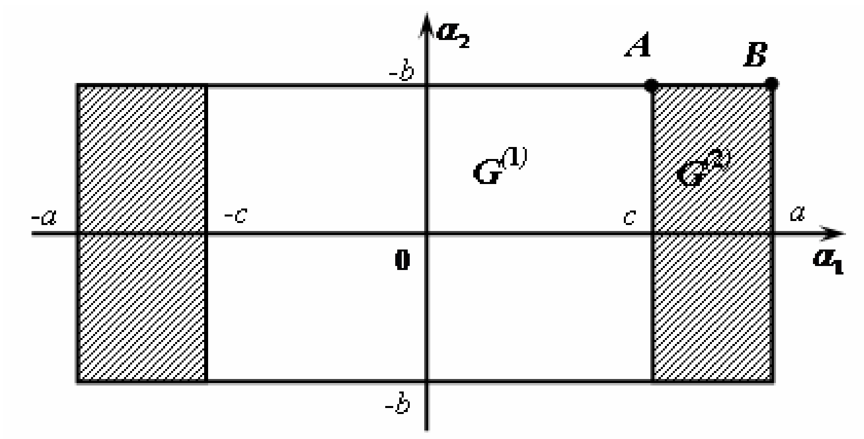

Рис. 1. Геометрия модели

В зависимости от ширины наплавки, размеры сечения определяются неравенствами:

1. $G^{(1)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : |\alpha_1| \le 1; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

   $G^{(2)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : \alpha_1 \in [-1{,}04; -1] \cup [1; 1{,}04]; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

2. $G^{(1)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : |\alpha_1| \le 0{,}9; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

   $G^{(2)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : \alpha_1 \in [-1{,}04; -0{,}9] \cup [0{,}9; 1{,}04]; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

3. $G^{(1)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : |\alpha_1| \le 0{,}69; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

   $G^{(2)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : \alpha_1 \in [-1{,}04; -0{,}69] \cup [0{,}69; 1{,}04]; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

4. $G^{(1)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : |\alpha_1| \le 0{,}14; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$

   $G^{(2)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : \alpha_1 \in [-1{,}04; -0{,}14] \cup [0{,}14; 1{,}04]; |\alpha_2| \le 0{,}35\}$.

где α_1, α_2 – декартовы координати. Численное исследование зависимости явления краевого резонанса от геометрии модели проводится для внешних размеров сечения $L = 3$ (параметр $\eta = L^{-1}$). Расчёт поводится с использованием комплекса МКЭ ANSYS.

Материал области $G^{(1)}$ – сталь, имеющая свойства: модуль упругости – 1,9e11 N/м^2; коэффициент Пуассона – 0,29; модуль сдвига – 7,5e10 N/м^2; коэффициент теплового расширения – 1,8e-5; плотность – 8000 кг/м^3; теплопроводность – 16 W/м·K; удельная теплоёмкость – 500 J/кг·K.

Область $G^{(2)}$ – свинец: модуль упругости – 1,4e10 N/м^2; коэффициент Пуассона – 0,4; модуль сдвига – 4,9e10 N/м^2; коэффициент теплового расширения

– 5,3e-5; плотность – 11000 кг/м^3; теплопроводность – 35 W/м·K; удельная теплоёмкость – 130 J/кг·K.

В качестве температурной нагрузки выбирается плотность теплового потока, равная 348 W/м^2, а также давление на боковые стороны прямоугольника 100 N. Диапазон значений исследуемых 8-и возможных частот указываем от 0 до 2000 Гц. Объект моделируется треугольными твердотельными элементами PLANE2.

Данная модель рассматривается, как линейная (всеми нелинейными характеристиками пренебрегаем). Для определения характеристик вибраций (собственных частот и форм колебаний) упругого прямоугольника применяем расчёт для модели, не имеющей начальных напряжений (линейная задача по отысканиюсобственных форм и частот). В случае термоупругого – расчёт с начальными напряжениями.

Порядок выполнения термоупругого расчёта следующий:

1. Создание модели и проведение статического расчёта с созданием начальных температурных напряжений для дальнейшого расчёта (команда PSTRES, ON – расчёт собственных частот и форм колебаний предварительно нагруженной модели).
2. Повторный вход в модуль SOLUTION, проведение модального расчёта и получение форм и частот с учётом начальных напряжений.
3. Получение размерных частот. Расширение форм и просмотр их в постпроцессоре.

Графическая зависимость значений частот (безразмерных) от толщины наплавки (область $G^{(2)}$) для термоупругой и упругой модели представлены на рис. 2-3.

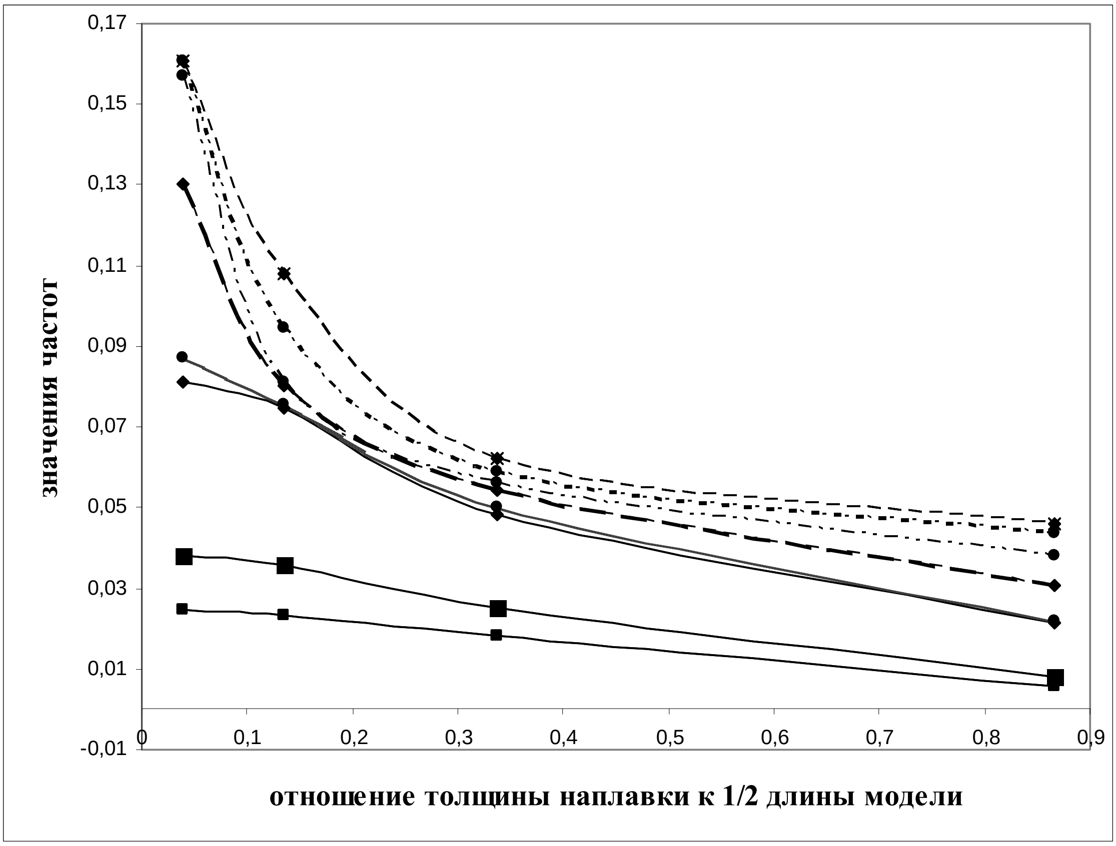

Рис. 2. Зависимость собственных частот от геометрии термоупругой модели

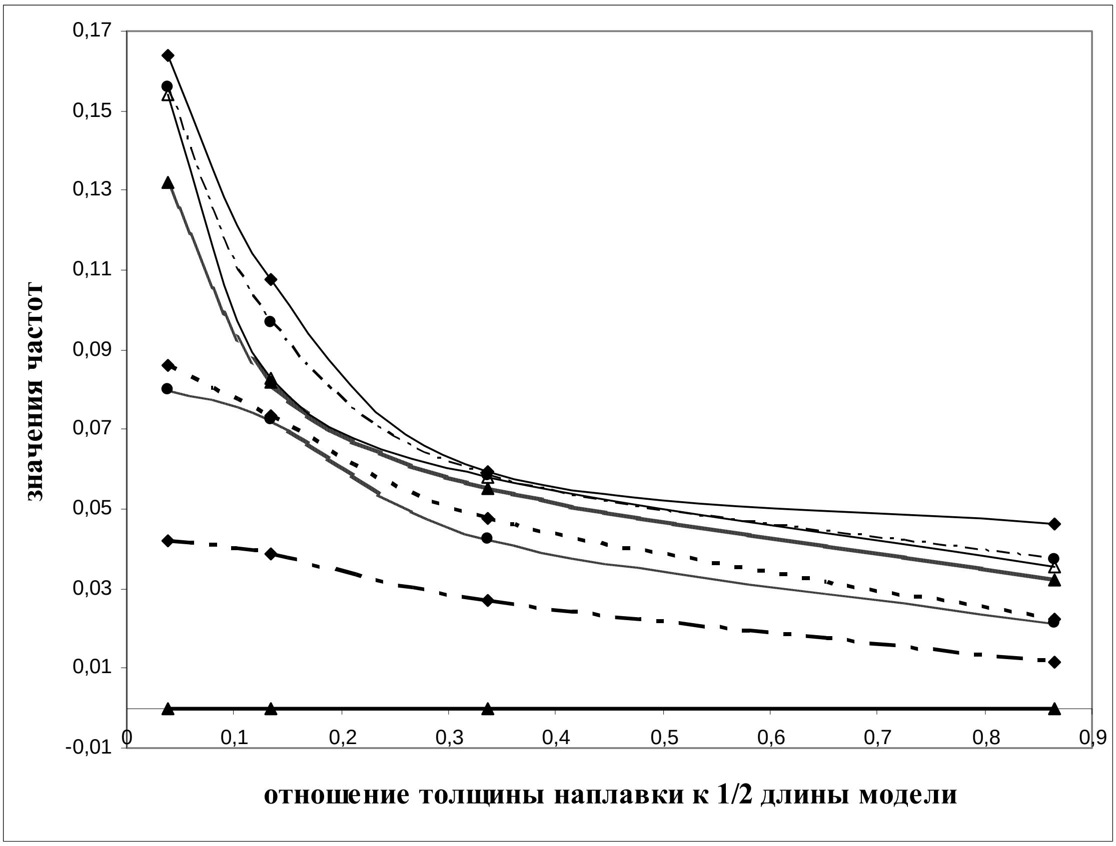

Рис. 3. Зависимость собственных частот от геометрии упругой модели

Полученные результаты свидетельствуют о том, что с увеличением размеров внешних областей уменьшается разница между частотами, т.е. практически отсутствуют признаки граничного резонанса. При небольших (средних) размерах внешних областей разница в значениях частот значительна, причём как для упругой, так и для термоупругой моделей.

Таким образом, анализ влияния размеров наплавок (область $G^{(2)}$) на интенсивность тонких динамических єффектов в условиях динамических и температурных нагрузок на элементы конструкций, позволяет оптимизировать их геометрические параметры сечения с целью улучшения прочностных характеристик неоднородных деталей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоконь А.В. Об одном методе решения задач теории упругости для тел конечных размеров // Докл. АН СССР. – 1977. – Т. 233. – №1. – С. 56-59.
2. Вовк Л.П., Кисіль К.С. Якісний аналіз особливостей концентрації термічних напружень у деталях з нерегулярною границею // Вісті автомобільно-дорожнього інституту: Науково-виробничий збірник / АДІ ДонНТУ, Горлівка. – 2009. – №1 (8). – С.13-24.
3. Вовк Л.П., Кисель Е.С. Асимптотический метод исследования краевых задач теории термоупругости в областях с негладкой границей. – Материалы X-й Международной научно-практической конференции «Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике». – 26 февраля 2010г. – Новочеркаськ: ЮРГТУ(НПИ). – 2010. – С.4-6.
4. Соболь Б.В., Вовк Л.П., Кисель Е.С. Обобщение метода суперпозиции решения краевых задач теории термоупругости для тел с нерегулярной границей // «Инновация, экология и ресурсосберегающие технологии на предприятиях машиностроения, авиастроения, транспорта и сельского хозяйства» Труды IX Международной научно-технической конференции. – Ростов н/Д: ИЦ ДГТУ, 2010 – С. 465-469.