УДК 669.1
Д.М. Аріненков, студент;
Д.В Неснов, канд. техн. наук, доцент
Донецький національний технічний університет
м. Донецьк, Україна
e-mail: ng_donntu@mail.ru

РОЗГОРТКА ТОРОВОЇ ПОВЕРХНІ

Тор – нерозгортувана поверхня. Проблема його одягання полягає в апроксимації торової поверхні відсіками розгортуваної поверхні, у побудові розгорток цих відсіків та у визначенні порядку їх фіксації на торі.

Параметричні рівняння тора

$$x=(R+v\cos u)\cos t,\quad y=(R+v\cos u)\sin t,\quad z=v\sin u. \qquad (1)$$

Поділимо теоретичну поверхню одягу площинами, що проходять через вісь тора , на $4n$ конгруентних відсіків (рис. 1).

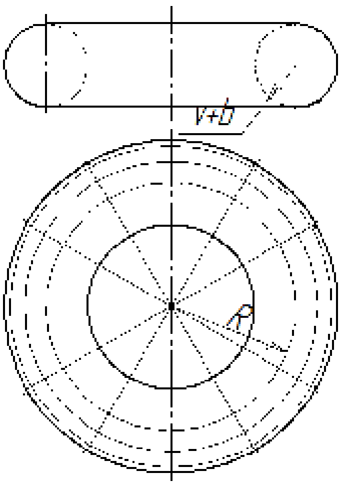

Рисунок 1- Торова поверхня

Два суміжних відсіка апроксимуємо циліндром так, щоб лінія їхнього стику перейшла у нормальний переріз, а відрізки твірних між нормальним перерізом та крайовими контурами будемо уявляти рівними спрямленим дугам відповідних паралелей тора . Приймемо, що за вказаних припущень кінці твірних не належатимуть одній площині. Відхилення крайових контурів від площинності буде тим більшим, чим менше n. Складчатість одягу також зростає у напрямках від нормального перерізу до крайових контурів обернення пропорційно n.

Для отримання рівнянь крайових контурів

апроксимуючих циліндрів скористаємось формулою [1], диференціала дуги лінії, що належить поверхні

$$ds^2 = Edu + 2Fdudt + Gdt^2, \qquad (2)$$

де $E = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 = (v+b)^2$,

$$F = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial t} = 0,$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 = [R + (v+b)\cos\ u]^2$$

коефіцієнти першої квадратичної форми поверхні .

Довжину координатної лінії u=const обчислюємо [2], скориставшись формулою (2) при $du=0$

$$S_1 = \int_0^t [R + (v+b)\cos u]dt = [R + (v+b)\cos u]\,t\,. \qquad (3)$$

Довжина координатної лінії t=const обчислюється за формулою (2) при $dt=0$:

$$S_1 = \int_0^u (v+b)\,du = (v+b)\,u\,. \qquad (4)$$

За попередньою домовленістю, лінія стику відсіків, як контур нормального перерізу апроксимуючого циліндра, розгортається в пряму, яку ми приймемо за вісь OY. Твірні циліндра на розгортці будуть перпендикулярні осі OY, а довжина їхніх відрізків між нормальними та крайовими контурами дорівнює $[R + (v+b)\cos u]\frac{R}{2n}$. Таким чином, параметричні рівняння крайових контурів з врахуванням (2) та (3)

$$X = \pm[R + (v+b)\cos\ u]\frac{p}{2n}, \quad Y = (v+b)\ u, \quad -p \le u \le p\ \ . \qquad (5)$$

Наступні два відсіка поверхні (1), як і попередні два, апроксимуємо таким же циліндром, але його розгортку координуємо по іншому. Перемістимо початок координат

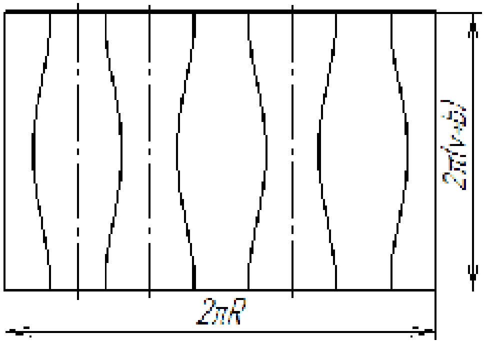

Рисунок 2 – Розгортки півциліндрів

уздовж лінії t=const з точки $u=0$, де він був у попередньому випадку, у точку $u=p$, тобто, призначимо початок координат розгортки у точці, що належить паралелі максимального радіуса теоретичної поверхні одягу.

Параметричні рівняння крайових контурів апроксимуючого циліндра на розгортці набувають вигляду:

$$X = \pm\left[R + (v+b)\cos(p+u)\right]\frac{p}{2n}, \quad Y = (v+b)(p+u), \quad -p \le u \le p \quad .(6)$$

Знайдемо суму відрізків, що дорівнюють абсцисам кривих (5) та (6):

$$\left[R + (v+b)\cos u\right]\frac{p}{2n} + \left[R + (v+b)\cos(p+u)\right]\frac{p}{2n} = \frac{p\,R}{n}.$$

Знайдена сума стала, вона не залежить від u. Це означає, що отримаємо повне збігання бічних контурів $X>0$ та $X_1<0$.

З врахуванням наведених міркувань та аналітичних розрахунків технологія безвідхідного розкрою та одягання тора полягає у наступному:

- викроїти з матеріалу одягу смугу довжиною $2p\,R$, шириною $2p\,(v+b)$, де b – товщина матеріалу;
- нанести на смугу почергово розгортки циліндрів, починаючи та завершаючи розгортками півциліндрів (рис. 2).
-

Бібліографічний список використаної літератури

1. http://evgars.com/tis.htm
2. Неснов Д.В. Теорія поля в нормальних тороїдальних координатах // Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Київ: КНУБА. - 2002. - Вип.71. – С. 213-216.