

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗЫ ПОЛЕТА ПРЫЖКА ШЕСТИНОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА

Рафиков Г.Ш., Саенко О.С.

Донецкий национальный технический университет,
факультет компьютерных информационных технологий и автоматике

E-mail: saenkoos@rambler.ru

Abstract

Rafikov G.S, Saenko O.S. Modelling of the flight phase for the six-leg walking machine. The mathematical model of the six-leg walking machine is developed. Also algorithms of programmed movement of mass center and hinge angles in a phase of a flight are researched.

Постановка проблемы и ее актуальность. Научные и технические проблемы, возникающие в связи с созданием роботов, интенсивно разрабатываются многими научно-исследовательскими коллективами. Одним из важных классов роботов являются шагающие роботы, предназначенные для перемещения по труднопроходимой местности. Шагающие роботы имеют ряд преимуществ по сравнению с колесными или гусеничными машинами: обладают намного большей проходимостью, обеспечивают экономию суммарных затрат энергии на реализацию движения и т.д. Важным с точки зрения увеличения проходимости является применение специальных и особопроходимых походок, в числе которых отдельно следует выделить движение прыжками.

Указанные преимущества шагающего аппарата определяет его высокую сложность. Большое число управляемых степеней свободы аппарата требует сложной компоновки, разработки высокоэффективных приводов, специальной организации стоп, рассеивающих энергию удара и т.д. Очень трудной является задача создания такой системы управления аппаратом, которая была бы в состоянии реализовать его принципиальные возможности.

Поэтому создание алгоритмов управления аппаратом при специальных и особопроходимых походках является актуальной проблемой.

Анализ известных решений. Полезными для решения поставленной задачи являются результаты многочисленных биохимических исследований. Вопросам организации и построения движений человека и животных посвящено большое количество публикаций, в числе которых работы Вайнштейна Г.Г, Гурфинкеля В.С., Фомина С.В. и др. [1] Для рассматриваемой задачи большое значение имеют фундаментальные работы Н.А. Бернштейна, содержащие много ценных наблюдений и выводов, на основе которых можно формулировать принципы построения шагающего робота и его системы управления. Интенсивная работа по математическому моделированию на ЦВМ движения шестиногого шагающего аппарата была проведена институтом прикладной математики имени М.В. Келдыша (В.В. Лапшин [2,3]), а также Д.Е. Охоцимским, Ю.Ф. Голубевым [4].

Постановка задачи исследования. Исследовать алгоритм управления шагающим аппаратом для фазы полета с использованием особо проходимой походки типа «прыжки».

Цель исследований. Построение модели шагающего аппарата для особо проходимой походки типа «прыжки» и получение программного движения центра масс и переноса ног в фазе полета.

Основной материал исследований. Рассматривается аппарат, состоящий из массивного корпуса и 6 двухзвенных ног [2]. Движение аппарата происходит в абсолютной системе координат $O_1\xi\eta\zeta$, система координат $Oxyz$ жестко связана с корпусом аппарата, ее

оси направлены вдоль главных осей инерции корпуса. Положение корпуса аппарата определяется координатами центра масс корпуса ξ, η, ζ и углами ψ, θ, γ (рис. 1), где ψ – угол между осью $O_1\eta$ и проекцией оси Oy на плоскость $O_1\xi\eta$ (угол рысканья), θ – угол между осью Oy и ее проекцией на плоскость $O_1\xi\eta$ (угол тангажа), γ – угол поворота вокруг оси Oy (угол крена).

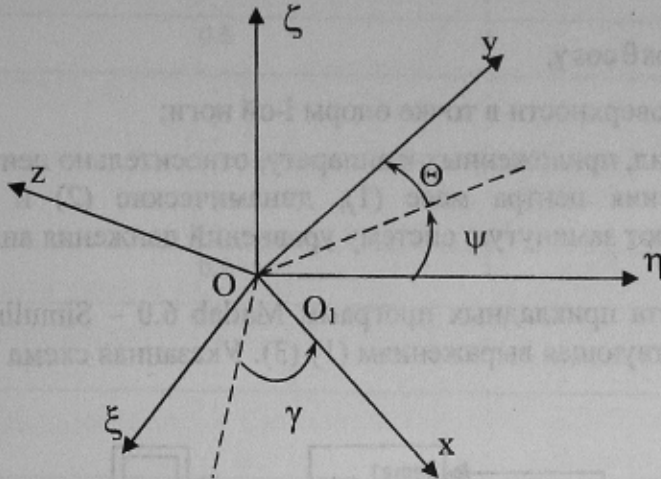


Рисунок 1 - Связь между абсолютной системой координат и системой координат, связанной с аппаратом

Каждая нога имеет две степени свободы в точке подвеса бедра к корпусу и одну степень свободы в колене. Угол между осью Ox и проекцией ноги на плоскость Oxy обозначим α_1 , угол между отрицательным направлением оси Oz и бедром – α_2 , угол между бедром и голенью – α_3 (рис. 2).

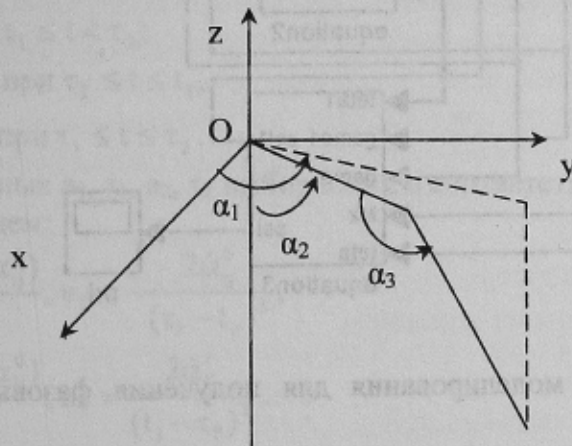


Рисунок 2 – Кинематика ноги шагающего аппарата

Обозначим через M, A, B, C – массу и основные моменты инерции корпуса; m_{ji}, J_{ji} – массу и тензор инерции j -го звена i -ой ноги ($j=1$ для голени, $j=2$ для бедра); \bar{r}_n – радиус-вектор точки подвеса i -ой ноги в системе $Oxyz$; l_j – длина j -го звена i -ой ноги.

Рассмотрим аппарат с невесомыми ногами, тогда уравнения его движения совпадают с уравнениями движения свободного твердого тела под действием силы тяжести и суммарной силы реакции опоры (все ноги являются опорными)[2]:

$$M\ddot{\bar{r}} = \sum_{i=1}^n N_i - M\bar{g}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C - B)\omega_y\omega_z = M_x; \\ B\dot{\omega}_y + (A - C)\omega_x\omega_z = M_y; \\ C\dot{\omega}_z + (B - A)\omega_x\omega_y = M_z, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\theta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma; \\ \omega_y = \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \theta; \\ \omega_z = \dot{\theta} \sin \gamma + \dot{\psi} \cos \theta \cos \gamma, \end{cases} \quad (3)$$

где \bar{N}_i - реакция поверхности в точке опоры i -ой ноги;

\bar{M} - момент сил, приложенных к аппарату, относительно центра масс корпуса.

Уравнения движения центра масс (1), динамические (2) и кинематические (3) уравнения Эйлера образуют замкнутую систему уравнений движения аппарата с невесомыми ногами.

При помощи пакета прикладных программ Matlab 6.0 – Simulink 4 получена схема моделирования, соответствующая выражениям (1)-(3). Указанная схема представлена на рис. 3.

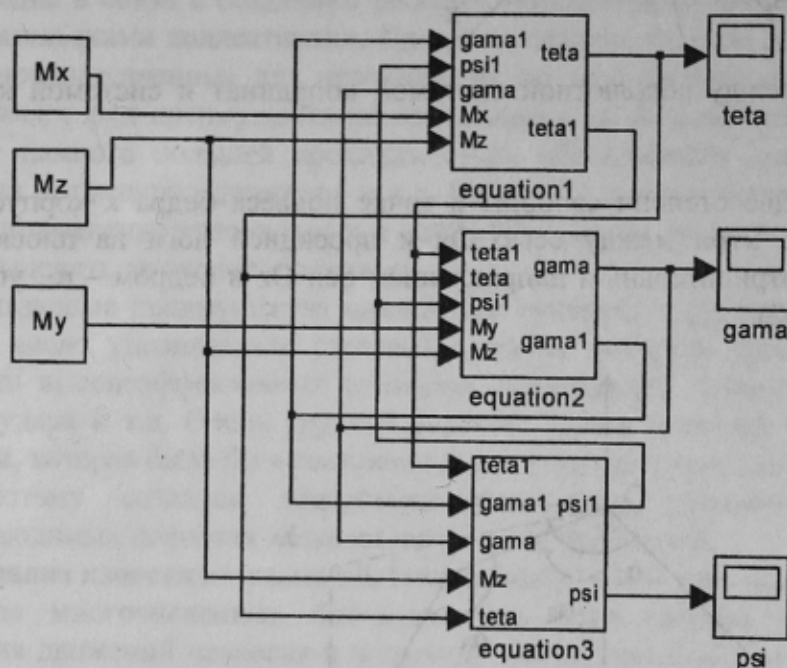


Рисунок 3 – Схема моделирования для получения фазовых координат корпуса аппарата

В результате моделирования получены изменения фазовых координат центра масс при движении вдоль оси Oy (рис. 4).

В фазе полета перенос ног следует осуществлять таким образом, чтобы выполнялись следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_i(t_0) &= \bar{\alpha}_i^0, & \dot{\bar{\alpha}}_i(t_0) &= \dot{\bar{\alpha}}_i^0, \\ \bar{\alpha}_i(t_1) &= \bar{\alpha}_i^1, & \dot{\bar{\alpha}}_i(t_1) &= \dot{\bar{\alpha}}_i^1 \end{aligned} \quad (4)$$

и не нарушались ограничения

$$\alpha_{ij}^m \leq \alpha_{ij} \leq \alpha_{ij}^M. \quad (5)$$

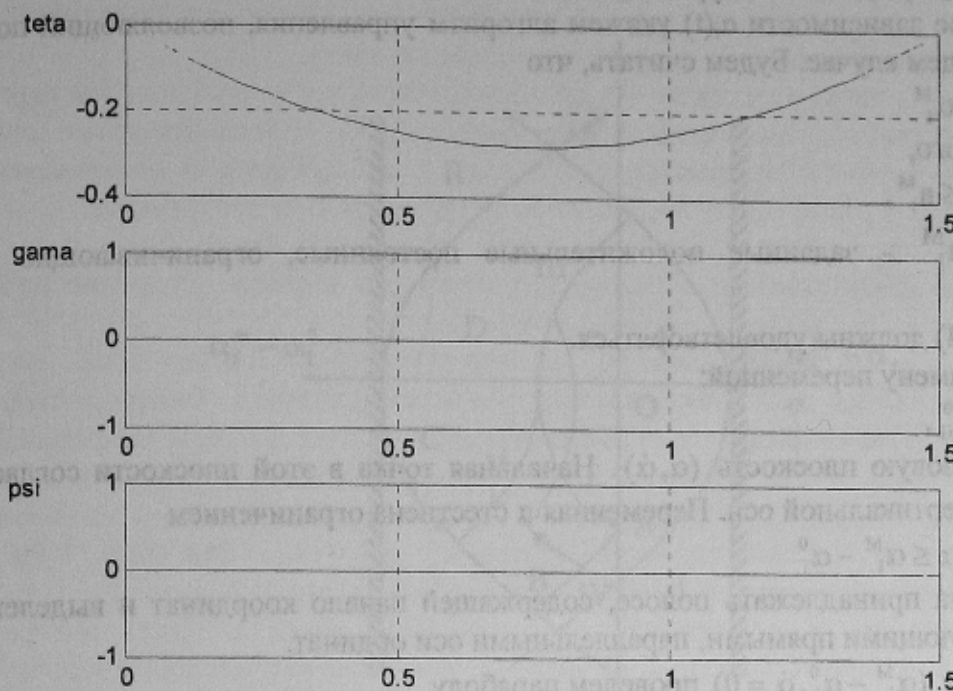


Рисунок 4 – Программные изменения фазовых координат центра масс аппарата

Движения ног, удовлетворяющие (4) и (5), могут быть выбраны неоднозначно.

Укажем, например, следующий способ задания закона переноса ног

В соответствии со сказанным назначим:

$$\ddot{\alpha}_{ij} = \begin{cases} a_1(\tau - t) & \text{при } t_0 \leq t < \tau_1; \\ 0 & \text{при } \tau_1 \leq t < \tau_2; \\ a_2(t - \tau_2) & \text{при } \tau_2 \leq t \leq t_1, \end{cases} \quad (6)$$

$$\dot{\alpha}_{ij} = 0, \alpha_{ij} = \alpha_{ij}^\Gamma \text{ при } \tau_1 \leq t \leq \tau_2.$$

Четыре постоянные a_1, τ_1, a_2, τ_2 выбираются в соответствии с краевыми условиями (4) после вычислений найдем:

$$\tau_1 = t_0 + \frac{3(\alpha_{ij}^\Gamma - \alpha_{ij}^0)}{\dot{\alpha}_{ij}^0}, a_1 = -\frac{2\dot{\alpha}_{ij}^0}{(\tau_1 - t_0)^2}, \quad (7)$$

$$\tau_2 = t_1 + \frac{3(\alpha_{ij}^\Gamma - \alpha_{ij}^1)}{\dot{\alpha}_{ij}^1}, a_2 = \frac{2\dot{\alpha}_{ij}^1}{(t_1 - \tau_2)^2}.$$

Формулы (6) имеют смысл, когда $t_0 \leq \tau_1 \leq \tau_2 \leq t_1$, в связи с чем должны выполняться неравенства:

$$\frac{\alpha_{ij}^\Gamma - \alpha_{ij}^0}{\dot{\alpha}_{ij}^0} > 0, \frac{\alpha_{ij}^\Gamma - \alpha_{ij}^1}{\dot{\alpha}_{ij}^1} < 0, \quad (8)$$

которые означают, что знак начальной угловой скорости в соответствующем шарнире должен быть противоположен знаку отклонения начального угла от ограничения, а знак конечной угловой скорости должен совпадать со знаком отклонения конечного угла от ограничения. Выполнение условий (8) обеспечивается тем, что на участке подготовки к прыжку вертикальная скорость центра масс увеличивается. При малых угловых скоростях корпуса рост вертикальной координаты сопровождается выпрямлением всех конечностей. При окончании прыжка происходит сгибание всех конечностей из-за наличия отрицательной

компоненты скорости центра масс. В случае больших угловых скоростей корпуса закон (6) изменения α_{i2} и α_{i3} нуждается в корректировке.

На примере зависимости $\alpha_i(t)$ укажем алгоритм управления, позволяющий построить перенос ног в общем случае. Будем считать, что

$$\alpha_i^m \leq \alpha_i \leq \alpha_i^M \tag{9}$$

и, кроме того,

$$-a_i^m \leq \ddot{\alpha}_i \leq a_i^M, \tag{10}$$

где a_i^m, a_i^M - заданные положительные постоянные, ограничивающие угловое ускорение.

Условия (4) должны удовлетворяться.

Сделаем замену переменной:

$$\alpha = \alpha_{i1} - \alpha_{i1}^0, \tag{11}$$

и рассмотрим фазовую плоскость $(\alpha, \dot{\alpha})$. Начальная точка в этой плоскости согласно (11) расположена на вертикальной оси. Переменная α стеснена ограничением

$$\alpha_i^m - \alpha_i^0 \leq \alpha \leq \alpha_i^M - \alpha_i^0 \tag{12}$$

и поэтому обязана принадлежать полосе, содержащей начало координат и выделенной на рис. 5 соответствующими прямыми, параллельными оси ординат.

Через точку $(\alpha_i^M - \alpha_i^0, \dot{\alpha} = 0)$ проведем параболу

$$\alpha = \alpha_i^M - \alpha_i^0 - \frac{\dot{\alpha}^2}{2a_i^m}, \tag{13}$$

отмеченную на рис. 5 цифрой I, а через точку $(\alpha_i^m - \alpha_i^0, \dot{\alpha} = 0)$ - параболу

$$\alpha = \alpha_i^m - \alpha_i^0 - \frac{\dot{\alpha}^2}{2a_i^M}, \tag{14}$$

отмеченную цифрой II. Краевые условия должны принадлежать области, ограниченной этими параболами, иначе невозможно выполнение неравенств (9), (10).

Примем для определенности, что начальная точка α лежит на отрицательной полуоси ординат. Когда начальная точка расположена на положительной полуоси, рассуждения проводятся аналогично с учетом симметрии относительно начала координат.

Итак, пусть точка A имеет координаты

$$\alpha = 0, \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_i^0 \leq 0. \tag{15}$$

Проведем из точки A две параболы III и IV. Парабола III соответствует максимальному ускорению и имеет уравнение

$$\alpha = \frac{\dot{\alpha}^2 - (\dot{\alpha}_i^0)^2}{2a_i^M}. \tag{16}$$

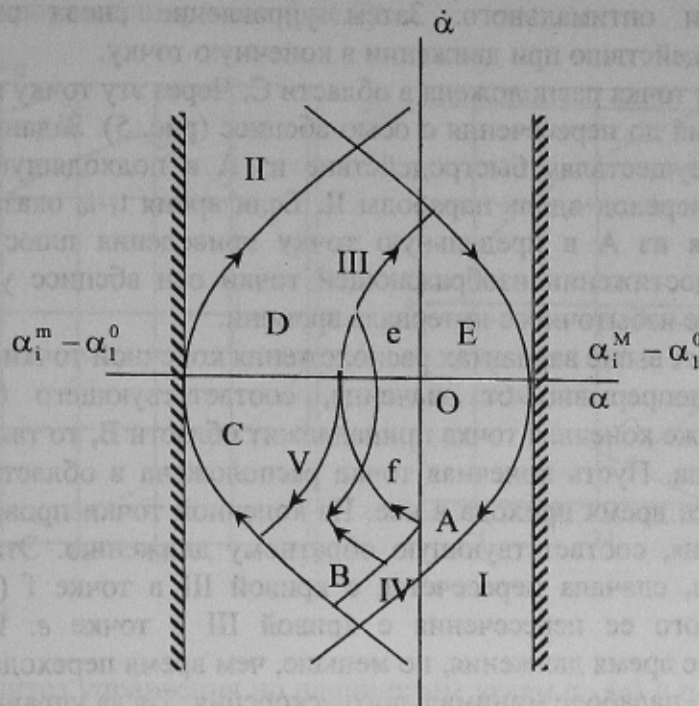


Рисунок 5 – Синтез управления по шарнирному углу α_i

Парабола IV получается при минимально допустимом ускорении:

$$\alpha = \frac{(\dot{\alpha}_i^0)^2 - \dot{\alpha}^2}{2a_i^m} \tag{17}$$

Через точку пересечения параболы III с осью абсцисс проведем параболу V, соответствующую ускорению $-a_i^m$:

$$\alpha = -\frac{(\dot{\alpha}_i^0)^2 - \dot{\alpha}^2}{2a_i^M} - \frac{\dot{\alpha}^2}{2a_i^m}$$

На рис. 5 буквой B обозначим область, ограниченную параболками II, III, IV, V; буквой C – область, ограниченную параболками II, V и осью абсцисс; буквой D – область, ограниченную осью абсцисс и параболками I, II, III; буквой E – область, ограниченную параболками I, II, IV.

Определим управление, оптимальное по быстродействию из точки A в любую точку допустимой области [4]. Пусть конечная точка принадлежит объединению областей $B \cup C \cup D$. Проведем через нее параболу максимального ускорения до пересечения с параболой IV. Наименьшее время достижения конечных условий будет получено, если изображающую точку заставить двигаться от точки A по параболке IV до точки пересечения, а затем переключить ускорение на максимальное. Если конечная точка принадлежит области E, то через конечную точку проведем параболу минимального ускорения до пересечения с параболой III в верхней полуплоскости. Наименьшее время достижения конечных условий получается, если фазовая точка движется от точки A до указанной точки пересечения, а затем по параболке минимального ускорения.

Таким образом, если заданное время t_1-t_0 меньше минимального времени перехода между крайними точками, то решение задачи отсутствует. Если же заданное время равно минимальному, то закон управления уже построен.

Рассмотрим случай, когда время t_1-t_0 больше минимального. Пусть конечная точка принадлежит областям D и E. Тогда примем, что управление соответствует оптимальному по

быстродействию при переходе изображающей точки от А до первого пересечения оси абсцисс. После достижения оси абсцисс управление выключается ($\ddot{\alpha} = 0$) ровно на разность заданного времени и оптимального. Затем управление снова соответствует закону управления по быстродействию при движении в конечную точку.

Пусть конечная точка расположена в области С. Через эту точку проведем параболу II наименьшего ускорения до пересечения с осью абсцисс (рис. 5). Заданное время попадания можно обеспечить, осуществляя быстродействие из А в подходящую по времени точку параболы II, а затем переход вдоль параболы II. Если время $t_1 - t_0$ оказывается больше, чем время быстродействия из А в предельную точку приведения плюс время перехода по параболе II, то при достижении изображающей точки оси абсцисс ускорение полагается равным нулю в течение избыточного интервала времени.

В рассмотренных выше вариантах расположения конечной точки интервал времени $t_1 - t_0$ мог изменяться непрерывно от значения, соответствующего быстродействию, до бесконечности. Когда же конечная точка принадлежит области В, то такая непрерывность не может быть обеспечена. Пусть конечная точка расположена в области В, а интервал $t_1 - t_0$ превышает наименьшее время прихода в нее. Из конечной точки проведем ветвь параболы наименьшего ускорения, соответствующую обратному движению. Эта ветвь, прежде чем дойти до оси абсцисс, сначала пересечется с кривой III в точке f (рис. 5). Продолжим параболу до вторичного ее пересечения с кривой III в точке e. Пусть интервал $t_1 - t_0$ превышает наименьшее время движения, но меньше, чем время перехода из А в точке f плюс время движения из f по параболе минимального ускорения. Тогда управление строится точно так же, как в случае расположения конечной точки в области С.

Если заданное время превышает длительность перехода из А в e и затем по параболе наименьшего ускорения, тогда в момент первого достижения изображающей точкой оси абсцисс будем полагать ускорение $\ddot{\alpha} = 0$ на интервале, равном разности заданного времени и быстрого времени перехода в конечную точку с переменной знака скорости.

Если начальная точка А расположена на положительной полуоси ординат, то для синтеза управления достаточно сделать замену $\alpha' = -\alpha, \dot{\alpha}' = -\dot{\alpha}$ и воспользоваться изложенной выше методикой. Таким образом, управление по углу α_{i1} оказывается полностью сформулированным для любых интервалов $t_1 - t_0$ и для любого расположения начальной и конечной точек на фазовой плоскости.

В результате моделирования работы описанного алгоритма на ПЭВМ получен фазовый портрет, представленный на рис. 6.

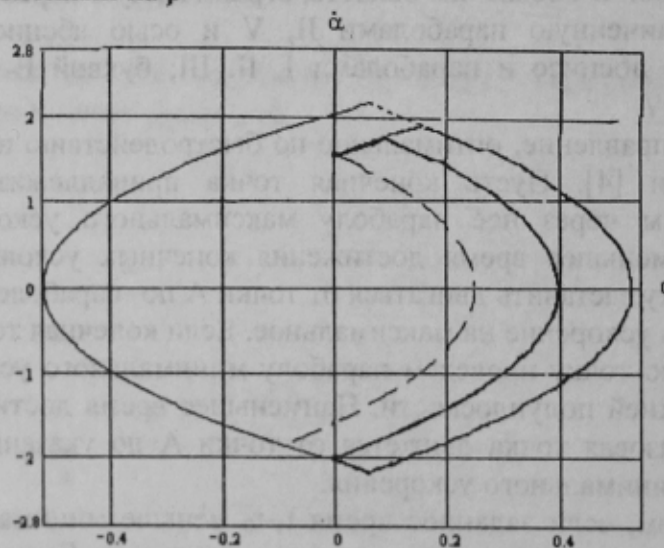


Рисунок 6 – Синтез управления по шарнирному углу α_{i1} с использованием метода фазовой плоскости

Аналогичный закон управления можно использовать и для углов α_{i2} и α_{i3} в случаях сложного движения корпуса при прыжке (рис.7).

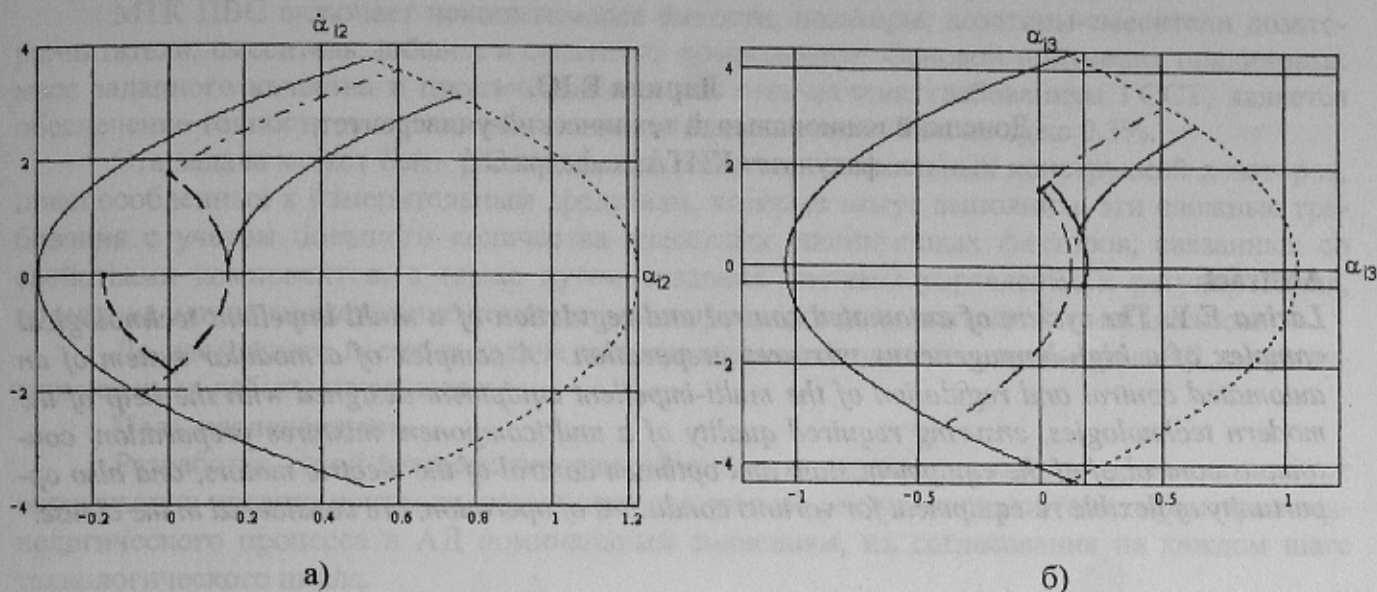


Рисунок 7 – Синтез управления по шарнирным углам α_{i2} (а) и α_{i3} (б) с использованием метода фазовой плоскости

Выводы:

1. В данной работе получена математическая модель движения шагающего аппарата для фазы полета особопроходимой походки типа «прыжки».
2. Исследованы алгоритмы построения программных траекторий для фазовых координат корпуса и переноса ног в фазе полета.
3. Разработаны модели с использованием пакета прикладных программ Matlab 6.0 – Simulink 4 и Mathcad 2000. Полученные графические зависимости демонстрируют работоспособность описанных алгоритмов.

Литература

1. Макет шестиногого шагающего аппарата с супервизорным управлением. Гурфинкель В.С., Гурфинкель Е.В., Девянин Е.А., Ефремов Е.В., Жихарев Д.Н., Ленский А.В., Шнейдер А.Ю., Штильман Л.Г. – В кн.: Исследование робототехнических систем. М.: Наука, 1981.
2. Лапшин В.В. Алгоритм построения программного движения прыгающего аппарата для фазы полета. Препринт ИППМ АН СССР - М.: 1979, №26 – 50с.
3. Лапшин В.В. Алгоритм стабилизации движения многоногого прыгающего аппарата в фазе полета. Препринт ИППМ АН СССР - М.: 1979, №50 – 62 с.
4. Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. – М.: Наука, 1984. – 312 с.