СПОСІБ ПІДВИЩЕННЯ ВІБРОСТІЙКОСТІ ТРИКООРДИНАТНОЇ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ МЕХАНІЧНИХ ВЕЛИЧИН В УМОВАХ ДІЇ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД

Кваснiков В. П.
Академія менеджменту, м. Черкаси
E-mail: cim@cim.uch.net

Abstract
Kvasnikov V. The method of vibration stability increasing in three-coordinate IMS of mechanical sizes in conditions of action of handicapes with angauss in density. *The problem of measurement of mechanical sizes on three-coordinate IMS in conditions of action of handicapes with angauss in density of distribution of probabilities is considered. It is shown, that the account of action angauss handicapes raises accuracy of measurement of the geometrical sizes of objects with a complex spatial surface.*

Вступ. В сучасних умовах розвитку вітчизняної промисловості та за кордоном при вимірюванні складних просторових поверхонь застосовуються координатно-вимірювальні машини. Більшість відомих координатно-вимірювальних машин малопродуктивні, мають невисоку точність та використовуються тільки в лабораторних умовах і не пристосовані для роботи в цехових умовах.

У зв'язку з інтенсивним розвитком приладобудування все більше застосування знаходять трикоординатні інформаційно-вимірювальні системи (ТІВС) для вимірювання механічних величин, деталей, вузлів складних просторових поверхонь та об'ємів. Проведені дослідження в цій галузі та накопичений досвід розробки і експлуатації трикоординатних інформаційно-вимірювальних систем показують, що при їх проектуванні необхідно враховувати ряд важливих факторів, що дозволяє з великою точністю представити фізичну картину процесу вимірювання механічних величин. Проведені дослідження показують, що трикоординатні інформаційно-вимірювальні системи піддані дії завад, які мають яскраво виражений негаусовий характер [3,4]. Для вирішення практичних задач в метрології, техніці неруйнівного контролю в цілях підвищення точності вимірювання механічних величин, представляє значний інтерес отримання оптимального алгоритму вимірювання механічних величин при дії негаусових завад. На основі аналізу відомих робіт [1,4] та досліджень алгоритмів близьких до розглянутих по фізичним процесам, а також моделювання на ПЕОМ при побудові алгоритмів прийняті припущення про сталість температури, тиску, вологості, шорсткості направляючої поверхні базової частини системи.

Широке використання гаусовських законів розподілення обумовлюється придатністю їх застосування, заради чого вважаються допустимими і деякі погіршення прийнятої відповідної моделі спостережуваним динамічним процесам. У зв'язку наявністю завад при прийнятому коливанні неможливо з повною достовірністю зафіксувати корисний сигнал, дійсну точку вимірювання та точно виміряти його параметри. Завади обумовлюють випадковий характер результатів спостереження.

Дослідженням впливу флуктуаційних завад на оцінку постійних параметрів займалися вчені Ф. Вудворд, Ю.П. Кунченко, Є.І. Куліков, Ю.О. Скрипник, Р.Л. Стратонович, В.І. Тихонов, О.П. Трифонов та ін.[1,4] В цих роботах розглянуто оптимальну оцінку максимальної правдоподібності з урахуванням аномальних похибок, оцінка максимальної правдоподібності при неповній інформації про сигнал та завади, оцінка параметрів випадкових величин методом максимізації полінома. В роботі [2] за допомогою стохастичних поліномів синтезовано різні алгоритми обробки вибіркових даних із негаусових випадкових величин, точностні характеристики алгоритмів значно покращуються при умові що вибіркові значення отримані із генеральної сукупності гаусових випадкових величин. До цього часу у більшості випадків вважалося, що спостережувана випадкова величина (завади) є гаусовою, особливо в механічних системах. Великий інтерес оцінки точності вимірювання геометричних розмірів деталей, втрат вірогідності розпізнавання сигналів $S_i(\lambda,\ t)$ при впливі зовнішньої дії та коливання в механічних системах як правило моделюються нормальними випадковими процесами [1, 7]. Такий підхід дозволяє більшу частину досліджень здійснювати аналітичними методами, що суттєво підвищує його ефективність. Широке розповсюдження гаусових законів розподілення обумовлене зручністю їх використання завдяки якому є можливою деяка неповна відповідність моделі спостереження реальним динамічним та фізичним процесам.

Постановка задачі. Представимо аналізовані коливання базової частини ТІВС разом з поворотним столом у вигляді

$$y(t)=S_i(t,\ \lambda)+\xi_1(t)+\xi_2(t),\ i=0,\ 1.$$

Тут λ – інформаційний параметр точно відомих детермінованих сигналів $S_i(t,\ \lambda)$, $\xi_1(t)$– гаусова завада, $\xi_2(t)$ – негаусова завада.

Спостереження проводиться на інтервалі $0 \le t \le T$.

Розробити алгоритми вимірювання механічних величин на ТІВС при дії негаусових завад за допомогою родинних розподілів, що утворені стикуванням декількох гаусових законів розподілення з різними параметрами, при варіюванні гостровершинністю отриманих щільностей імовірностей та наданим їм властивостям несиметричності.

Розглянемо задачу розпізнавання двох сигналів $S_1(t,\ \lambda)$ і $S_0(t,\lambda)$ при дії гаусової завади.

Розв’язання проблеми. Висуваємо гіпотезу H_1, що відповідає присутності у вибірці сигналу $S_1(t,\ \lambda)$:

$$H_1\text{: } y(t,\ \lambda)=S_1(t,\ \lambda)+\xi(t)=S_1(t,\ \lambda)+\xi_1(t)+\xi_2(t).$$

Альтернативна гіпотеза буде:

$$H_0\text{: } y(t,\ \lambda)=S_0(t,\ \lambda)+\xi(t)=S_0(t,\ \lambda)+\xi_1(t)+\xi_2(t),$$

де $\xi_1(t)$– білий гаусовий шум; $\xi_2(t)$ – негаусова завада, з відомим розподілом.

Кореляційні функції

$$K\{\xi_1(t)\xi_1(\tau)\}=N\delta(t-\tau),\quad K\{\xi_2(t)\xi_2(\tau)\}=B(t,\ \tau).$$

Згідно правила максимальної правдоподібності алгоритм розпізнавання детермінованих сигналів $S_0(t,\ \lambda)$ і $S_1(t,\ \lambda)$ на фоні тільки гаусового шуму з кореляційною функцією $B(t,\ \tau)+N\delta(t-\tau)$ можна записати в наступному вигляді [1–3]:

$$\int_T y(\lambda,t)S_{on.p}(t,\lambda)dt \underset{\ge}{\overset{<}{}} h_1^2-h_0^2+ln\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right), \tag{1}$$

де $S_{on.p}$– опорний сигнал; ε_i , i=0, 1 – апріорні імовірності що відповідають різницевому сигналу

налу

$$S_p(t,\ \lambda)=S_1(t,\ \lambda)\ -\ S_0(t,\ \lambda),$$

$$h_i^2 = \frac{1}{2}\int_T S_i(t,\lambda) S_{оп.i.}(t,\lambda)\, dt\ . \tag{2}$$

У випадку критерію Неймана-Пирсона, що використовується під час вимірювання і, відношення $\varepsilon_1/\varepsilon_0$ визначається заданою імовірністю похибки вимірювання

$$S_{оп.р.}(t,\lambda) = \int_T \psi(t,\tau) S_p(\tau,\lambda)\, d\tau\ . \tag{3}$$

$$S_{оп.i}(t,\lambda) = \int_T \psi(t,\tau) S_i(\tau,\lambda)\, d\tau\ , \tag{4}$$

- опорний сигнал, що відповідає *i-му* сигналу; i=0, 1.

З урахуванням виразу (2) та (4), приведемо формулу (1) до виду

$$\int_T\int_T y(t,\lambda)\psi(t,\tau)S_p(\tau,\lambda)dtd\tau \geq 0{,}5 \int_T\int_T S_1(t,\lambda)\psi(t,\tau)S_1(\tau,\lambda)dtd\tau -$$

$$-0{,}5\int_T\int_T S_0(t,\lambda)\,\psi(t,\tau)S_0(\tau,\lambda)\,dtd\tau, \tag{5}$$

де $\psi(t,\tau)$ – ядро інтегрального оператора, зворотного оператору Фредгольма з ядром $B(t,\tau)+N\delta(t\text{-}\tau)$, тобто $\psi(t,\tau)$ задовольняє інтегральному рівнянню

$$N\psi(t,\tau) + \int_T B(t,z)Y(z,t)\, dz = \delta(t-\tau) \tag{6}$$

і рішення приймається на користь $S_1(t,\ \lambda)$ якщо в рівнянні (1) виконується знак “>”, і на користь $S_0(t,\ \lambda)$ при виконанні зворотної нерівності. Алгоритм є оптимальним, коли $\xi_2(t)$ має гаусовий розподіл з кореляційною функцією $B(t,\tau)$.

Ймовірності помилкових переходів $p(0/1)$ і $p(1/0)$, коли в реальному середовищі діє як флуктуаційний шум, так і негаусова завада і використовується алгоритм розпізнавання (5), визначаються ймовірностями виконання нерівностей:

$$p(0/1)=P\{\xi<-A\},\ \ p(1/0)=P\{\xi>A\}, \tag{7}$$

де $\theta = \int_T \xi_\Sigma(t) S_{оп.р.}(\lambda,t)dt = \int_T\int_T [\xi_1(t)+\xi_2(t)]\psi(t,\tau)S_p(\lambda,\tau)dtd\tau$

$$A = 0{,}5\int_T S_p(t,\lambda)S_{оп.р.}(t,\lambda)dt + ln\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right) = 0{,}5\int_T\int_T S_p(t,\lambda)\psi(t,\tau)S_p(\tau,\lambda)dtd\tau + ln\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right) \tag{8}$$

Ймовірності помилкових переходів зводиться до знаходження розподілу випадкової величини:

$$\xi = \int \xi_\Sigma(t) S_{оп.р.}(t,\lambda)dt = \int_T [\xi_1(t)+\xi_2(t)] S_{оп.р.}(t,\lambda)dt.$$

Представимо випадкову величину θ у вигляді:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 ;$$

де θ_1, θ_2 – незалежні випадкові величини, $\theta_i = \int\limits_T \xi_i(t) S_{оп.р.}(t,\lambda)\,dt$, i=1, 2. Випадкова величина θ_1 є гаусовою із щільністю розподілу ймовірностей [1,2]

$$W_{\theta_1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_г^2}} e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma_г^2}\right)}, \tag{9}$$

де $$\sigma_г^2 = \left\langle \left(\int\limits_T \xi_1(t) S_{оп.р.}(t,\lambda)dt \right)^2 \right\rangle = \int\limits_T \int\limits_T \xi_1(t)\xi_1(\tau) S_{оп.р.}(t,\lambda) S_{оп.р.}(\tau,\lambda)\,dt\,d\tau =$$

$$= N \int\limits_T S^2_{оп.р.}(t,\lambda)\,dt.$$

Щільність розподілу $W_{\xi 2}(x)$ випадкової величини θ_2 розкладемо в ряд Грамма-Шарльє, що швидко сходиться для величин, близьких до гаусових [3]

$$W_{\theta 2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{нг}^2}} e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{нг}^2}\right)} \times \left[1 + \sum_{n-3}^{\infty} \frac{c_n}{n!} 2^{-n/2} H_n\left(\frac{x}{2\sigma_{нг}^2} \right) \right], \tag{10}$$

де $$\sigma_{нг}^2 = \left\langle \left(\int\limits_T \xi_2(t) S_{оп.р.}(t,\lambda)dt \right)^2 \right\rangle = \int\limits_T \int\limits_T \xi_2(t)\xi_2(\tau) S_{оп.р.}(t,\lambda) S_{оп.р.}(\tau,\lambda)$$

$$= \int\limits_T \int\limits_T S_{оп.р.}(t,\lambda) B(t,\tau) S_{оп.р.}(t,\lambda)\,dt\,d\tau ,$$

$H_n(x)$ – поліноми Ерміта, для яких справедлива рекурентна формула

$H_{n+1}(x) = xH_n(x) - nH_{n-1}(x)$.

В силу незалежності θ_1 і θ_2 щільність розподілу $W_\theta(x)$ величини θ можна представити як:

$$W_\theta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} W_{\theta_1}(x-z) W_{\theta_2}(z)\,dz. \tag{11}$$

Підставимо (9) і (10), у рівняння (11) маємо:

$$W_\theta(x) = \frac{e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma_г^2}\right)}}{\sqrt{2\pi\sigma_г\sigma_{нг}}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{\left(-\frac{(x-z)^2}{2\sigma_г^2}\right)} \times \left[1 + \sum_{n-3}^{\infty} \frac{c_n}{n!} 2^{-n/2} H_n\left(\frac{z}{\sqrt{2\sigma_\Sigma^2}} \right) \right] dz . \tag{12}$$

Щільність розподілу $W_\theta(x)$ (12) після відповідних перетворень представимо так

$$W_\theta(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\Sigma^2}}e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\Sigma^2}\right)}\times\left[1+\sum_{n-3}^{\infty}\frac{c_n}{n!}2^{-n/2}\sqrt{\pi}\left(\frac{\sigma_{нг}^2}{\sigma_\Sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}}H_n\left(\frac{x}{2\sigma_\Sigma^2}\right)\right], \tag{13}$$

де σ_Σ^2 – середньоквадратичне відхилення, що має вид

$$\sigma_\Sigma^2=\left\langle\theta^2\right\rangle=\int_T S_p(t,\lambda)S_{оп.р.}(t,\lambda)dt=\sigma^2{}_{г}+\sigma^2{}_{нг}=$$
$$=\int_T\int_T S_p(t,\lambda)\psi(t,\tau)S_p(\tau,\lambda)\,dtd\tau=2A\,. \tag{14}$$

На рис.1. приведені залежності щільності розподілів ймовірностей $W_\theta(x)$ у випадку наявності асиметрії $c_3\neq 0$, а коефіцієнт c_4 змінюється від 1 до 10 при $\sigma^2{}_{нг}=0{,}1$.

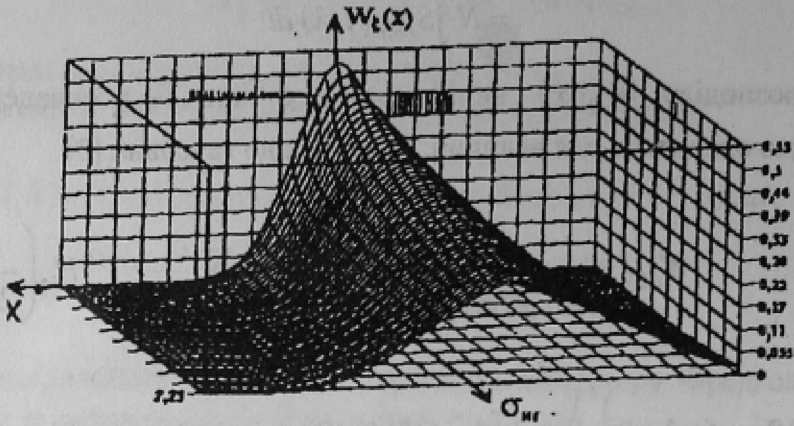

Рис.1. Щільність розподілу ймовірностей $W_\theta(x)$ випадкової величини θ

Висновок. З рис.1. видно, що при співставленні двох одномірних розподілень оцінка відхилення щільності розподілення ймовірностей описується рівнянням (13), залежність $W_\theta(x)$ асиметрична відносно осі ординат. При вимірюванні механічних величин на ТІВС підвищується завадостійкість алгоритмів вимірювання складних просторових поверхонь при врахуванні негаусових завад. Середньоквадратичне відхилення зменшується і представлено формулою (14).

Література

1. Шахтарин Б.И., Шелухин А.О. Алгоритм распознавания сигналов датчиков при действии негауссовых помех // Вестник МГТУ.–Сер. Приборостроение.–2000.–№1.–С.36-40.
2. Кунченко Ю.П. Нелинейная оценка параметров негауссовских радиофизических сигналов.-К.: Вища школа, 1987.-191 с.
3. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника.-М.: Соврадио, 1966.-467 с.
4. Штейнвольф А.Л. Расчеты и имитация негауссовых случайных вибраций.-К.: Наукова думка.-1993.-250 с.
5. Куликов Е.И. Методы измерения случайных процессов.-М.: Радио и связь, 1986.-272 с.
6. Цветков Э. И. Методические погрешности статистических измерений.- Л.: Энергоатомиздат, 1984.-144 с.
7. Белоусов В.Я., Кондратов В.Т., Квасников В.П. Анализ алгоритмов обработки результатов многократных измерений, используемых в ИИС // Вісник ЧІТІ, м. Черкаси.- 1999. №1 - С. 3-7.