

**ЕНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МНОГОСВЯЗНОЙ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ ПРИМЕНЕНИТЕЛЬНО К ТЕХНОЛОГИИ  
ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛА ДАВЛЕНИЕМ**

Жукова Н.В.

Донецкий национальный технический университет, кафедра АТ

E-mail: [Zhнатка@mail.ru](mailto:Zhнатка@mail.ru)

Литвинов В.И.

ЧФ “Комплексная обработка металлургических расплавов”, г. Донецк

**Abstract**

**Zshukova N.V., Litvinov V.I. Power method of the multicoupling electromechanics tasks decision with reference to metal working by pressure technology. The mathematical model of automatic control system of rolling mill's local working cage in a package with gear differential cage is developed. Working shafts' high-speed adjusted safe motion is proved to be possible only in the presence either of the gear differential cage or of the local electric drive for each of the working cage.**

**Постановка задачи и ее актуальность.** Обработка металла давлением (ОМД) (горячая, холодная прокатка, профилегибка) реализуется посредством основных элементов оборудования: клети рабочей, шестерённой клети и электропривода. Валки рабочие, вращающиеся в противоположные стороны, образуют динамически устойчивый очаг деформации только при одинаковых катающих диаметрах деформирующего инструмента. Расчёт катающего диаметра состоит из определения среднегеометрического значения по профилю рабочих валков; полученное значение корректируется неизвестной функцией распределения, зависящей от динамического состояния всего объёма очага деформации, в котором зоны отставания, опережения и прилипания металла относительно инструмента полностью формируют физическое состояние системы: деформируемый металл - рабочие валки. Поэтому катающие диаметры корректируют исходя из практики, наблюдая за процессом образования так называемой “лыжи”, заворачивающейся вверх или вниз при выходе металла из клети (рис.1).

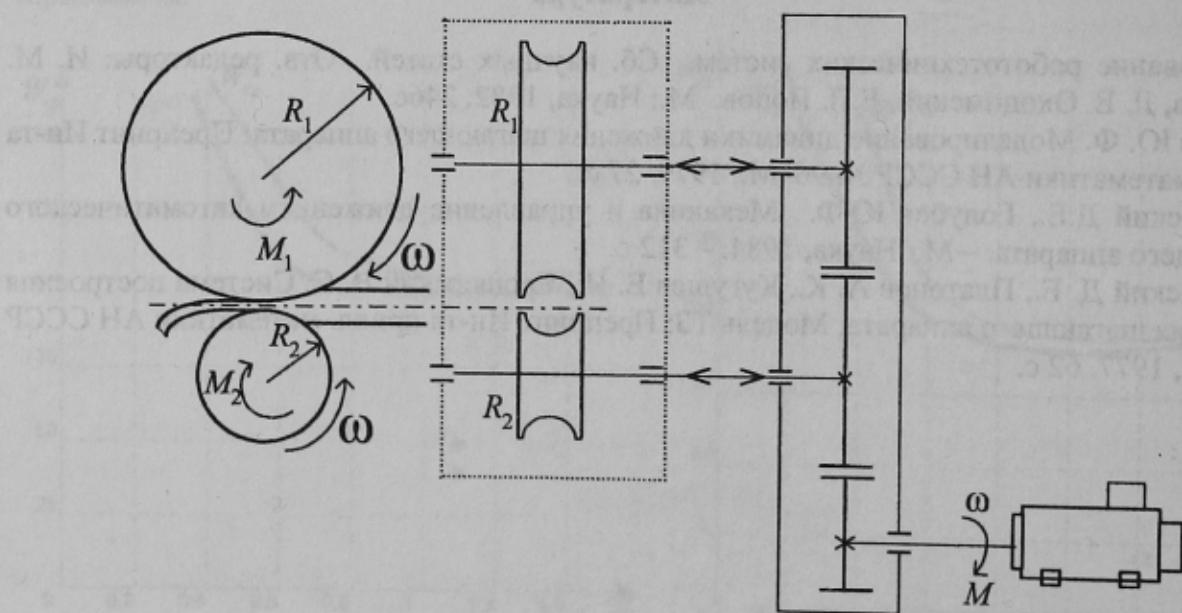


Рисунок 1 - Схема шестеренной клети в комплекте с рабочими валками

При горячей прокатке это происходит без грубого нарушения процесса деформации металла по причине его "короткой" упругой зоны, так как предел текучести у горячего металла не более  $4\dots6 \text{ кг}/\text{мм}^2$ . Благодаря этому металл, находясь в пластическом состоянии, претерпевает в средней части интенсивный продольный сдвиг вдоль очага деформации посредством знакопеременных касательных напряжений, возникающих по причине неодинаковых линейных скоростей точек поверхностей верхнего и нижнего валков, имеющих разные катающие диаметры. Всё это происходит без срыва контакта между металлом и инструментом и, соответственно, без интенсивных колебаний этой сложной механической системы, но только при небольшой разнице между катающими диаметрами.

Однако при горячей прокатке трудно деформируемых марок стали, холодной прокатке, профилегибке упругая зона рабочего тела "длиннее" при пределе текучести  $20\dots40 \text{ кг}/\text{мм}^2$ . Поэтому при неодинаковых катающих диаметрах рабочих валков вышеупомянутая продольная деформация металла в межвалковом промежутке за короткий промежуток времени (десятки миллисекунд) порождает значительные упругие силы натяжения, вызывающие асимметричную деформацию материала, а также срыв контакта между металлом и инструментом и в свою очередь динамические колебания всей рассматриваемой системы. По этой причине при профилегибке многих профилей отключают шпинделы верхних валков, превращая их в неприводной деформирующий инструмент [1]. Вышесказанное приводит также к коробоватости, разнотолщинности тонкого листа и к разрыву трудно деформируемого горячего металла в серединной его части. Таким образом, моделирование сложного процесса ОМД, разработка электромеханического оборудования и системы управления электромеханической системы (ЭМС) технологического процесса (ТП) ОМД, которые решают проблему неодинаковых катающих диаметров, всегда актуально.

**Методика решения задачи.** Существуют два пути решения данной задачи. Первый способ - чисто механический, в котором согласование системы: один электродвигатель, шестерённая клеть, два рабочих валка, связанных общим рабочим телом, осуществляется с помощью применения шестерённой дифференциальной клети [2], (рис.2).

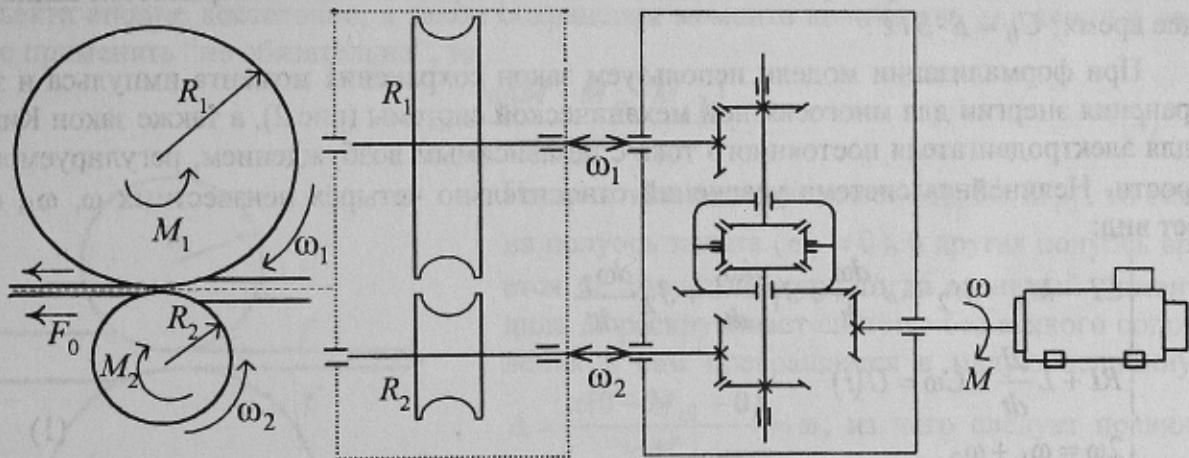


Рисунок 2 - Схема шестеренной дифференциальной клети в комплекте с рабочими валками

Второй способ - электромеханический, в котором рабочие валки соединяются с двумя электродвигателями (рис.3), структура управления [3] которых исходит из принципа работы шестерённой дифференциальной клети, применяемой в первом способе.

Рассмотрим модель динамических процессов в очаге деформации при упругой продольной межвалковой деформации металла, предполагая отсутствие срыва контакта между металлом и инструментом. В связи с тем, что согласованная работа верхнего и нижнего валков с разными катающими диаметрами, в основном зависит от вышеуказанной продольной упругой связи, в модели не учитываются зоны отставания, прилипания и опережения металла относительно инструмента, которые имеют место при пластической деформации. Поэтому

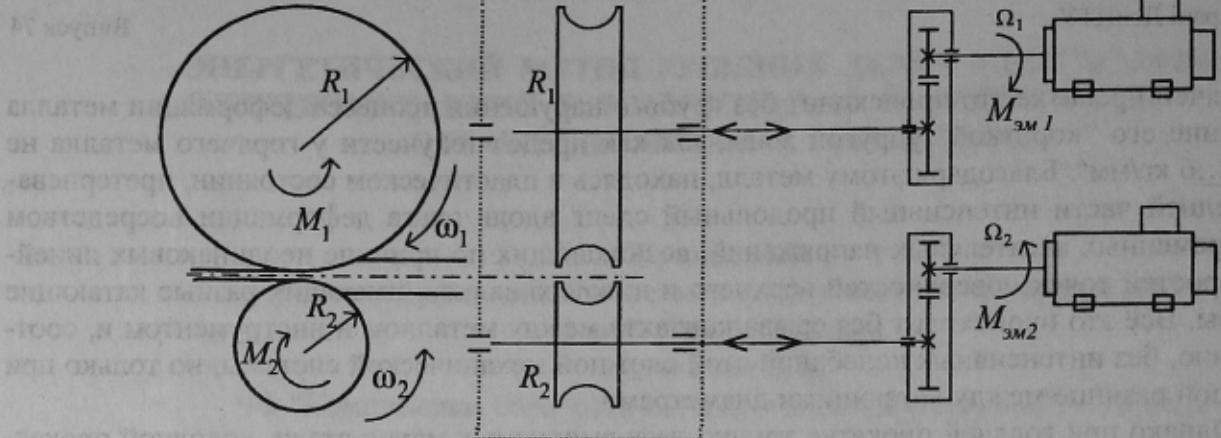


Рисунок 3 - Схема рабочей клети, каждый валок которой приводится локальным электродвигателем, управляемым по мощности

в математической модели рассматривается понятие согласованной работы двух валков, заключающейся в том, что они не сопротивляются друг другу при их вращении и выполнении ими работы по симметричному обжатию металла.

Механическая система с шестерённой дифференциальной клетью (рис.2) описывается в системе трёх координат или трёх углов вращения вала двигателя  $\varphi$ , связанного с водилом, и двумя полуосами дифференциала  $\varphi_1, \varphi_2$  с соответствующими угловыми скоростями  $\omega, \omega_1, \omega_2$ , эти координаты между собой зависят при жёсткой кинематической связи водила и полуосей дифференциала:  $2\omega = \omega_1 + \omega_2$  [4].

Сила упругой связи  $F$  между валками при несогласованном их движении равна

$$F = \frac{E \cdot S}{\ell} \cdot \Delta\ell = C_0 \cdot \Delta\ell, \text{ где } \Delta\ell = \int_0^t (V_1 - V_2) dt = \int_0^t (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) dt, \text{ где } E, S, \ell, R_{1,2}, V_{1,2}, t - \text{ соответственно модуль упругости, поперечное сечение металла в очаге деформации, длина очага деформации, катающие радиусы валков, линейные скорости точек поверхностей валков, текущее время; } C_0 = E \cdot S / \ell.$$

При формализации модели используем закон сохранения момента импульса и закон сохранения энергии для многосвязной механической системы (рис.2), а также закон Кирхгофа для электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением, регулируемого по скорости. Нелинейная система уравнений относительно четырёх неизвестных  $\omega, \omega_1, \omega_2, I$ , имеет вид:

$$\begin{cases} CI - M_1 - M_2 = J \frac{d\omega}{dt} + J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \\ RI + L \frac{dI}{dt} + C\omega = U(t) \\ 2\omega = \omega_1 + \omega_2 \\ CI\omega - M_1\omega_1 - M_2\omega_2 = \frac{d}{dt} \left( \frac{J\omega^2}{2} + \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_2\omega_2^2}{2} \right) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $J, J_1, J_2$  - моменты инерции элементов системы, соответствующие трём осям дифференциала,  $R$  - активное сопротивление якоря,  $M_1 = R_1 \left[ F_0 + C_0 \int_0^t (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) dt \right]$  и  $M_2 = R_2 \left[ F_0 - C_0 \int_0^t (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) dt \right]$  - моменты нагрузок на рабочие валки (с катающими радиусами  $R_1, R_2$  и линейными скоростями  $V_1, V_2$ ).

диусами  $R_1, R_2$ , противодействующие электромагнитному моменту электродвигателя  $M = C \cdot I$ , приложенном к ведилу дифференциала, С – постоянная машины,  $F_0$  - сила деформации,  $U(t) = K_{TP} \left[ K\varepsilon(t) + \frac{1}{T_u} \int_0^t \varepsilon(t) dt \right]$  - напряжение якоря двигателя, управляемое ПИ-регулятором с коэффициентами пропорциональной  $K$  и интегральной  $T_u$  его частей, коэффициентом усиления тиристорного преобразователя (ТП)  $K_{TP}$ , ошибкой рассогласования  $\varepsilon(t) = \alpha_\omega(t) - \omega(t)K_{oc\omega}$  между заданной  $\alpha_\omega(t)$  и полученной скоростью вращения  $\omega(t)$  ведила и коэффициента обратной связи  $K_{oc\omega}$ .

Система (1) является достаточно сложной, т.к. закон сохранения энергии нелинейный по отношению к рассматриваемым параметрам: скоростям и моментам. Данная нелинейная система уравнений не представляется в виде понятной структурной схемы с целью решения ее на ПЭВМ. Поэтому проанализируем данную систему в стационарном виде, приравняв производные по времени к нулю, получим:

$$\begin{cases} M - M_{c1} - M_{c2} = 0; & M\omega - M_{c1}\omega_1 - M_{c2}\omega_2 = 0; \\ (\omega - \Delta) + (\omega + \Delta) = 2\omega; & (\omega - \Delta) = \omega_1; (\omega + \Delta) = \omega_2. \end{cases} \quad (2)$$

В системе (2) скорости вращения полуосей дифференциала отличаются от скорости ведила на  $\pm\Delta$ , поэтому удобно ввести две независимые переменные  $\omega$  и  $\Delta$ . Отсюда следует, что

$$\Delta(M_{c1} - M_{c2}) = 0. \quad (3)$$

Из решения (3) получается так, что при стационарных условиях неодинаковые нагрузки на полуосях дифференциала (на валках) могут реализоваться только при одинаковых скоростях ведила и полуосей, так как в этом случае из (3) исходит  $\Delta=0$ , что лишено смысла. Из решения (3) также исходит, что стационарное состояние дифференциала возможно только при одинаковых нагрузках и однородной кинематике трёх осей, что не соответствует практике [2]. Если предположить, что закона сохранения энергии при описании рассматриваемого объекта вполне достаточно, а закон сохранения момента количества движения в данном случае применять “не обязательно”, то

$$\Delta = \frac{\omega(M - M_{c1} - M_{c2})}{M_{c2} - M_{c1}}. \quad (4)$$

Из практики известно, если  $M_{c1} \gg M_{c2}$ , то есть одна полуось зажата ( $\omega_1 = 0$ ), а другая полуось вращается на холостом ходу, тогда активный момент ведила  $M$  раскручивает систему без всякого сопротивления и сам превращается в малую величину, т.е  $\Delta = \frac{\omega(0 - M_{c1} - 0)}{-M_{c1}} = \omega$ , из чего следует правильное

кинематическое соотношение:  $\omega_2 = 2\omega$ . Приведём пример, касающийся распределения энергии при разных угловых скоростях валков. Если катящие радиусы  $R_1$  и  $R_2$  рабочих валков неодинаковые (рис.4), тогда из идеальной технологической кинематики валков  $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$  при равенстве линейных скоростей точек их поверхностей следует  $f\omega_1 R_1 = f\omega_2 R_2$ , или  $M_{c1}\omega_1 = M_{c2}\omega_2$ , где  $2f = F_0$  - сила деформации, однородно распределенная по валкам клети. Тогда идеальное состояние

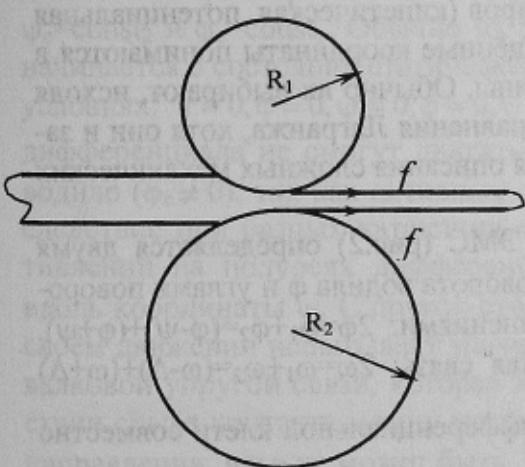


Рисунок 4 – Кинематическая схема очага деформации между двумя валками рабочей клети

61

рабочей клети соответствует одинаковому распределению мощности деформации по её валкам при неодинаковых их скоростях вращения. Для дифференциала подобные рассуждения аналогичны, но более сложны в формализации. Для этого объекта закон сохранения энергии в стационарном виде имеет вид:  $M_{c1}\omega_1 + M_{c2}\omega_2 = M\omega$ , где  $M_{c1}$ ,  $M_{c2}$ ,  $M$ , соответственно, моменты нагрузок на ведомых осях и активный момент на водиле дифференциала. При соблюдении жёстких условий кинематики этого планетарного механизма:  $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$  или  $(\omega - \Delta) + (\omega + \Delta) = 2\omega$ , где  $\omega_1 = \omega - \Delta$ ,  $\omega_2 = \omega + \Delta$ , вышенназванный закон сохранения энергии выполняется при неоднородных моментах нагрузок  $M_{c1}$ ,  $M_{c2}$  только при однородном распределении мощностей этих нагрузок на ведомых осях дифференциала, которые скомпенсированы активной мощностью водила  $M\omega$ , а именно:

$$(\omega - \Delta) \cdot \left( \frac{\omega}{(\omega - \Delta)} \frac{M}{2} \right) + (\omega + \Delta) \cdot \left( \frac{\omega}{(\omega + \Delta)} \frac{M}{2} \right) = M\omega, M_{c1} = \left( \frac{\omega}{(\omega - \Delta)} \frac{M}{2} \right), M_{c2} = \left( \frac{\omega}{(\omega + \Delta)} \frac{M}{2} \right). \quad (5)$$

Механическое устройство – дифференциал, распределяет согласованное движение на два вала от одного привода по той причине, что он не “диктует” с какой скоростью должен вращаться тот или другой валок клети. При одинаковых моментах нагрузки на валах, последние одинаково вращаются. А при разных моментах нагрузки угловые скорости валков распределяются обратно - пропорциональным образом по отношению к нагрузкам. Поэтому, механический дифференциал – делитель подводимой мощности привода пополам между ее двумя потребителями, что необходимо для идеального функционирования клети. Таким образом, получаются иные следствия [4], [5], подтверждаемые практикой [2], если использовать только закон сохранения энергии. Подобные парадоксы встречаются в описании планетарных передач [4], где для дифференциального механизма специально вводят искусственное понятие “замкнутой мощности”, чтобы объяснить величину мощности в зацеплении, которая может во много раз превышать величину мощности на валу двигателя, приводящего в движение данный механизм, что противоречит закону сохранения энергии. Поэтому рассмотрим исходную задачу в другой постановке.

Известно [5], что законы Ньютона или вышеупомянутые законы сохранения эквивалентны принципу наименьшего действия и наоборот. Формулировка Лагранжа в обобщенных координатах системы имеет определённые преимущества по сравнению с уравнениями, которые отражают обычные законы Ньютона. Если уравнения Ньютона связывают векторные величины, то уравнения Лагранжа записаны для скаляров (кинетическая, потенциальная энергии или работа не потенциальных сил трения). Обобщённые координаты понимаются в широком смысле и не обязательно имеют размерность длины. Обычно их выбирают, исходя из требований конкретной физической задачи. Наконец, уравнения Лагранжа, хотя они и записываются не в столь простой форме, гораздо удобнее для описания сложных механических систем [5].

Применяя уравнения Лагранжа второго рода [5], ЭМС (рис.2) определяется двумя обобщёнными координатами  $\phi$  и  $\psi$ , связанными с углом поворота водила  $\phi$  и углами поворота полуосей дифференциала  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  следующими соотношениями:  $2\phi = \phi_1 + \phi_2 = (\phi - \psi) + (\phi + \psi)$ . Этим угловым координатам соответствует кинематическая связь:  $2\omega = \omega_1 + \omega_2 = (\omega - \Delta) + (\omega + \Delta)$  при  $\omega = \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}$  и  $\Delta = \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}$ . Состояние шестерённой дифференциальной клети совместно с рабочей клетью, её валками, шпинделями, и электродвигателем описывается двумя уравнениями:

$$\left\{ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} = Q_1, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \psi} = Q_2, \right. \quad (6)$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  - обобщённые силы, Т-полная кинетическая энергия исходной многосвязной электромеханической системы.

$$T = J_B \frac{\omega^2}{2} + J_C \frac{\Delta^2}{2} + J_H \left[ \frac{(\omega - \Delta)^2}{2} + \frac{(\omega + \Delta)^2}{2} \right],$$

где  $J_B$  - момент инерции элементов системы, связанных с водилом, а именно: приведенные к водилу моменты инерции якоря двигателя и ведущей шестерни привода дифференциала, ведомой шестерни привода водила, самого водила и шестерней сателлитов дифференциала, вращающихся вместе с водилом относительно его оси;  $J_C$  - момент инерции шестерней сателлитов дифференциала, вращающихся относительно собственных осей,  $J_H$  - момент инерции элементов системы, приведенных к полуосям дифференциала, а именно: шестерни полуосей дифференциала, шестерни шестерённой клети, шпинделы валков и самих рабочих валков (инструмента), предполагая, что массы системы, связанные с полуосями дифференциала и симметрично расположенные, одинаковые по величине. Распишем составляющие уравнений системы(6):

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = \frac{\partial T}{\partial \psi} = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = J_B \omega + J_H [(\omega - \Delta) + (\omega + \Delta)] = \omega (J_B + 2J_H) = J_1 \omega = J_1 \dot{\phi};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = J_C \Delta + J_H [-(\omega - \Delta) + (\omega + \Delta)] = \Delta (J_C + 2J_H) = J_2 \Delta = J_2 \dot{\psi}.$$

Тогда система уравнений (6) примет простой вид:

$$\begin{cases} J_1 \frac{d^2 \phi}{dt^2} = Q_1; \\ J_2 \frac{d^2 \psi}{dt^2} = Q_2. \end{cases} \quad (7)$$

Используя известную процедуру [5] получения обобщённых сил  $Q_1$  и  $Q_2$ , сообщаем виртуальные перемещения системы вдоль обобщённых координат  $\phi$  и  $\psi$  с целью получения соответствующих виртуальных работ:  $\delta A_1 = Q_1 \delta \phi = M_\phi \delta \phi$  и  $\delta A_2 = Q_2 \delta \psi = M_\psi \delta \psi$ , где  $M_\phi, M_\psi$  - моменты активных и пассивных сил, приложенных к водилу и полуосям дифференциала. При подсчёте указанных первой и второй виртуальных работ необходимо последовательно фиксировать на неизменном уровне соответственно обобщённые координаты  $\psi_c = \text{const}_2$  и  $\phi_c = \text{const}_1$ . Обычно их зануляют, предполагая, что движение изучаемой системы начинается с состояния статического (не динамического) равновесия при нулевых начальных условиях:  $t = 0, \phi = 0, \psi = 0, \dot{\phi} = 0, \dot{\psi} = 0$ . Однако, с точки зрения физики процесса, полуоси дифференциала не смогут двигаться вдоль координаты  $\pm \psi$ , если не начнёт своё движение водило ( $\phi_c \neq 0$ ), так как активные силы электродвигателя приложены только к водилу и, как следствие при разных катающих диаметрах валков, не появится разность моментов сопротивлений на полуосях дифференциала, являющейся причиной движения системы только вдоль координаты  $\psi$ . С другой стороны, при блокировке дифференциала ( $\psi_c = 0$ ) водило при своём движении испытывает значительное сопротивление за счёт быстро нарастающей межвалковой упругой связи, которая значительно больше активного момента водила при отсутствии срыва контакта между металлом и инструментом, что вызывает движение в обратном направлении, чего не может быть. Поэтому в обобщённых силах  $M_\phi, M_\psi$  присутствуют, соответственно, в качестве параметров  $\psi_c \neq 0$  и  $\phi_c \neq 0$ . Надо подчеркнуть особенность работы рассматриваемой системы, укомплектованной дифференциалом, которая заключается в следующем: сумма моментов нагрузки ( $M_1 + M_2$ ) является сопротивлением в обобщённой силе  $Q_1$ , а их разность ( $M_1 - M_2$ ), за вычетом сопротивления вертикального обжатия  $F_0(R_1 - R_2)$ , является активным моментом в обобщённой силе  $Q_2$ , причём активный момент  $M$ , прило-

женний к водилу, не оказывает никакого прямого воздействия на противоположные движения полуосей дифференциала вдоль координаты  $\psi$ .

Итак получим:

$$Q_1 = M_\phi = +M - (M_1 + M_2), \quad Q_2 = M_\psi = +(M_1 - M_2) - F_0(R_1 - R_2);$$

$$M_1 = R_1 \left[ F_0 + C_0 \int_0^t (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) dt \right] = R_1 F_0 + R_1 C_0 [(\phi - \psi) R_1 - (\phi + \psi) R_2] =$$

$$= R_1 F_0 + R_1 C_0 [\phi(R_1 - R_2) - \psi(R_1 + R_2)]; \quad (8)$$

$$M_2 = R_2 \left[ F_0 - C_0 \int_0^t (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) dt \right] = R_2 F_0 - R_2 C_0 [(\phi - \psi) R_1 - (\phi + \psi) R_2] =$$

$$= R_2 F_0 - R_2 C_0 [\phi(R_1 - R_2) - \psi(R_1 + R_2)]$$

Тогда система уравнений (7) для многосвязной системы (рис.2) имеет вид:

$$\begin{cases} J_1 \frac{d^2\phi}{dt^2} = M - F_0(R_1 + R_2) - C_0[\phi(R_1 - R_2) - \psi(R_1 + R_2)](R_1 - R_2) \\ J_2 \frac{d^2\psi}{dt^2} = -F_0(R_1 - R_2) + C_0[\phi(R_1 - R_2) - \psi(R_1 + R_2)](R_1 + R_2) \end{cases} \quad (9)$$

Как видно из первого уравнения системы (9) при движении объекта вдоль обобщенной координаты  $\phi$ , вследствие неодинаковых катающих радиусов валков, кроме активного электромагнитного момента электродвигателя  $M$  появляется дополнительный активный момент  $+C_0\psi(R_1^2 - R_2^2)$ , которым сопротивляется момент вертикального обжатия  $-F_0(R_1 + R_2)$  и момент упругой связи несогласованного движения валков  $-C_0\phi(R_1 - R_2)^2$ . При одинаковых катающих радиусах, т.е.  $(R_1 - R_2) = 0$ , по отношению к координате  $\phi$ , дополнительный момент сопротивления  $-C_0\phi(R_1 - R_2)^2$  по причине несогласованного движения валков исчезает до нуля, а остаётся только момент сопротивления вертикального обжатия  $-F_0(R_1 + R_2)$ .

Из второго уравнения системы (8) при движении объекта вдоль обобщенной координаты  $\psi$  при отсутствующем электромагнитном моменте двигателя  $M$ , активным моментом является  $+C_0\phi(R_1^2 - R_2^2)$ , которому противодействует кроме дифференциального момента вертикального обжатия  $-F_0(R_1 - R_2)$ , большой момент сопротивления  $-C_0\psi(R_1 + R_2)^2$ .

С учетом вышесказанного, система уравнений (9) описывает антисимметричное движение этого сложного электромеханического объекта вдоль обобщенных координат  $\phi$  и  $\psi$ . Следовательно, при определении обобщенных сил данного объекта, в связи с тем, что координаты  $\phi$  и  $\psi$  не ортогональны, а параллельны между собой, в каждой обобщенной силе присутствуют элементы другой обобщенной силы.

Если  $(R_1 - R_2) \neq 0$  и  $\psi \leq \psi_{kp} = \phi \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}$ , то активному моменту  $M$ , приложенному к

водилу, противодействует движение системы вдоль координаты  $\phi$  и это противодействие компенсируется свободой движения вдоль координаты  $\psi$ . При достижении координаты  $\psi$  своего критического значения  $\psi_{kp}$  и более  $\psi \geq \psi_{kp}$ , встречное движение валков за счёт движения полуосей дифференциала вдоль  $\pm \psi$  генерирует дополнительную активную силу по отношению к водилу (к координате  $\phi$ ), однако это маловероятно, так как на практике обычно  $\phi \gg \psi$ . С другой стороны по отношению к координате  $\psi$  активной части обобщённой силы,

равной  $C_0\Phi(R_1^2 - R_2^2)$ , вызванной несогласованным движением валков, противодействует встречное движение полуосей дифференциала с моментом сопротивления  $-C_0\Psi(R_1 + R_2)^2$ . Поэтому, компенсация “паразитной” силовой упругой связи, возникающей при неодинаковых катающих диаметрах валков, на которую потребляется значительная лишняя энергия при деформации металла, осуществляется очень быстро посредством дифференциальной шестерённой клети. Следовательно, согласованное движение валков соответствует минимуму потребления энергии при ОМД, к чему должна стремиться любая технология.

Подтвердим вышесказанные выводы методами математического моделирования. Применив преобразование Лапласа для линейной системы уравнений (9), получим решение для обобщенных координат  $\phi$  и  $\psi$ :

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{M - F_0(R_1 + R_2) + C_0\psi(R_1 + R_2)(R_1 - R_2)}{J_1 P^2 + C_0(R_1 - R_2)^2}; \\ \psi &= \frac{-F_0(R_1 - R_2) + C_0\varphi(R_1 + R_2)(R_1 - R_2)}{J_2 P^2 + C_0(R_1 + R_2)^2}; \\ M &= \frac{CU - C^2 P \varphi}{R + LP}; \\ U &= K_{T\Pi} \left( K + \frac{1}{T_u P} \right) \left( \alpha_{\omega} - P \varphi K_{OC_{\omega}} \right)\end{aligned}\quad (10)$$

Структурная схема системы уравнений (10) представлена на рис.5.

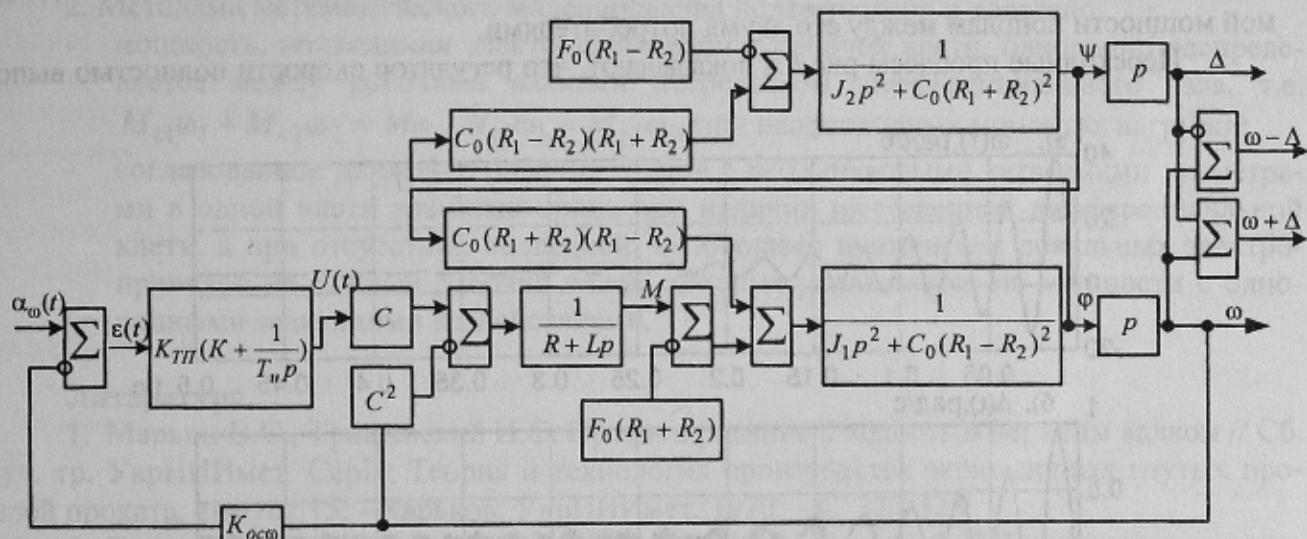


Рисунок 5 – Структурная схема системы автоматического управления электроприводом локальной рабочей клети стана в комплекте с дифференциальным механизмом

С помощью пакета прикладных программ MATLAB - SIMULINK 5.2 построены структурные схемы математической модели системы управления электроприводом локальной клети в комплекте с дифференциальным механизмом и при блокировке последнего. Переходные процессы движения объекта с дифференциальным механизмом и при блокировке дифференциала ( $\psi_c=0$ ), представлены на рис.6, 7, соответственно. Из рис.6.в видно, что при установлении объекта в стационарное состояние активная мощность двигателя  $M\omega$ , приложенная к водилу, компенсируется одинаковыми мощностями сопротивлений  $M_{c1}\omega_1$  и  $M_{c2}\omega_2$ , приложенных к рабочим валкам с разными катящими диаметрами, т.е.

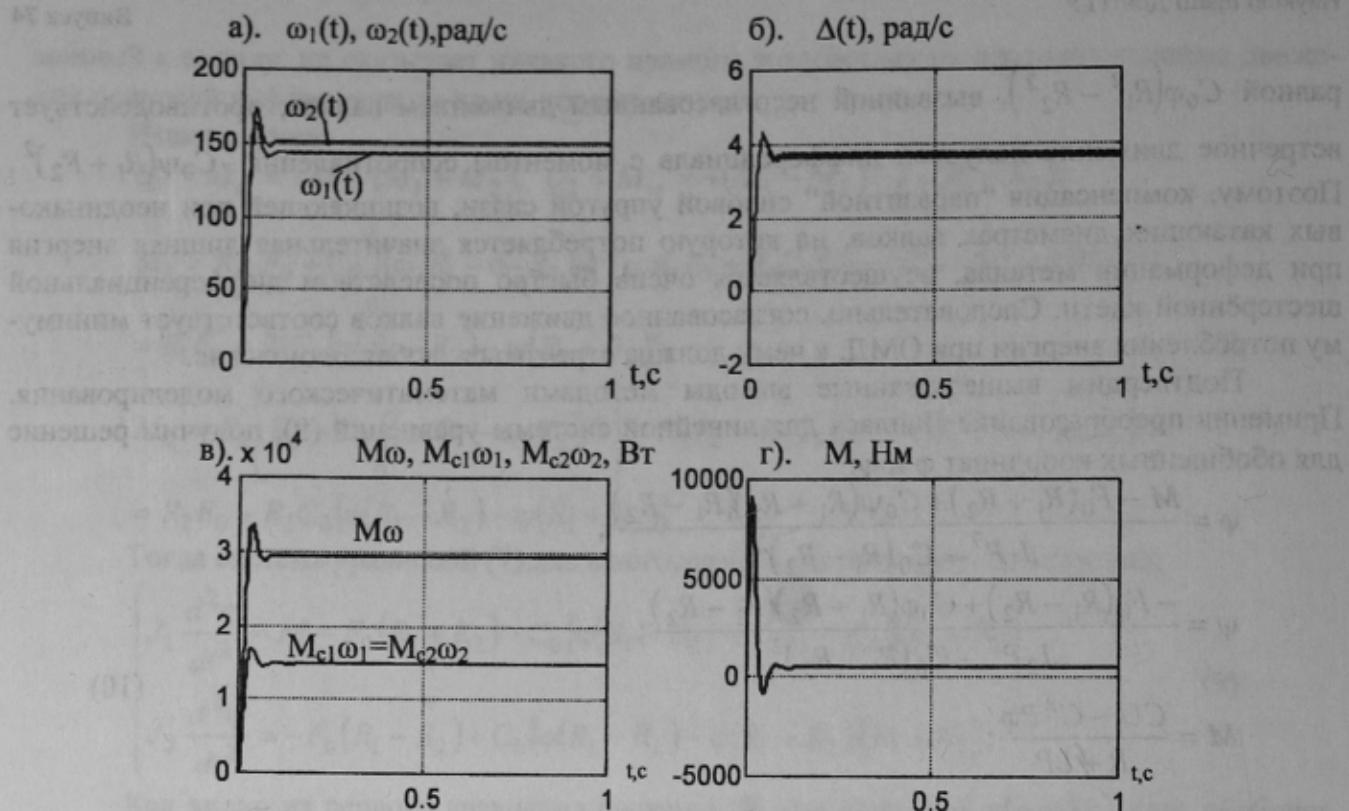
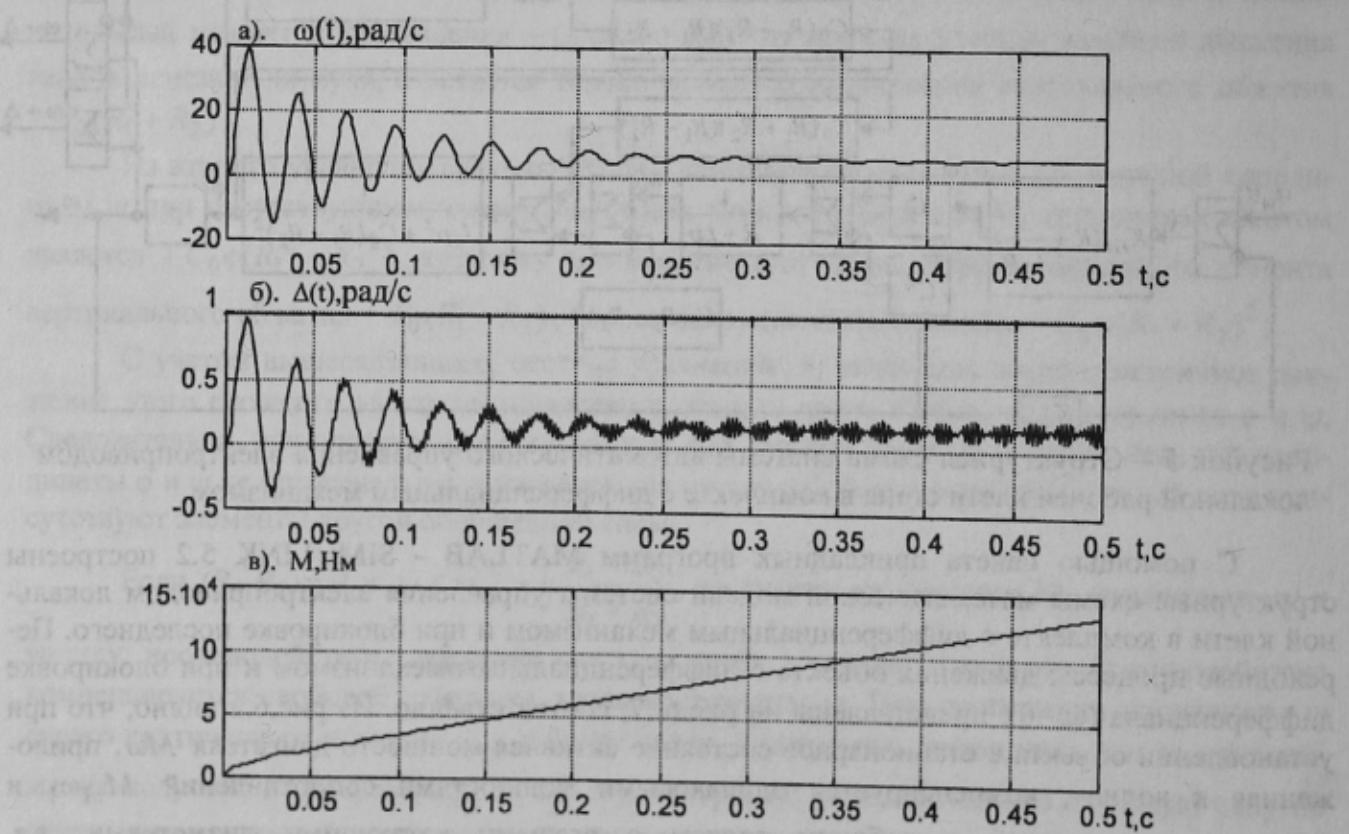


Рисунок 6 – Переходные процессы системи с дифференциальном узлом

$M\omega = M_{c1}\omega_1 + M_{c2}\omega_2$ ;  $M_{c1}\omega_1 = M_{c2}\omega_2$ . Таким образом, дифференциал - делитель подводимой мощности пополам между его двумя потребителями.

Переходные процессы рис.6.а показывают, что регулятор скорости полностью выпол-

Рисунок 7 – Переходные процессы системи при блокировке дифференциала  $\psi_c=0$

няет свою функцию регулирования по заданию скорости водила за счет неодинакового движения полуосей дифференциала. При блокировке дифференциала жесткая механическая связь превращает астатический регулятор в статический с ошибкой регулирования, равной 94% при постоянно возрастающем электромагнитном моменте (см. рис.7.в), который значительно превышает электромагнитный момент при свободном движении дифференциала, равный  $M=200$  Нм (см. рис.6.в). Отсюда следует, что объект поддается требуемому регулированию только при свободном относительном движении валков рабочей клети, т.е. при отсутствии блокировки дифференциала.

Учитывая вышесказанное можно сделать вывод: оперируя только лишь методами автоматического регулирования невозможно добиться согласования скоростей рабочих валков с разными катающими диаметрами в одной клети. Положительные же результаты появляются с дополнительным использованием механического саморегулирования посредством дифференциального узла, т.е. шестеренной дифференциальной клети.

Таким образом, для прокатных станов горячей прокатки трудно деформируемых марок стали, холодной прокатки, профилегибочных станов, с целью повышения качества выпускаемого продукта, снижения энергозатрат на технологию, уменьшения износа инструмента деформации, рекомендуется применять шестеренные дифференциальные клети в комплекте с рабочими клетями.

### Выводы.

1. Разработана математическая модель системы автоматического управления электроприводом локальной рабочей клети в комплекте с шестеренной дифференциальной клетью, определяемая двумя обобщенными координатами, связанными с углом поворота водила дифференциала  $\phi$  и углами полуосей дифференциала  $\phi_1=\phi-\psi$ ,  $\phi_2=\phi+\psi$ .

2. Методами математического моделирования подтверждено и доказано:

- мощность, подводимая электродвигателем к рабочей клети, однородно распределяется между рабочими валками посредством дифференциального узла, т.е.  $M_{c1}\omega_1 + M_{c2}\omega_2 = M\omega$ ,  $M_{c1}\omega_1 = M_{c2}\omega_2$  при неоднородных моментах нагрузки;
- согласованное движение рабочих валков с неодинаковыми катающими диаметрами в одной клети возможно лишь при наличии шестеренной дифференциальной клети, а при отсутствии последней, необходимо применение локальных электроприводов на каждый рабочий валок, которые управляются по мощности с однородными задающими воздействиями.

### Література

1. Марьин В.С., Тришевский И.С. Профилирование с холостым верхним валком // Сб. науч. тр. УкрНИИмет. Серія: Теорія і технологія виробництва економічних гнутих профілів проката, выпуск.15. - Хар'ков: УкрНИИмет, 1970. – С. 323-328.
2. Тришевский И.С., Гатилов Л.С., Докторов М.Е., Скоков Ф.И. Исследование скоростного режима профилирования // Сб. науч. тр. УкрНИИмет. Серія: Теорія і технологія виробництва економічних гнутих профілів проката, выпуск.15. - Хар'ков: УкрНИИмет, 1970. – С. 329-336.
3. Деклараційний патент на винахід № 36424А, Н 02 Р 7/68. Спосіб управління електроприводами неперервної технологічної лінії обробки металу тиском: Деклараційний патент на винахід № 36424А, Н 02 Р 7/68 /Титиевский В.М., Литвинов В.И., Горовой А.Б., Жукова Н.В., Рыпало Д.А., Подгорный И.В.; ВАТ "Завод "Універсалне обладнання". - № 99126860; Заявл. 16.12.99; Опубл. 16.04.01, Бюл. №3. – 5 с.
4. Планетарные передачи. Справочник под ред. д.т.н. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдишева. Ленинград, "Машиностроение", 1977, 536 с.
5. Н.Н. Бухгольц Основной курс теоретической механики. Ч1, 2. М: Наука, 1969г., 467с, 332 с.