

## ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИХ ДЕМОДУЛЯТОРІВ СИГНАЛІВ ІЗ ФРМ-2

Стеклов В.К., Мілих М.М., Кожин У.А.

Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, м. Київ

E-mail: [info@uniis.kiev.ua](mailto:info@uniis.kiev.ua)

### Abstract

*Steklov V.K., Milych M.M., Kozhin U.A. Antijamming of autocorrelation demodulators of signals with FDM-2. In clause the design procedure of FDM-2-signal's autocorrelation demodulator mistake's probability is submitted.*

При аналізі завадостійкості автокореляційних демодуляторів сигналів із ФРМ-2 виникає ряд труднощів, пов'язаних з наявністю декількох нелінійних перетворень у відповідних алгоритмах обробки. Тому в теоретичних дослідженнях з цього питання, як правило, обмежуються одержанням оцінок імовірностей помилки [1].

Досить гарною оцінкою знизу для імовірності помилки абсолютно інваріантного автокореляційного демодулятора сигналів із ФРМ-2 є формула імовірності помилки некогерентного демодулятора цих сигналів. Цей демодулятор призначено для роботи у каналі з відомою частотою сигналу, а його алгоритм заснований на обчисленні тригонометричних функцій другої різниці фаз через проекції прийнятого сигналу на ортогональні опорні коливання. Завадостійкість даного субоптимального демодулятора можна розрахувати по отриманій у свій час Ю.А.Судаковим формулі для імовірності відхилення більш ніж на  $\pi/2$  другої різниці фази суміші гармонійного сигналу з відомою частотою і гаусовського білого шуму:

$$P_{\text{н.о}} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\pi}h^3}{4} e^{-\frac{3}{2}h^3} \sum_{i=0}^{\infty} \left[ I_i\left(\frac{h^2}{2}\right) + I_{i+1}\left(\frac{h^2}{2}\right) \right]^2 \times \left[ I_{2i+0,5}\left(\frac{h^2}{2}\right) + I_{2i+1,5}\left(\frac{h^2}{2}\right) \right] \left[ \frac{(-1)^i}{2i+1} \right]. \quad (1)$$

Оскільки алгоритм автокореляційного прийому із сигналів ФРМ-2 зі зменшенням бази  $2FT$  вироджується в алгоритм некогерентного прийому сигналів із ФРМ-2 формула (1) може служити оцінкою знизу для завадостійкості абсолютно інваріантного демодулятора сигналів із ФРМ-2 при будь-якій базі  $2FT$  (нижня оцінка). Крім того, по цій же причині очікується, що при малих базах ця оцінка буде досить точною для практичних задач.

Знайдемо наближений вираз для завадостійкості інваріантного до частоти сигналу автокореляційного демодулятора ФРМ-2 при довільній базі  $2FT$  і порівняємо його з нижньою оцінкою (1)

Вихідним алгоритмом при аналізі є в даному випадку співвідношення у відповідності з яким у демодуляторі обчислюється величина

$$I = X_n X_{n-1} + Y_n Y_{n-1}, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} X_n &= \int_0^T x_n(t)x_{n-1}(t)dt; & X_{n-1} &= \int_0^T x_{n-1}(t)x_{n-2}(t)dt; \\ Y_n &= \int_0^T x_n(t)x_{n-1}^*(t)dt; & Y_{n-1} &= \int_0^T x_{n-1}(t)x_{n-2}^*(t)dt. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогічні (3) випадкові величини вже розглядалися при вивченні завадостійкості автокореляційного демодулятора ФРМ-1. Якщо корисні сигнали на трьох сусідніх посилках однакові, тобто передана друга різниця фаз  $\Delta^2\varphi=0$ , і база системи досить велика, то випадкові величини (3) можна приблизно вважати незалежними нормальними випадковими величинами із середніми значеннями, рівними енергії сигналу, і з дисперсіями рівними  $D=EN_0+N_0^2FT/2$ . Для подальшого розрахунку представимо, як і раніш, квадратичну форму (2) у виді суми квадратів:

$$I = 0,25 \left[ (X_n + X_{n-1})^2 + (Y_n + Y_{n-1})^2 - (X_n - X_{n-1})^2 - (Y_n - Y_{n-1})^2 \right] \quad (4)$$

Випадкова величина, аналогічна величині у квадратних дужках, розглядалася вище при вивченні завадостійкості оптимального некогерентного демодулятора сигналів з однократною ФРМ-1. Повторюючи ті ж викладення, одержуємо, що шукана імовірність помилки :

$$p_1^{(2)} \approx 0,5 \exp(-B^2/4D), \quad (5)$$

де

$$B = \sqrt{m^2(X_n + X_{n-1}) + m^2(Y_n + Y_{n-1})} = 2F; \quad D = 2EN_0 + N_0^2FT. \quad (6)$$

Підставивши (6) у (5), одержимо

$$p_1^{(2)} \approx \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{h^2}{2 + FT/h^2}\right). \quad (7)$$

Як видно, при  $FT=2$  формула (7) дає занижені значення імовірностей помилки. Однак відмінність між ними не дуже значна. Моделювання автокореляційного прийому сигналів з однократною ФРМ-2 показало, що (7) дає гарне наближення для імовірності помилки абсолютно інваріантного до частоти несучого коливання демодулятора сигналів із ФРМ при різних базах від  $FT=2$  до  $FT=10$ . Як видно, (7) дає гарну оцінку принаймні в діапазоні імовірностей помилки  $10^{-1} \dots 10^{-3} \dots [2]$ .

Яка ж плата за властивість абсолютної інваріантності до частоти несучого коливання, що досягається при автокореляційному прийомі сигналів із ФРМ-2? Для відповіді на це питання варто порівняти завадостійкість цього методу прийому з завадостійкістю автокореляційного прийому сигналів із ФРМ-1 при однаковій базі  $2FT$  і відсутності частотного розлагодження. Для найбільш характерного значення  $FT=2$  таке порівняння легке зробити. Як бачимо з порівняння, при відомій частоті сигналу ФРМ-2 програє ФРМ-1 приблизно 3дБ по енергії. Цей програш, однак швидко знижується і перетворюється у виграш при відхиленні частоти від несучого коливання або тривалості затримки в автокореляторі від номінального значення. Наприклад, при відхиленні  $\Delta f$  несучого коливання на чверть частоти маніпуляції  $\Delta f=1/4T$  автокореляційний демодулятор ФРМ-1 узагалі стає неприцездатним, а при відхиленні частоти на  $\Delta f=1/6T$  його завадостійкість

знижується приблизно на 3 дБ. У той же час автокореляційний демодулятор сигналів із ФРМ-2 абсолютно нечутливий до подібних розлагоджень частоти або еквівалентних їм змінам тривалості затримки. Таким чином, при відхиленні частоти несучого коливання більше, ніж на  $1/6T$ , де  $T$  – тривалість посилки сигналу, автокореляційний демодулятор ФРМ-2 перевершує автокореляційний демодулятор ФРМ-1 по завадостійкості [3].

Для детального аналізу порівняної завадостійкості автокореляційних демодуляторів ФРМ-2 і ФРМ-1 необхідно володіти залежностями імовірностями помилок демодулятора ФРМ-1 від розстроювання частоти несучого коливання. Ці залежності виявляються, доволі громіздкими, про свідчить, наприклад, отриманий вираз для випадку однократної ФРМ-1. Разом з тим достатні для практики наближені співвідношення можна отримати, якщо у відомі формули для імовірності помилки за відсутності розстроювання підставити замість відношення сигналу енергії до щільності шуму  $h^2$  еквівалентне відношення  $h_{\text{зкв}}^2 = h^2 \cos^2 \Delta\omega T$ , де  $\Delta\omega$  – розстроювання частоти;  $T$  – тривалість елементарного сигналу.

Наприклад, при авто кореляційному прийомі сигналів з однократною ФРМ-1 енергетична похибка такої оцінки не перебільшує 1 дБ при  $FT < 10$ ,  $h^2 \geq 4$  і  $\Delta\omega T \leq \pi/4$ .

Доволі значним виявляється також вигреш ФРМ-2 в порівнянні з ЧМ. При ЧМ нечутливість до частоти несучого коливання досягається за допомогою так званого вузькосмугового прийому по огинаючій, яка представляє собою модифікацію автокореляційного прийому. Імовірність помилки при цьому методі прийому

$$p_{\text{ЧМ}} \approx 0,5 \exp(-h^2/4). \quad (8)$$

Енергетичний вигреш ФРМ-2 порівняно з ЧМ при невизначеній частоті несучого коливання складає близько 2,3 дБ. Це є серйозною перевагою ФРМ-2.

Ще більшого ефекту можна досягнути при використанні відносно інваріантних автокореляційних демодуляторів сигналів з ФРМ-2. Імовірність помилки таких демодуляторів залежить від частоти несучого коливання, але в середньому виявляється менше ніж імовірність помилки абсолютно інваріантних демодуляторів.

Найдемо середню імовірність помилки  $p_{1cp}^{(2)}$  багатофазного автокореляційного демодулятора сигналів з ФРМ. В цьому демодуляторі відбувається автовибір сигналу на виході із  $n$  автокореляторів. Так як після автовибору автокорелятора з найбільшим вихідним сигналом і визначення знаку цього сигналу додаткові помилки можуть з'явитися тільки внаслідок вихідних помилок, які є на виході автокорелятора, шукана імовірність рівна

$$p_{1cp}^{(2)} = 2p_{\text{авт}}(1 - p_{\text{авт}}), \quad (9)$$

де

$$p_{\text{авт}} = \int_0^{2\pi} p_1^{(1)}(\varphi) W(\varphi) d\varphi; \quad (10)$$

$p_1^{(1)}(\varphi)$  – імовірність помилки авто кореляційного прийому сигналів з однократною ФРМ-1 як функція паразитного відхилення різниці фаз  $\varphi$  між прямим і затриманим сигналами на вході автокорелятора;  $W(\varphi)$  – щільність імовірності відхилення різниці фаз  $\varphi$ .

По (9) і (10) можна розрахувати імовірність помилки при будь якій кількості автокореляторів і будь якій базі системи. Від бази системи залежить  $p_1^{(1)}(\varphi)$ , а від числа автокорелятора – функція  $W(\varphi)$  в (10).

Як видно рівень сигналу на виході автокорелятора при зміні частоти змінюється за косинусоїдальним законом, тому еквівалентне відношення сигнал-шум для автокорелятора пов'язане з відношенням сигнал-шум на вході демодулятора наступним чином

$$h_{\text{авт}}^2 = h^2 \cos^2 \varphi. \quad (11)$$

Таким чином, для знаходження функції у випадку  $FT=2$  отримаємо

$$p_1^{(1)}(\varphi) = 0,5(1 + 0,25h^2 \cos^2 \varphi) \exp(-h^2 \cos^2 \varphi). \quad (12)$$

Будемо вважати далі, що паразитне відхилення фаз, рівне  $\varphi = \Delta\omega T$ , де  $\Delta\omega$  - відхилення частоти сигналу від номінального, розподілено рівномірно на інтервалі  $[0, 2\pi]$ :

$$W(\varphi) = 1/2\pi. \quad (13)$$

При використанні  $n$  автокореляторів інтервал зміни паразитного відхилення фази  $[0, 2\pi]$  складається з  $2n$  однакових інтервалів довжиною  $\pi/n$ , всередині яких відношення сигнал-шум змінюється за законом (11). Із урахуванням цього, підставивши (12) і (13) в (10), отримаємо наступні вирази для середньої імовірності помилки на виході автокорелятора в  $n$ -канальному демодуляторі сигналів з однократною ФРМ-2 при базі  $FT=2$ :

$$p_{\text{авт}} = \frac{n}{2\pi} \int_{-\pi/2n}^{\pi/2n} \exp(-h^2 \cos^2 \varphi) \left( 1 + \frac{h^2 \cos^2 \varphi}{4} \right) d\varphi. \quad (14)$$

Підставивши (14) в (9), отримаємо загальний вираз для шуканої імовірності помилки. При числі каналів обробки  $n > 3$  відносно інваріантний демодулятор сигналів з ФРМ-2 незначно відрізняється по завадостійкості від оптимального некогерентного і автокореляційного демодулятора сигналів з ФРМ-1.

Таким чином, якщо абсолютно інваріантний до частоти несучого колювання демодулятора сигналів з ФРМ-2 має майже таку ж завадостійкість, як оптимальний когерентний демодулятор сигналів ЧМ при точно відомій частоті, то відносно інваріантний демодулятор сигналів з ФРМ-2 наближується по завадостійкості до оптимального некогерентного демодулятора сигналів з ФРМ-1.

З цього можна зробити висновок, що вказане незвичайне поєднання високої стійкості по відношенню до флуктуаційного шуму і нечутливості до розстроювання частоти несучого колювання передбачає значний практичний інтерес до автокореляційної обробки сигналів з ФРМ другого порядку.

### Література

1. Окунев Ю. Б., Финк Л. М. Помехоустойчивость двоичных систем с фазоразностной модуляцией второго порядка при различных методах приема // Радиотехника. – 1984. – С. 3-8.
2. Стеклов В. К., Беркман Л. Н., Пезенцали Г. И. Возможности использования методов многоканальной модуляции для сетей доступа // Зв'язок. – 2000. - № 4. – С. 43-48.
3. Окунев Ю. Б. Цифровая передача информации фазомодулированными сигналами. – М.: Радио и связь. – 1991. – 296 с.