

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОЙ ЛИСТОПРОКАТКИ КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Борисов А.А., Мокрый Г.В.

Донецкий национальный технический университет

Решение задач достижения наивысших технико-экономических показателей листопрокатного производства предопределяет дальнейшее совершенствование механического оборудования и систем автоматического управления технологическим процессом. Анализ работ специалистов в области непрерывной прокатки позволяет сделать вывод, что если в области совершенствования механического оборудования наблюдаются определённые устоявшиеся направления, то в области автоматизации и управления процессом непрерывной прокатки на базе современных компьютерных технологий такие направления сформированы недостаточно полно. Отмечая наличие определённых наработок в области разработки динамических математических моделей стана, как многосвязного объекта управления, в 80-е годы прошлого столетия, необходимо констатировать очень слабый прогресс в этой области в последующее время. Более того, в некоторых системах управления прокатным производством, например компьютерной САУ «Cold Rolling» [1], отечественные специалисты используют методы статической оптимизации, что по сути является откатом назад в области оптимизации управления станом. Между тем, модернизация САУ непрерывной прокаткой на базе совершенствования алгоритмов управления является существенным резервом в обеспечении наивысших технико-экономических показателей листопрокатного производства. Эффективно работающая САУ позволяет одновременно с повышением качества листа снизить число пропусков полосы, тем самым позволяя сократить количество клеток ещё на стадии проектировки прокатных станов и, следовательно, снизить себестоимость оборудования.

Несмотря на большое количество публикаций в мире по автоматизации прокатки, сегодня говорить о высоких показателях в этой области научных разработок, на наш взгляд, нельзя. Причина такого состояния вопроса, видимо, в несовершенстве имеющееся

математического описания динамики непрерывной прокатки с точки зрения автоматизации. В ряде случаев это можно объяснить тем, что уравнения, приводимые классиками теории прокатки, оказываются малоприспособленными для разработчиков систем автоматизации на базе ЭВМ из-за сложности объекта управления. Так, рабочий режим только отдельной  $i$ -й клетки характеризуется достаточно большим комплексом параметров, определяющих её текущее состояние:  $H_{i-1}^*$  - толщина полосы входящей в  $i$ -ю клетку,  $H_i$  - толщина полосы выходящей из  $i$ -й клетки,  $T_{i-1}$  - натяжение полосы на входе в  $i$ -ю клетку,  $T_i$  - натяжение полосы на выходе из  $i$ -й клетки,  $v_{i-1}$  - скорость полосы на входе в  $i$ -ю клетку,  $v_i$  - скорость полосы на выходе из  $i$ -й клетки,  $d_i$  - зазор между валками,  $P_i$  - усилие прокатки,  $M_i$  - момент прокатки для  $i$ -й клетки,  $\omega_i$  - угловая скорость вала  $i$ -й клетки,  $V_i$  - линейная скорость полосы на выходе из  $i$ -й клетки,  $V_{O_i}$  - окружная скорость вала  $i$ -й клетки;  $S_i$  - опережение полосы,  $l_i$  - длина дуги захвата с учётом упругого сплющивания валков,  $U_{\partial i}$  - напряжение управляющего сигнала на систему ТП-Д  $i$ -й клетки главного привода,  $I_{\partial i}$  - ток двигателя  $i$ -й клетки,  $K_i$  - коэффициент жесткости упругой системы клетка-валок,  $d_{\Pi i}$  - толщина масляной плёнки в подшипниках,  $P_{in}$  - давление предварительного поджима (забоя) валков,  $\mu_i$  - коэффициент трения между прокатываемым металлом и валками,  $d_i$  - диаметр недеформированного рабочего вала,  $B$  - ширина полосы,  $\sigma_{i-1}, \sigma_i$  - пределы текучести до и после обжатия,  $\psi_i$  - коэффициент плеча (положения) усилия прокатки и др.

Учёт такого количества переменных и условно-постоянных параметров клетки представляет довольно непростую задачу, а зависимости между ними довольно сложны. Кроме того технология холодной прокатки предполагает упругую механическую взаимосвязь между клетями через лист, что приводит к влиянию рабочих параметров одной клетки на параметры смежных клеток, что ещё больше усложняет задачу.



С точки зрения системного анализа, вышеприведенные параметры образуют вектор состояния  $\bar{X}_i(t)$  технологического процесса в  $i$ -й клетки который принадлежит области допустимых режимов прокатки  $\Omega$  и является объединением трёх подвекторов  $\bar{\Lambda}_i(t), \bar{F}_i(t), \bar{U}_i(t)$  принадлежащих соответственно проекционному  $\Omega_{\Lambda_i}$ , возмущающему  $\Omega_{F_i}$  и управляющему  $\Omega_{U_i}$  подпространствам параметров, для которых  $\Omega = \Omega_{\Lambda} \cup \Omega_{F} \cup \Omega_{U}$ . Эксплуатация непрерывных станов происходит при непрерывно изменяющихся из-за различного рода возмущений параметрах режима, что приводит к нестационарности процесса прокатки.

Преодолев вышеприведенные трудности и создав достаточно точную математическую модель на базе классической теории прокатки, возникнет проблема обеспечения требуемой скорости решения задачи. Даже для решения статических задач такого уровня на современной технике требуются секунды [1]. Скорость прокатки современных станов может составлять десятки метров в секунду, следовательно время вычислений ограничено сотыми или в лучшем случае десятыми долями секунды.

Поэтому, математическая модель процесса прокатки должна удовлетворять двум противоречивым друг другу требованиям: она должна быть максимально адекватной процессам в стане при достаточно простой структуре для обеспечения требуемого быстродействия.

Несовершенство математического описания с точки зрения удовлетворения этим требованиям, видимо, и является основным фактором тормозящим формирование направлений совершенствования АСУ ТП прокатных станов.

Наиболее существенным вкладом в разработку многосвязной динамической модели прокатного стана являются работы Н.Н. Дружинина и его последователей [2,3]. Однако, его подход не стал основополагающим в формировании направлений совершенствования алгоритмов управления прокатным станом, так как модель Дружинина не полностью соответствует вышеприведенным требованиям. В ней не учитывается динамика нажимных устройств, нет ясности в расчёте опережения полосы,

вызывает сомнение удовлетворительность постоянства технологических коэффициентов и, вообще, целесообразность линеаризации модели.

Спорны утверждения, что невозможно решение в элементарных функциях системы уравнений связывающих между собой скорости двигателей смежных клеток с учётом закона сплошности и при рассмотрении возмущений в системе стана при постоянной скорости прокатки межклетевое запаздывание можно считать величиной постоянной, так как скорость полосы не претерпевает значительных изменений в переходном процессе.

Предлагается модель основанная на несколько отличных от традиционных представлениях о кинематике прокатки.

Рассмотрим схему прокатки для двух клеток показанную на рис. 1.

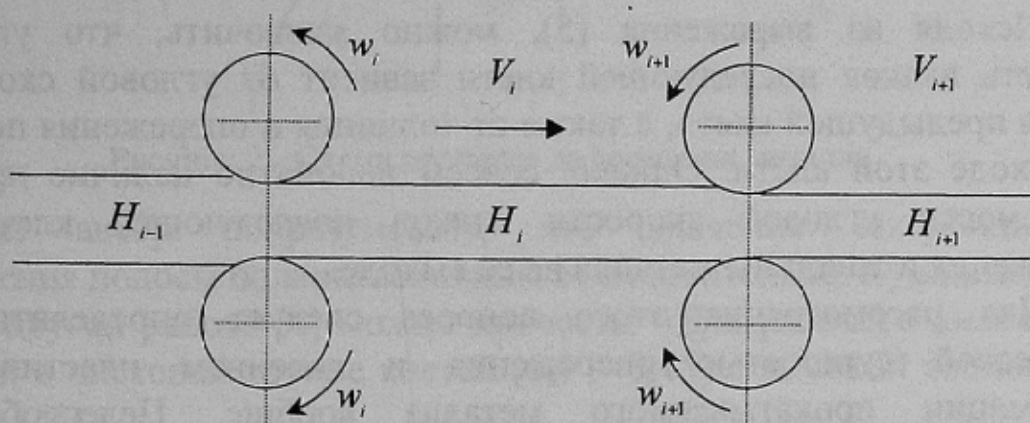


Рисунок 1 - Схема прокатки для двух клеток

Традиционно скорость движения металла после обжатия в клетях определяется формулой

$$V_i = V_{O_i}(1 + S_i) = \frac{w_i d_i}{2}(1 + S_i). \quad (1)$$

Отсюда согласно закону постоянства секундного объёма (закону сплошности)

$$F_1 V_1 = F_2 V_2 = \dots = F_i V_i = \dots = F_n V_n = const, \quad (2)$$

где  $F$  – сечение металла, для угловых скоростей



$$\begin{aligned}
 F_1 \frac{w_1 d_1}{2} (1 + S_1) &= F_2 \frac{w_2 d_2}{2} (1 + S_2) = \dots = \\
 &= F_i \frac{w_i d_i}{2} (1 + S_i) = \dots = F_n \frac{w_n d_n}{2} (1 + S_n)
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

или пренебрегая уширением полосы

$$\begin{aligned}
 H_1 \frac{w_1 d_1}{2} (1 + S_1) &= H_2 \frac{w_2 d_2}{2} (1 + S_2) = \dots = \\
 &= H_i \frac{w_i d_i}{2} (1 + S_i) = \dots = H_n \frac{w_n d_n}{2} (1 + S_n)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Окончательное выражение для соотношения скоростей смежных клеток имеет вид

$$\frac{w_{i+1}}{w_i} = \frac{H_i (1 + S_i)}{H_{i+1} (1 + S_{i+1})}.
 \tag{5}$$

Исходя из выражения (5), можно заключить, что угловая скорость валков последующей клетки зависит от угловой скорости валков предыдущей клетки, а также от толщины и опережения полосы на выходе этой клетки. Однако, совсем непонятно наличие прямой зависимости угловой скорости валков последующей клетки от опережения и толщины металла на её выходе.

Для рассмотрения этого вопроса следует определиться с физической сущностью опережения и явлением пластической деформации прокатываемого металла вообще. Целесообразно рассматривать эти явления только в интересующем нас аспекте. Явление опережения скорости металла на выходе из клетки сопровождается явлением отставания скорости полосы на её входе (рис.2).

Физической основой опережения является вытяжка металла после деформации. Последнее утверждение не всегда находит понимание у специалистов по прокатке. Так в работе [2] отмечается: "... даже при условии пренебрежения опережением металла линейная скорость на окружности валка  $\mathcal{G}_{Bi}$  не равна скорости выхода металла из валков. Для рассматриваемого случая эти скорости связаны соотношением

$$\mathcal{G}_i = \mathcal{G}_{Bi} (1 + \varepsilon_{i,i+1}),
 \tag{6}$$

где  $\varepsilon_{i,i+1}$  - величина относительного удлинения полосы.”

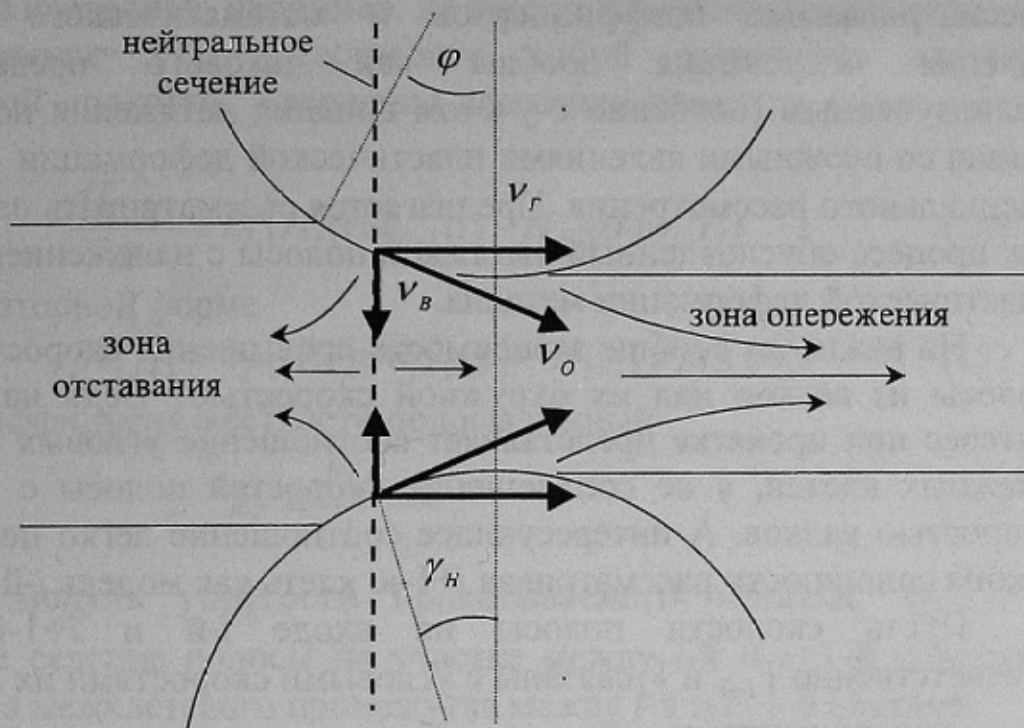


Рисунок 2 - Схема процесса деформации металла

Т.е. автор подразумевает, что значение коэффициента опережения полосы больше величины её относительного удлинения.

В другой работе [4] можно прочесть: «Для рабочего диапазона обжатий в чистовой группе клетей (0,1 – 0,45) с высокой точностью (лучше 3 %)

$$S_0 \approx 0,277\varepsilon_{pi} = \frac{h_{0i} - h_{1i}}{h_{0i}}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_{pi}$  - относительное обжатие в  $i$ -й клетки.»

Учитывая, что относительное обжатие равно относительному удлинению полосы, здесь коэффициент опережения полосы значительно меньше величины её относительного удлинения.

Очевидна полярность двух представлений об взаимосвязи коэффициентов опережения и вытяжки полосы. Авторы данной публикации согласны, что коэффициент опережения полосы меньше величины её относительного удлинения, но подвергают сомнению значение коэффициента пропорциональности 0,277 полученного исходя из геометрических соотношений параметров очага

деформации по формуле Финка-Дрездена. Вопрос соотношения рассматриваемых коэффициентов и математического описания явления опережения вообще как такового представляется малоизученным (особенно с учётом влияния натяжения полосы), он связан со сложными явлениями пластической деформации и требует специального рассмотрения. Предлагается рассматривать опережение как процесс обусловленный вытяжкой полосы с наложением явлений пластической деформации металла.

Но важна ли вообще зависимость превышения скорости выхода полосы из валков над их окружной скоростью? Ведь наибольший интерес при прокатке представляет соотношение угловых скоростей смежных клеток, а не соотношение скоростей полосы с окружной скоростью валков. А интересующее соотношение легко получить из закона сплошности рассматривая  $i+1$ -ю клетку как модель  $i$ -й клетки.

Пусть скорости полосы на входе  $i$ -й и  $i+1$ -й клеток соответственно  $V_{i-1}$  и  $V_i$  связаны с угловыми скоростями их валков  $w_i$  и  $w_{i+1}$  соотношениями

$$\begin{aligned} V_{i-1} &= k_i w_i \\ V_i &= k_{i+1} w_{i+1} \end{aligned}$$

где  $k_i$  и  $k_{i+1}$  - соответствующие коэффициенты пропорциональности.

Тогда, из закона сплошности (2)

$$F_{i-1} k_i w_i = F_i k_{i+1} w_{i+1} = const. \quad (8)$$

Рассматривая  $i+1$ -ю клетку как модель  $i$ -й клетки можно утверждать, что можно подобрать такие режимы обжатий близкие к оптимальным в этих клетках при которых  $k_i = k_{i+1}$ . Тогда, пренебрегая уширением полосы, можно записать

$$H_{i-1} w_i = H_i w_{i+1} = const. \quad (9)$$

Таким образом, получено новое выражение для постоянной стана.

В реальных условиях прокатки  $k_i \approx k_{i+1}$ , но учёт рассогласования этих коэффициентов математическими методами нецелесообразен ввиду несоответствия повышения точности расчётов от их учёта значительному усложнению математического описания процесса и как следствие снижению быстродействия регуляторов на



базе его математической модели. Здесь более приемлемы методы адаптивной настройки, например, на базе теории нейронных сетей.

Выражение (9) представляет собой уравнение статики непрерывной прокатки. Уравнение динамики прокатки будет иметь вид

$$\frac{dT_{i,i+1}}{dt} = k_T (H_i(t)w_{i+1}(t) - H_{i-1}(t)w_i(t)) \quad (10)$$

или в операторной форме

$$pT_{i,i+1} = k_T (H_i(p)w_{i+1}(p) - H_{i-1}(p)w_i(p)), \quad (11)$$

где  $k_T$  - коэффициент жёсткости полосы равный

$$k_T = \frac{EQ_{i,i+1}}{l_{i,i+1}}, \quad (12)$$

где  $E$  - модуль упругости прокатываемого металла,  $Q_{i,i+1}$  - поперечное сечение полосы на участке между  $i$ -й и  $i+1$ -й клетями,  $l_{i,i+1}$  - длина межклетевого промежутка между  $i$ -й и  $i+1$ -й клетями.

Из выражения (11) видно, что основное уравнение динамики непрерывной прокатки нелинейно, причём нелинейность выражена произведением переменных аргументов, что доказывает нецелесообразность линеаризации математической модели объекта управления и оптимизации процесса управления на базе линейной теории автоматического регулирования.

Таким образом, система уравнений описывающая процесс прокатки будет иметь вид:

$$\begin{cases} H_i(p) = K_{Hi}(p)u_{Hi}(p) + k_H \\ H_i^{i+1}(p) = H_i(p)e^{-\tau_i(p)p} \\ w_i(p) = K_{wi}(p)u_{wi}(p) - K_{Mi}(p)M_{ci}(p) \\ M_{ci}(p) = k_{Mi}(H_{i-1}(p) - H_i(p)) + R_i\{T_{i-1,i}(p) - T_{i,i+1}(p)\} \\ pT_{i,i+1}(p) = k_{Ti,i+1}(H_i(p)w_{i+1}(p) - H_{i-1}(p)w_i(p)) \end{cases}, \quad (13)$$

где  $K_{Hi}(p)$  - передаточная функция замкнутой системы управления нажимным устройством,  $u_{Hi}(p)$  - значение управляющего сигнала на входе системы управления нажимным устройством,  $K_{wi}(p)$  -



передаточная функция замкнутой системы управления скоростью двигателя главного привода,  $u_{wi}(p)$  - задание на систему управления скоростью двигателя главного привода,  $K_{Mi}(p)$  - передаточная функция двигателя главного привода по моменту нагрузки,  $M_{Ci}(p)$  - момент нагрузки двигателя главного привода,  $R_i$  - радиус валков,  $k_H, k_M, k_T$  - адаптивные коэффициенты соответственно в каналах изменения толщины, момента прокатки и натяжения полосы (определяются, например, на базе теории нейросетей),  $\tau_i(p)$  - межклетевое запаздывание, которое является переменным и определяется как отношение межклетевого расстояния к скорости полосы на выходе из предшествующей клетки (скорость проката на выходе клетки целесообразно определять прямым измерением на стане с помощью датчика).

#### Выводы

1. Основное уравнение динамики непрерывной прокатки нелинейно, причём нелинейность выражена произведением переменных аргументов.

2. Линеаризация модели объекта управления и оптимизация процесса управления на базе линейной теории автоматического регулирования нецелесообразна.

3. Непрерывный стан следует рассматривать как многосвязный нелинейный объект с переменным запаздыванием.

#### Список источников

1. В.Л. Мазур, О.М. Саф'ян, І.Ю. Приходько, О.І.Яценко. Управління якістю тонколистового прокату. – К.: Техніка, 1997. -384 с.
2. Дружинин Н.Н. Непрерывные станы как объект автоматизации. – М.: Металлургия, 1975. -336 с.
3. Бройдо Б.С. Синтез систем автоматического управления непрерывными станами холодной прокатки. – М.: Металлургия, 1978. -160 с.
4. Автоматизация управления листовыми прокатными станами / Кузнецов Б.И., Опрышко И.А., Богаенко И.Н. и др. – К.: Техника, 1992. - 231 с.