

Рисунок 8

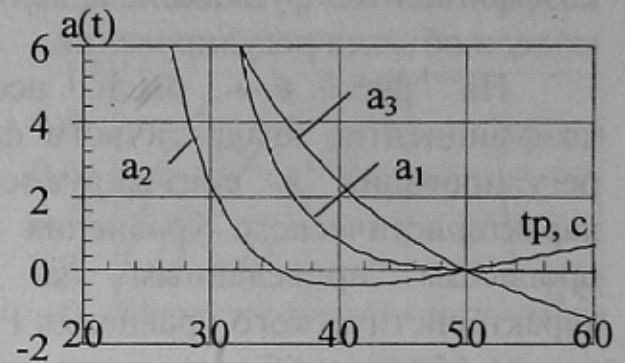


Рисунок 9

Для кожної конкретної синтезуваної системи діапазон позитивних значень весових коефіцієнтів залежить від динамічних властивостей об'єкта і заданого часу регулювання.

Аналогічно були проведені дослідження систем управління нелінійним об'єктом. Показано, що, в цьому випадку, весові коефіцієнти будуть уже не константами, а функціями, залежними від нелінійних властивостей об'єкта.

#### Список источников

Жиляков В. И. К определению весовых коэффициентов функционалов качества. Электромеханика, 1984, №6, с. 98-93.

## УПРАВЛЕНИЕ МЕХАНИЗМАМИ ОБМОТОЧНЫХ МАШИН.

Кузнецов Б.И., Чаусов А.А., Колесникова Л.Н., Лутай С.Н.

Украинская инженерно – педагогическая академия

Точность поддержания заданного натяжения обмоточных лент и скорости вращения приводного механизма в значительной степени определяет качество кабельной продукции. Заданное значение натяжения изменяется, прежде всего, по мере уменьшения кружка обмоточной ленты. Регулирование натяжения с помощью механических или электрических устройств вызывает изменение скорости вращения приводного механизма. Радикальное повышение точности поддержания заданного натяжения и скорости вращения может быть достигнуто с помощью двухканального управления одновременно натяжением и скоростью с помощью взаимосвязанного регулятора.

Для синтеза системы управления необходима математическая модель обмоточной машины, как объекта управления по каналам регулирования натяжения обмоточной ленты и скорости вращения приводного механизма с учетом исполнительных двигателей приводного и тормозного механизмов. Рассмотрим вначале обмоточную машину без учета приводного и тормозного механизма [1].

Введем вектор состояния  $\bar{x}(t)$ , компонентами которого являются скорость приводного механизма  $V_n(t)$ , скорость изменения силы тормозного механизма  $V_T(t)$ , сила тормозного механизма  $F_T(t)$ , скорость схода ленты с кружка  $V(t)$  и натяжение  $S(t)$ :

$$\bar{x}(t) = \{V_n(t), V_m(t), F_m(t), V(t), S(t)\}^T$$

Введем вектор управления  $\bar{u}(t)$ , компонентами которого являются сила приводного двигателя  $F_d(t)$  и напряжение на тормозном двигателе  $U_T(t)$ :

$$\bar{u}(t) = \{F_d(t), U_T(t)\}^T$$

Тогда в уравнении состояния системы

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t)$$

матрица состояния  $A$  примет следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_n}{I_n} & & & & -\frac{\lambda_n^2}{I_n} \\ & -k_5 & -k_6 & & \\ & 1 & & & \\ & & -\frac{R^2}{I} & -\frac{\beta}{I} & \frac{r^2}{I} \\ C_s & & & -C_s & \end{bmatrix};$$

Рассмотренная математическая модель обмоточной машины не учитывает наличие в ней упругих элементов между валом двигателя и

приводным механизмом. В тоже время приводной двигатель расположен на значительном расстоянии от приводного механизма и связан с ним валом через редуктор. Для быстроходных обмоточных машин влияние наличия упругих элементов между валом приводного двигателя и приводным механизмом оказывает существенное влияние на динамику обмоточной машины. Для учета влияния этих упругих элементов запишем основные уравнения динамики приводного двигателя и приводного механизма в виде двухмассовой системы. [3]

Введем вектор состояния  $\vec{x}(t)$ , компонентами которого являются скорость приводного двигателя  $V_d(t)$ , сила упругости  $F_y(t)$ , скорость приводного механизма  $V_n(t)$ , скорость изменения силы тормозного механизма  $V_T(t)$ , сила тормозного механизма  $F_T(t)$ , скорость схода ленты с кружка  $V(t)$  и натяжение  $S(t)$ :

$$\vec{x}(t) = \{V_d(t), F_y(t), V_n(t), V_T(t), F_T(t), V(t), S(t)\}^T$$

Тогда в уравнении состояния системы для тех же компонент вектора управления матрица состояния  $A$  примет следующий вид:

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \frac{\beta_m}{m_d} & -\frac{1}{m_d} & \frac{\beta_m}{m_d} & & & & \\ \hline C & & -C & & & & \\ \hline \frac{\beta_m R_n^2}{I_n} & \frac{R_n^2}{I_n} & \frac{\beta_m R_n^2}{I_n} - \frac{\beta_n}{I_n} & & & & -\frac{\lambda_n^2}{I_n} \\ \hline & & & -k_5 & -k_6 & & \\ \hline & & & 1 & & & \\ \hline & & & & -\frac{R^2}{I} & -\frac{\beta}{I} & \frac{r^2}{I} \\ \hline & & C_s & & & -C_s & \\ \hline \end{array}$$

Исполнительный двигатель приводного механизма расположен на значительном расстоянии от обмоточной машины и приводит во вращение обмотчики через общий редуктор. Для быстроходных обмоточных машин, особенно для бронеобмотчиков, на динамику движения обмоточной машины оказывает влияние наличие упругих элементов как между приводным двигателем и редуктором, так и

между редуктором и приводным механизмом. При этом скорости вращения приводного двигателя  $V_d$ , редуктора  $V_p$  и приводного механизма  $V_n$ , особенно в переходных процессах, не совпадают. Рассмотрим трансмиссию машины как трехмассовую систему с тремя сосредоточенными массами: массой двигателя  $m_d$ , массой редуктора  $m_p$  и моментом инерции приводного механизма  $I_n$ , соединенных упругими валами с коэффициентами жесткости  $C_1$  и  $C_2$  и коэффициентами внутреннего вязкого трения  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

Введем вектор состояния  $\vec{X}(t)$  этой системы в следующем виде:

$$\vec{X}(t) = \{V_d(t), F_{y1}(t), V_p(t), F_{y2}(t), V_n(t), V_m(t), F_m(t), V(t), S(t)\}^T.$$

Тогда матрица состояния обмоточной машины примет следующий вид:

$$A = \begin{array}{cccccccc}
 \frac{\beta_1}{m_d} & -\frac{1}{m_d} & \frac{\beta_1}{m_d} & & & & & & \\
 c_1 & & -c_1 & & & & & & \\
 \frac{\beta_1}{m_p} & \frac{1}{m_p} & -\frac{\beta_1 - \beta_2}{m_p} & -\frac{1}{m_p} & \frac{\beta_2}{m_p} & & & & \\
 & & c_2 & & -c_2 & & & & \\
 & & \frac{\beta_2 R_n^2}{I_n} & \frac{R_n^2}{I_n} & a_{55} & & & & -\frac{\lambda_n^2}{I_n} \\
 & & & & & -k_5 & -k_6 & & \\
 & & & & & 1 & & & \\
 & & & & & & -\frac{R^2}{I} & -\frac{\beta}{I} & \frac{r^2}{I} \\
 & & & & c_3 & & & -c_3 & 
 \end{array}$$

где  $a_{55} = -\left(\frac{\beta_2 R_n^2}{I_n} - \frac{\beta_n}{I_n}\right)$

В этих уравнениях  $m_d, m_p$  массы движущихся частей двигателя и редуктора;  $C_1, C_2$ -коэффициенты жесткости валов, соединяющих двигатель с редуктором (быстроходного вала) и редуктор с приводным механизмом (тихоходный вал);  $\beta_1, \beta_2$ -коэффициент внутреннего вязкого трения этих валов.

По сравнению с двумассовой системой новыми компонентами вектора состояния являются:  $F_{y1}, F_{y2}$ -силы упругости передаваемые быстроходными и тихоходными валами соответственно;  $V_d, V_p$  – скорости движения двигателя и редуктора;

Основное назначение системы управления обмоточной машиной заключается в поддержании скорости вращения приводного

механізму  $V_{\Pi}(t)$  і натяження обмоточної ленти  $S(t)$  на заданих рівнях  $V_3$  і  $S_3$ .

Введем вектор виходних координат

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t),$$

компонентами которого являются

$$\bar{y}(t) = \{V(t), S(t)\}^T$$

и вектор задающих воздействий

$$\bar{y}_3(t) = \{V_3(t), S_3(t)\}^T.$$

Рассмотрим построение оптимального астатического регулятора системы. Введем вектор вспомогательных переменных астатического регулятора с уравнением состояния

$$\frac{d\bar{z}(t)}{dt} = \bar{y}_3(t) - \bar{y}(t)$$

где  $\bar{y}_3(t)$  и  $\bar{y}(t)$ -вектора заданных и фактических скоростей двигателя  $V_{\Pi}(t)$  и натяжения  $S(t)$ . Рассмотрим расширенную систему, включающую исходную систему и вектор вспомогательных переменных. В блочном виде уравнение примет следующий вид:

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\tilde{u}(t) + \tilde{B}_3\bar{y}_3(t)$$

компонентами вектора состояния  $\tilde{x}(t)$  расширенной системы являются вектор состояния исходной системы  $\bar{x}(t)$  и вспомогательный вектор  $\bar{z}(t)$  так, что  $\tilde{x}(t) = \{\bar{x}^T(t), \bar{z}^T(t)\}^T$ . Тогда матрица состояния  $\tilde{A}$ , управления  $\tilde{B}$  и управления  $\tilde{B}_3$  по вектору задания  $\bar{y}_3(t)$  расширенной системы примут следующий вид:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

Синтезируем оптимальный регулятор для рассматриваемой расширенной системы. Наиболее общим квадратичным функционалом качества является функционал вида

$$I[x, U] = \int_{t_0}^{t_k} [\bar{x}^T(t)R_1\bar{x}(t) + \bar{U}^T(t)R_2\bar{U}(t)]dt$$

где  $R_1$  и  $R_2$ -постоянно положительно определенные симметрические матрицы.

Задача усложняется в связи с наличием падающего участка в характеристике момента трения. При этом зависимость момента сопротивления  $M_c$  от скорости скольжения  $\omega_{ck}$  рабочего органа аппроксимируют полиномом

$$M_c(\omega_{ck}) = \sum_{i=0}^n \beta_{ci} \omega_{ck}^i,$$

степень которого  $n$  обычно не превышает трех [2]. На плавность движения рабочего органа, особенно на “ползучих” скоростях, влияют погрешности редукторов, неравномерность магнитного потока, а следовательно, и момента исполнительного двигателя и другие факторы, с учетом которых исходная система становится нелинейной

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \Phi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)), \\ \bar{y}(t) &= \varphi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)), \end{aligned}$$

в которой векторные функции  $\Phi(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$ ,  $\varphi(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$  могут быть представлены в следующем виде

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) &= A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t) + \sum_{i=2}^n f_i(\bar{x}(t), \bar{u}(t)), \\ \varphi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) &= C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t) + \sum_{i=2}^n h_i(\bar{x}(t), \bar{u}(t)), \end{aligned}$$

где символ  $i$  указывает порядок формы от векторов состояния  $\bar{x}(t)$  и управления  $\bar{u}(t)$ .

Рассмотрим задачу синтеза оптимального управления  $\bar{u}(t)$ , минимизирующего функционал

$$J = \int_0^{\infty} \psi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) dt,$$

Предполагается, что функция  $\psi(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$  является аналитической и разлагается в степенной ряд

$$\psi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) = \sum_{i=2}^{n+1} \psi_i(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$$

Будем искать оптимальное управление  $\bar{u}(t)$  в форме обратных связей по полному вектору состояния

$$\bar{u}(t) = \sum_{i=1}^n \bar{u}_i(\bar{x}(t))$$

Введем функцию Ляпунова

$$V(\bar{x}(t)) = \sum_{i=2}^{n+1} V_i(\bar{x}(t))$$

Тогда на основании достаточного условия оптимальности минимум критерию обеспечивает оптимальное управление, образующее систему уравнений, эквивалентную уравнению Гамильтона-Якоби-Беллмана [3]:

$$\Phi^T(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) \frac{\partial V(\bar{x}(t))}{\partial \bar{x}(t)} + \psi(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) = 0$$

$$\frac{\partial \Phi^T(\bar{x}(t), \bar{u}(t))}{\partial \bar{u}(t)} \frac{\partial V(\bar{x}(t))}{\partial \bar{x}(t)} + \frac{\partial \psi(\bar{x}(t), \bar{u}(t))}{\partial \bar{u}(t)} = 0$$

При управлении обмоточной машиной с помощью ЭВМ по исходной непрерывной модели обмоточной машины получим её дискретный аналог.

$$\bar{X}(k+1) = A_\partial \bar{X}(k) + B_\partial \bar{u}(k),$$

где  $A_\partial = e^{AT} = T + AT + \frac{A^2 T^2}{2!} + \dots + \frac{A^n T^n}{n!}$

$$B_\partial = BT + B \frac{AT^2}{2!} + \dots + B \frac{A^{n-1} T^n}{n!}$$

$T$  - период дискретности работы ЭВМ.

Рассмотрим построение оптимального астатического дискретного регулятора. Введем вектор вспомогательных переменных цифрового астатического регулятора с уравнением состояния

$$\bar{z}(k+1) = \bar{z}(k) + \bar{y}_3(k) - \bar{y}(k)$$

где  $\bar{y}_3(k)$  и  $\bar{y}(k)$  - вектора заданных и фактических скоростей двигателя  $V_d(k)$  и натяжения  $S(k)$ . Рассмотрим расширенную систему, включающую исходную систему и вектор вспомогательных переменных. В блочном виде уравнение примет следующий вид:

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\tilde{u}(k) + \tilde{B}_3\tilde{y}_3(k)$$

компонентами вектора состояния  $\tilde{x}(k)$  расширенной системы являются вектор состояния исходной системы  $\bar{x}(k)$  и вспомогательный вектор  $\bar{z}(k)$  так, что  $\tilde{x}(k) = \{\bar{x}^T(k), \bar{z}^T(k)\}^T$ . Тогда матрица состояния  $\tilde{A}$ , управления  $\tilde{B}$  и управления  $\tilde{B}_3$  по вектору задания  $\tilde{y}_3(k)$  расширенной системы примут следующий вид:

$$\tilde{A} = \begin{Bmatrix} A & \\ -C & I \end{Bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{Bmatrix} B \\ -D \end{Bmatrix}, \quad \tilde{B}_3 = \begin{Bmatrix} \\ I \end{Bmatrix}.$$

Синтезируем оптимальный регулятор для рассматриваемой расширенной системы, так, чтобы минимизировать квадратичный критерий качества.

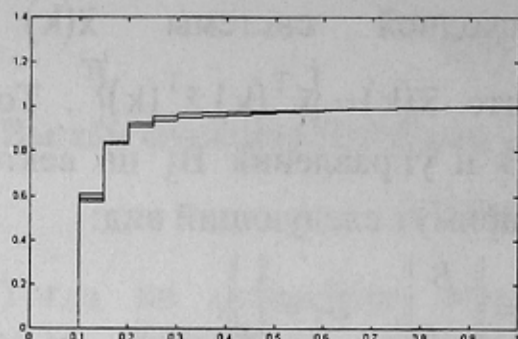
В качестве примера на рис.1 показаны переходные процессы скорости двигателя  $V_d$ , приводного механизма  $V_p$  и натяжения ленты  $S$  оптимальной трехмассовой дискретной системы бронеобмотчика ВА2 -2/700 по заданию на регулятор скорости приводного механизма, а на рис. 2 показаны переходные процессы тех же переменных состояния по заданию на регулятор натяжения для трех значений основных конструктивных значений обмоточной машины. В системе имеется астатизм по каналам регулирования скорости приводного механизма и натяжения обмоточной ленты, как по задающему, так и по возмущающему воздействию. Влияние перекрестных связей проявляется только в переходных режимах, а в установившихся режимах выходные координаты равны задающим воздействиям.

#### Список источников

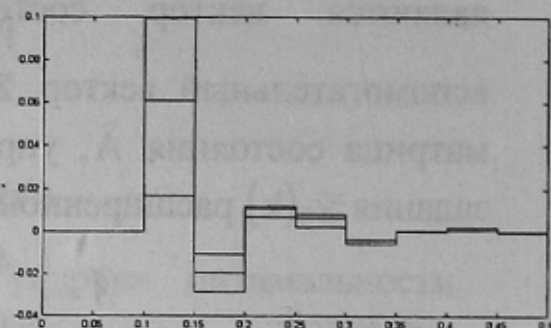
1. Кузнецов Б.И., Новоселов Б.В., Чаусов А.А. Проектирование взаимосвязанных систем управления К.: Техника, 1994.-232с.
2. Кузнецов Б.И., Осичев А.В., Чаусов А.А. Оптимальное управление главным приводом в режиме пробуксовки валков. //Технічна електродинаміка.-2000.-Частина 6.-С.23-28.
3. Кузнецов Б.И., Новоселов Б.В., Богаенко И.Н. Проектирование систем со сложными кинематическими цепями. Киев, Техника. 1996.-282с.



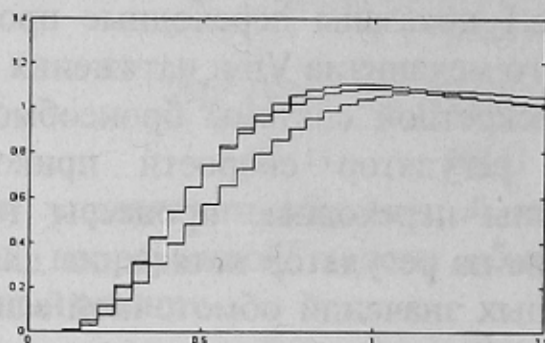
Vd



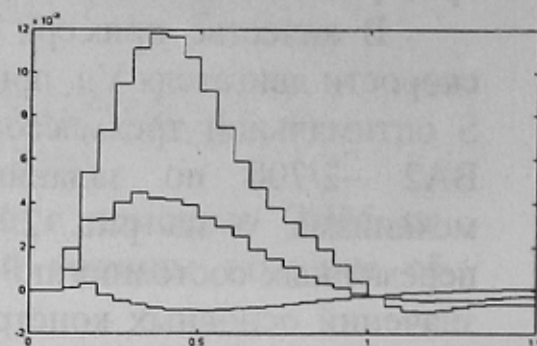
Vd



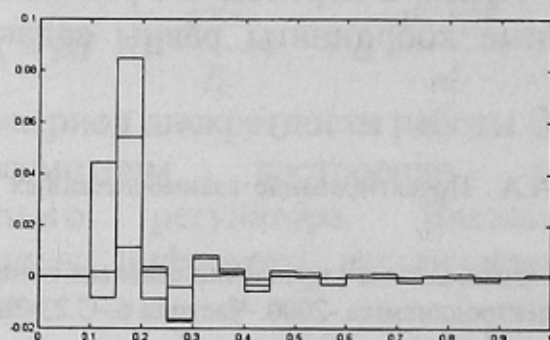
Vп



Vп



S



S

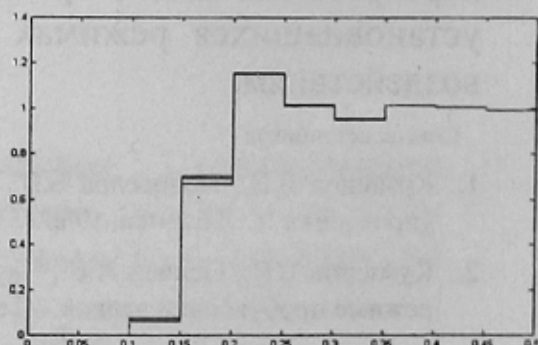


Рисунок 1 - Переходные процессы в оптимальной дискретной трехмассовой системе по заданию на регулятор скорости

Рисунок 2 - Переходные процессы в оптимальной дискретной трехмассовой системе по заданию на регулятор натяжения