

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ ПОДЧИНЕННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Дрючин В. Г., Денищик С. С., Жилияков В. И.
Донбасский горно-металлургический институт

Постановка задачи. Системы подчиненного регулирования получили широкое распространение благодаря автоматическому ограничению фазовых координат, возможности получения специальных статических характеристик, уменьшению чувствительности к вариациям параметров и возмущений [1]. Однако в таких системах снижается быстродействие при увеличении числа контуров и невозможно обеспечить требуемую траекторию переходного процесса с заданной длительностью в каждом контуре регулирования. В связи с этим поставим задачу синтеза регуляторов систем подчиненного регулирования, оптимальных по точности воспроизведения наперед заданных траекторий, обеспечивающих независимость быстродействия системы от числа контуров, приблизив его к быстродействию внутреннего контура.

Решение задачи. Поставленная задача решается в общем виде для нелинейного объекта, движение которого определяется уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -(g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + a_i) \cdot x_i + (\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + b_i)(x_{i+1} \pm f_i), \\ \dot{x}_n &= -(g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + a_n) \cdot x_n + (\varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + b_n)(U_1 \pm f_n), \end{aligned} \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1,$$

где g_1, g_2, \dots, g_n и $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ – нелинейные дифференцируемые функции фазовых координат x_1, x_2, \dots, x_n объекта;

f_1, f_2, \dots, f_n – возмущения, действующие на объект;

U_1 – управление объекта.

Согласно идеологии подчиненного регулирования система управления нелинейным объектом (1) будет содержать n контуров, при чем управлением внутреннего контура будет U_1 , а внешнего U_n .

Регулятор каждого контура состоит из интегрирующего фильтра, функционального преобразователя и суммирующего усилителя. Интегрирующий фильтр, представляющий замкнутую

систему с заданными качественными показателями (траекторией и временем регулирования), обеспечивает формирование фазовых координат, используемых в синтезе управления соответствующего контура системы. Синтез управления соответствующего контура осуществляется из условия обеспечения воспроизведения выходной координатой контура x_{n-k+1} (k – номер контура) системы выходной координаты Y_{1k} интегрирующего фильтра данного контура, т.е.

$$x_{n-k+1} = m_k \cdot y_{1k}, \quad (2)$$

где m_k – масштабный коэффициент контура.

Порядок интегрирующего фильтра регулятора рассматриваемого контура выбирается с учетом того, что объектом управления контура является внутренний контур в него входящий и звено первого порядка объекта (1). В соответствии с этим интегрирующий фильтр регулятора k -ого контура системы характеризуется уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{ik} &= y_{(i+1)k}, & i &= 1, 2, \dots, k-1 \\ \dot{y}_{kk} &= U_k^*. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно [2] управление U_k^* , обеспечивающее минимум функционала

$$I_k = \int_0^{\infty} \left(\sum q_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}^2 + c \cdot u_k^2 \right) dt, \quad \varepsilon_{ik} = y_{\text{вх}_{ik}} - y_{ik} \quad (4)$$

и воспроизведение его заданной экстремали

$$\varepsilon_{1k} = y_{\text{вх}_{1k}} - y_{1k} = \sum_{i=1}^k c_i \cdot \exp(\lambda_i \cdot t), \quad (5)$$

определяется выражением

$$U_k^* = - \sum_{i=1}^k \gamma_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}, \quad (6)$$

Так как выходная координата интегрирующего фильтра Y_{1k} k -ого контура в соответствии (2) через масштабный коэффициент определяет выходную координату X_{n-k+1} , рассматриваемого контура, то при формировании управления (6) целесообразно использовать X_{n-k+1} вместо Y_{1k} . При этом формирование фазовых координат фильтра (3) и управления (7) будет осуществляться при наличии информации о состоянии объекта. Учитывая (2) в (6) получим

$$U_k^* = -\gamma'_{1k} \cdot \varepsilon_{1k} - \sum_{i=2}^k \gamma_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}, \quad (9)$$

где $\varepsilon_{1k} = m_k \cdot y_{\text{вх}1k} - x_{n-k+1}$; $\gamma'_{1k} = \frac{\gamma_{1k}}{m_k}$.

Управление (9) содержит информацию о действующих возмущениях в рассматриваемом контуре, что в свою очередь обеспечивает астатизм контура по возмущению при выполнении регулятора на базе интегрирующего фильтра (3).

С учетом изложенного выше, движение замкнутого k -ого контура при действии на его входе управляющего воздействия определяется уравнением:

$$x_{n-k+1}^{(k)} + \gamma_{kk} \cdot x_{n-k+1}^{(k-1)} + \dots + \gamma_{2k} \cdot x_{n-k+1}^{(1)} + \gamma_{1k} \cdot x_{n-k+1} = \gamma_{1k} m_k y_{\text{вх}1k}. \quad (10)$$

Структурная схема k -ого контура системы подчиненного регулирования с синтезированным выше регулятором представлена на рис. 1.

Замечание 1. Если объект (1) содержит интегрирующие звенья, т.е. среди уравнений (1) имеется хотя бы одно уравнение вида:

$$\dot{x}_{n-q+1} = (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}) \cdot (x_{n-q+2} \pm f_{n-q+2}), \quad (11)$$

то уравнение q контура определяется из условия обеспечения

$$x_{n-q+2} = m_q \cdot \frac{1}{\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}} \cdot y_{2q} \quad (12)$$

повышения помехоустойчивости контуров системы порядок интегрирующего фильтра, обычно, выбирают больше на единицу по сравнению с необходимыми по условию синтеза управлений (7), (13). При этом интегрирующий фильтр k контура системы будет определяться уравнениями:

$$\dot{y}_{ik} = y_{(i+1)k}; \quad \dot{y}_{2kk} = U_k^*; \quad i = 2, 3, \dots, 2k - 1, \quad (16)$$

а q контура (в соответствии с замечанием 1) – выражениями:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{1q} &= \dot{x}_{n-q+1} = (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}) \cdot x_{n-q+2} = m_q \cdot y_2; \\ \dot{y}_{iq} &= y_{(i+1)q}; \quad i = 2, 3, \dots, 2q - 1; \\ \dot{y}_{2qk} &= U_q^* \end{aligned} \quad (17)$$

при управлениях аналогичных (9) (в соответствии с порядком фильтра $2k$ ($2q$)).

Замечание 3. При использовании биномиальной стандартной формы [3] для синтеза интегрирующего фильтра (3) ((15), (16), (17)) в процессе синтеза регуляторов контуров с целью их упрощения и унификации целесообразно идентифицировать контуры (начиная со второго) (10) апериодическим звеном первого порядка:

$$\dot{x}_{n-k+1} + \beta_k \cdot x_{n-k+1} = \beta_k \cdot m_k \cdot y_{axlk}, \quad (18)$$

где $\beta_k \approx \frac{5}{t_{pk}}$.

Такая идентификация дает незначительную погрешность, ибо в обоих случаях переходный процесс в контуре носит апериодический характер и заканчивается за время t_{pk} .

При этом управление k контура ($k \geq 2$) будет определяться

$$U_k = m_k \cdot (A_{1k} \cdot y_{1k} + A_{2k} \cdot y_{1k}^{(1)} + A_{3k} \cdot y_{1k}^{(2)}), \quad (19)$$

где $A_{1k} = \frac{g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1}}{m_{(k-1)} \cdot (\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1})};$

$$A_{2k} = \frac{\beta_{(k-1)} \cdot (g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1})}{m_{(k-1)} \cdot \beta_{(k-1)} \cdot (\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1})}; \quad (20)$$

$$A_{3k} = \frac{1}{m_{(k-1)} \cdot \beta_{(k-1)} \cdot (\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1})}.$$

Фазовые координаты, входящие к управление (19), формируются интегрирующим фильтром (без учета замечания 2):

$$\begin{aligned}\dot{y}_{1k} &= y_{2k}; \\ \dot{y}_{2k} &= U_k^*,\end{aligned}\tag{21}$$

т.е. интегрирующий фильтр второго порядка для всех контуров системы подчиненного регулирования, и при учете замечания 2:

$$\begin{aligned}\dot{y}_{1k} &= y_{2k}; \\ \dot{y}_{2k} &= y_{3k}; \\ \dot{y}_{3k} &= U_k^*,\end{aligned}\tag{22}$$

т.е. для всех контуров системы в этом случае интегрирующий фильтр третьего порядка. Управление фильтров (21), (22) определяются аналогично (9), только для (21) в выражении (9) $i=2$, для (22) – $i=3$.

Замечание 4. При синтезе регуляторов систем подчиненного управления линейными объектами поступают аналогично рассмотренному выше, полагая в выражениях (1), (8), (12), (14), (15), (17) и (20) $\varphi_i(x_1, \dots, x_n) = 0$ и $g_i(x_1, \dots, x_n) = 0$, $i=1, 2, \dots, n$.

Заключение. Изложенный метод синтеза обеспечивает единый подход при синтезе регуляторов всех контуров системы подчиненного регулирования как линейными, так и нелинейными объектами. Синтезируемые регуляторы, при этом, обеспечивают оптимизацию по квадратичному функционалу, задание желаемого качества регулирования (желаемой траектории движения выходной координаты контура с заданным временем регулирования), и астатизм по возмущению каждого контура системы подчиненного регулирования.

Список источников

1. Лебедев Е.Д., Неймарк В.Е., Пистрак П.Я., Слежановский О.В. Управление вентиляльными электроприводами постоянного тока. –М.: Энергия, 1970.
2. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. –М.: Наука, 1981.
3. Кузовков Н.Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. –М.: Высш. шк., 1976.

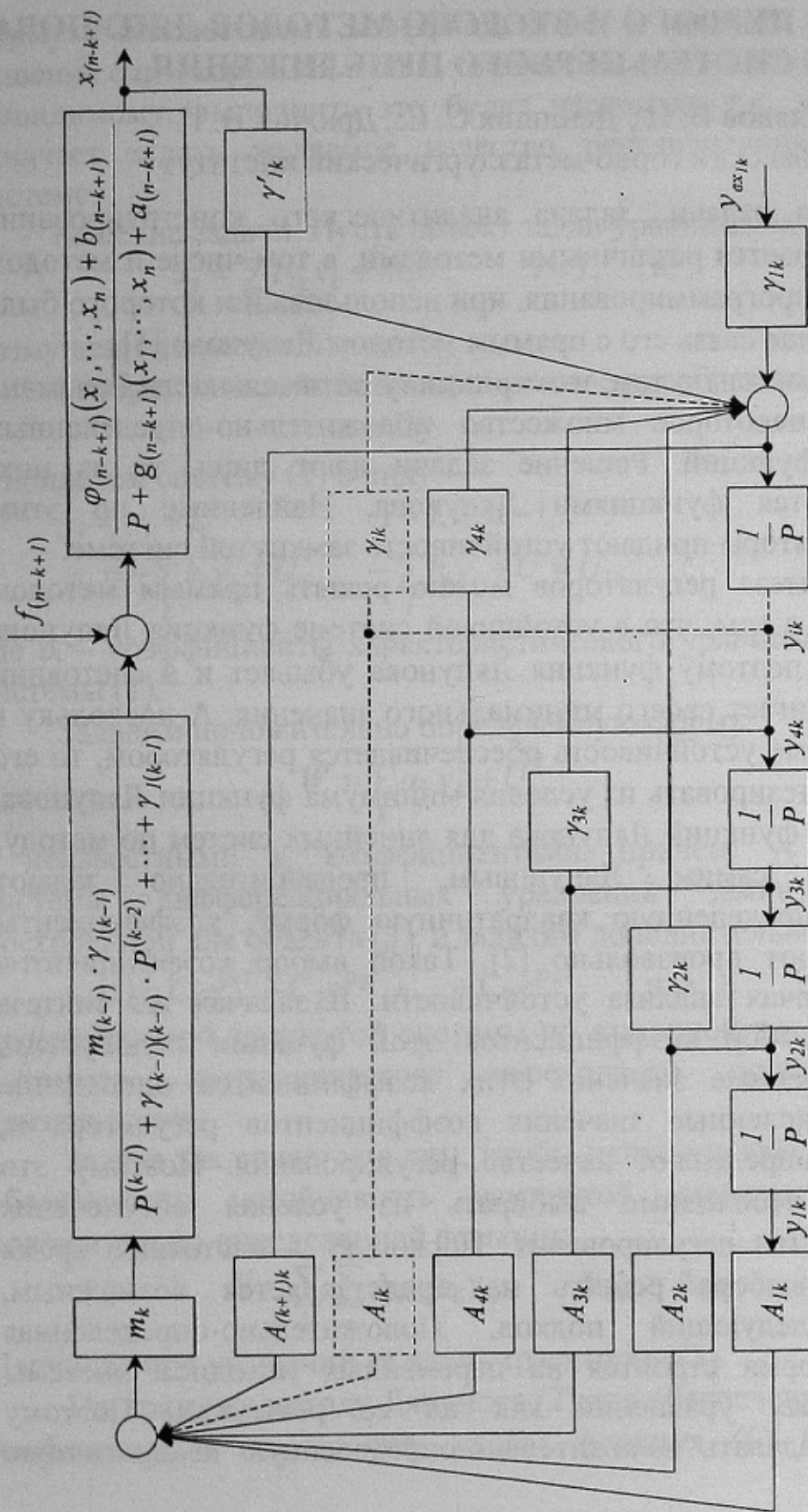


Рисунок 1 - Структурная схема контура системы подчиненного регулирования