

## СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ ПОДЧИНЕННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Дрючин В. Г., Денищик С. С., Жиляков В. И.  
Донбасский горно-металлургический институт

**Постановка задачи.** Системы подчиненного регулирования получили широкое распространение благодаря автоматическому ограничению фазовых координат, возможности получения специальных статических характеристик, уменьшению чувствительности к вариациям параметров и возмущений [1]. Однако в таких системах снижается быстродействие при увеличении числа контуров и невозможно обеспечить требуемую траекторию переходного процесса с заданной длительностью в каждом контуре регулирования. В связи с этим поставим задачу синтеза регуляторов систем подчиненного регулирования, оптимальных по точности воспроизведения наперед заданных траекторий, обеспечивающих независимость быстродействия системы от числа контуров, приблизив его к быстродействию внутреннего контура.

**Решение задачи.** Поставленная задача решается в общем виде для нелинейного объекта, движение которого определяется уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= -(g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + a_i) \cdot x_i + (\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + b_i)(x_{i+1} \pm f_i), \\ \dot{x}_n &= -(g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + a_n) \cdot x_n + (\varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + b_n)(U_1 \pm f_n), \quad (1)\end{aligned}$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1,$$

где  $g_1, g_2, \dots, g_n$  и  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  – нелинейные дифференцируемые функции фазовых координат  $x_1, x_2, \dots, x_n$  объекта;

$f_1, f_2, \dots, f_n$  – возмущения, действующие на объект;

$U_1$  – управление объекта.

Согласно идеологии подчиненного регулирования система управления нелинейным объектом (1) будет содержать  $n$  контуров, при чем управлением внутреннего контура будет  $U_1$ , а внешнего  $U_n$ .

Регулятор каждого контура состоит из интегрирующего фильтра, функционального преобразователя и суммирующего усилителя. Интегрирующий фильтр, представляющий замкнутую

систему с заданными качественными показателями (траекторией и временем регулирования), обеспечивает формирование фазовых координат, используемых в синтезе управления соответствующего контура системы. Синтез управления соответствующего контура осуществляется из условия обеспечения воспроизведения выходной координатой контура  $x_{n-k+1}$  ( $k$  – номер контура) системы выходной координаты  $Y_{1k}$  интегрирующего фильтра данного контура, т.е.

$$x_{n-k+1} = m_k \cdot Y_{1k}, \quad (2)$$

где  $m_k$  – масштабный коэффициент контура.

Порядок интегрирующего фильтра регулятора рассматриваемого контура выбирается с учетом того, что объектом управления контура является внутренний контур в него входящий и звено первого порядка объекта (1). В соответствии с этим интегрирующий фильтр регулятора  $k$ -ого контура системы характеризуется уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{ik} &= y_{(i+1)k}, & i &= 1, 2, \dots, k-1 \\ \dot{y}_{kk} &= U_k^*. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно [2] управление  $U_k^*$ , обеспечивающее минимум функционала

$$I_k = \int_0^\infty \left( \sum q_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}^2 + c \cdot u_k^2 \right) dt, \quad \varepsilon_{ik} = y_{bx_{ik}} - y_{ik} \quad (4)$$

и воспроизведение его заданной экстремали

$$\varepsilon_{1k} = y_{bx_{1k}} - y_{1k} = \sum_{i=1}^k c_i \cdot \exp(\lambda_i \cdot t), \quad (5)$$

определяется выражением

$$U_k^* = - \sum_{i=1}^k \gamma_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}, \quad (6)$$

где  $\gamma_{1k} = \frac{a_{1k}}{t_{p_k}^k}$ ,  $\gamma_{2k} = \frac{a_{2k}}{t_{p_k}^{k-1}}$ , ...,  $\gamma_{kk} = \frac{a_{kk}}{t_{p_k}}$  – коекфицієнти, задаючие распределение корней характеристического уравнения;  $a_{kk}, \dots, a_{1k}$  – числовые коекфицієнты, определяемые порядком системи и видом стандартной формы [3];  $t_{p_k}$  – время движения системы (3) вдоль экстремали, определяемой стандартной формой.

Как показывает анализ (1) с учетом того, что в k-ом контуре объектом управления являются (k-1) контур и динамическое звено первого порядка объекта (1), условие (2) выполняется, если управление

$$U_k = m_k \cdot \sum_{i=1}^{k+1} A_{ik} \cdot y_{1k}^{(i-1)}, \quad (7)$$

в котором используются выходная координата соответствующего интегрирующего фільтра (3) и ее производные (формируемые фільтром). При этом коекфицієнты управления (7) формируется функциональными преобразователями и определяются:

$$\begin{aligned} A_{1k} &= \frac{g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1}}{(\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1}) \cdot m_{k-1}}; \\ A_{2k} &= \frac{\gamma_{1(k-1)} + \gamma_{2(k-1)} [g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1}]}{m_{k-1} \cdot \gamma_{1(k-1)} \cdot [\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1}]}; \\ A_{(k-1)k} &= \frac{\gamma_{(k-2)(k-1)} + \gamma_{(k-1)k} + g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1}}{m_{k-1} \cdot \gamma_{1(k-1)} \cdot [\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1}]}; \\ A_{kk} &= \frac{\gamma_{(k-1)(k-1)} + g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1}}{m_{k-1} \cdot \gamma_{1(k-1)} \cdot [\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1}]}; \\ A_{(k+1)k} &= \frac{1}{m_{k-1} \cdot \gamma_{1(k-1)} \cdot [\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1}]} \end{aligned} \quad (8)$$

Так как выходная координата интегрирующего фильтра  $Y_{1k}$  k-ого контура в соответствии (2) через масштабный коэффициент определяет выходную координату  $X_{n-k+1}$ , рассматриваемого контура, то при формировании управления (6) целесообразно использовать  $X_{n-k+1}$  вместо  $Y_{1k}$ . При этом формирование фазовых координат фильтра (3) и управления (7) будет осуществляться при наличии информации о состоянии объекта. Учитывая (2) в (6) получим

$$U_k^* = -\gamma'_{1k} \cdot \varepsilon_{1k} - \sum_{i=2}^k \gamma_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_{1k} = m_k \cdot y_{\delta x_{1k}} - x_{n-k+1}$ ;  $\gamma'_{1k} = \frac{\gamma_{1k}}{m_k}$ .

Управление (9) содержит информацию о действующих возмущениях в рассматриваемом контуре, что в свою очередь обеспечивает астатизм контура по возмущению при выполнении регулятора на базе интегрирующего фильтра (3).

С учетом изложенного выше, движение замкнутого k-ого контура при действии на его входе управляющего воздействия определяется уравнением:

$$x_{n-k+1}^{(k)} + \gamma_{kk} \cdot x_{n-k+1}^{(k-1)} + \dots + \gamma_{2k} \cdot x_{n-k+1}^{(1)} + \gamma_{1k} \cdot x_{n-k+1} = \gamma_{1k} m_k y_{\delta x_{1k}}. \quad (10)$$

Структурная схема k-ого контура системы подчиненного регулирования с синтезированным выше регулятором представлена на рис. 1.

Замечание 1. Если объект (1) содержит интегрирующие звенья, т.е. среди уравнений (1) имеется хотя бы одно уравнение вида:

$$\dot{x}_{n-q+1} = (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}) \cdot (x_{n-q+2} \pm f_{n-q+2}), \quad (11)$$

то уравнение q контура определяется из условия обеспечения

$$x_{n-q+2} = m_q \cdot \frac{1}{\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}} \cdot y_{2q} \quad (12)$$

Так як в  $q$  контуре об'єктом управління являються  $(q-1)$  контур, описуваний уравненiem (10) при  $k=q-1$ , і динамічне звено (11), то для выполнения (12) необходимо, чтобы

$$U_q = m_q \cdot \sum_{i=1}^q A_{iq} \cdot y_{2q}^{(i-1)}, \quad (13)$$

где  $A_{1q} = \frac{\gamma_{1(q-1)}}{m_{q-1} \cdot \gamma_{1(q-1)} (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1})};$

$$A_{2q} = \frac{\gamma_{2(q-1)}}{m_{q-1} \cdot \gamma_{1(q-1)} (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1})};$$

.....

$$A_{(q-1)q} = \frac{\gamma_{(q-1)(q-1)}}{m_{q-1} \cdot \gamma_{1(q-1)} (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1})}; \quad (14)$$

$$A_{qq} = \frac{1}{m_{q-1} \cdot \gamma_{1(q-1)} (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1})}$$

— коєфіцієнти управління, формуються функціональними преобразователями регулятора  $q$  контура.

Для формування фазових координат, участвуючих в (13), використовується інтегруючий фільтр, в склад якого входить інтегруюче звено (11) об'єкта, т.е. інтегруючий фільтр характеризується уравненнями:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{1q} &= \dot{x}_{n-q+1} = (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}) \cdot x_{n-q+2} = m_q \cdot y_{2q}; \\ \dot{y}_{iq} &= y_{(i+1)q}; \quad i = 2, 3, \dots, q-1; \\ \dot{y}_q &= U_q^* \end{aligned} \quad (15)$$

где  $U_q^*$  — визначається аналогично (9).

Замітка 2. При формуванні управлінній контуров, як слідує з (7) і (13), використовується разом з фазовими координатами фільтрів (3) і (15) і їх управління (9), що поганить помехозащищеність синтезуемых контуров системи. Для

повышения помехоустойчивости контуров системы порядок интегрирующего фильтра, обычно, выбирают больше на единицу по сравнению с необходимыми по условию синтеза управлений (7), (13). При этом интегрирующий фильтр  $k$  контура системы будет определяться уравнениями:

$$\dot{y}_{ik} = y_{(i+1)k}; \quad \dot{y}_{2kk} = U_k^*; \quad i = 2, 3, \dots, 2k-1, \quad (16)$$

а  $q$  контура (в соответствии с замечанием 1) – выражениями:

$$\dot{y}_{1q} = \dot{x}_{n-q+1} = (\varphi_{n-q+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-q+1}) \cdot x_{n-q+2} = m_q \cdot y_2;$$

$$\dot{y}_{iq} = y_{(i+1)q}; \quad i = 2, 3, \dots, 2q-1; \quad (17)$$

$$\dot{y}_{2qk} = U_q^*$$

при управлениях аналогичных (9) (в соответствии с порядком фильтра  $2k$  ( $2q$ )).

**Замечание 3.** При использовании биноминальной стандартной формы [3] для синтеза интегрирующего фильтра (3) ((15, (16), (17)) в процессе синтеза регуляторов контуров с целью их упрощения и унификации целесообразно идентифицировать контуры (начиная со второго) (10) апериодическим звеном первого порядка:

$$\dot{x}_{n-k+1} + \beta_k \cdot x_{n-k+1} = \beta_k \cdot m_k \cdot y_{ex1k}, \quad (18)$$

$$\text{где } \beta_k \approx \frac{5}{t_{p_k}}.$$

Такая идентификация дает незначительную погрешность, ибо в обоих случаях переходный процесс в контуре носит апериодический характер и заканчивается за время  $t_{p_k}$ .

При этом управление  $k$  контура ( $k \geq 2$ ) будет определяться

$$U_k = m_k \cdot (A_{1k} \cdot y_{1k} + A_{2k} \cdot y_{1k}^{(1)} + A_{3k} \cdot y_{1k}^{(2)}), \quad (19)$$

$$\text{где } A_{1k} = \frac{g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1}}{m_{(k-1)} \cdot (\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1})};$$

$$A_{2k} = \frac{\beta_{(k-1)} \cdot (g_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + a_{n-k+1})}{m_{(k-1)} \cdot \beta_{(k-1)} \cdot (\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1})}; \quad (20)$$

$$A_{3k} = \frac{1}{m_{(k-1)} \cdot \beta_{(k-1)} \cdot (\varphi_{n-k+1}(x_1, \dots, x_n) + b_{n-k+1})}.$$

Фазовые координаты, входящие к управление (19), формируются интегрирующим фильтром (без учета замечания 2):

$$\begin{aligned}\dot{y}_{1k} &= y_{2k}; \\ \dot{y}_{2k} &= U_k^*,\end{aligned}\tag{21}$$

т.е. интегрирующий фильтр второго порядка для всех контуров системы подчиненного регулирования, и при учете замечания 2:

$$\begin{aligned}\dot{y}_{1k} &= y_{2k}; \\ \dot{y}_{2k} &= y_{3k}; \\ \dot{y}_{3k} &= U_k^*,\end{aligned}\tag{22}$$

т.е. для всех контуров системы в этом случае интегрирующий фильтр третьего порядка. Управление фильтров (21), (22) определяются аналогично (9), только для (21) в выражении (9)  $i=2$ , для (22) –  $i=3$ .

Замечание 4. При синтезе регуляторов систем подчиненного управления линейными объектами поступают аналогично рассмотренному выше, полагая в выражениях (1), (8), (12), (14), (15), (17) и (20)  $\varphi_i(x_1, \dots, x_n) = 0$  и  $g_i(x_1, \dots, x_n) = 0$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ .

Заключение. Изложенный метод синтеза обеспечивает единый подход при синтезе регуляторов всех контуров системы подчиненного регулирования как линейными, так и нелинейными объектами. Синтезируемые регуляторы, при этом, обеспечивают оптимизацию по квадратичному функционалу, задание желаемого качества регулирования (желаемой траектории движения выходной координаты контура с заданным временем регулирования), и астатизм по возмущению каждого контура системы подчиненного регулирования.

#### Список источников

- Лебедев Е.Д., Неймарк В.Е., Пистрак П.Я., Слежановский О.В. Управление вентильными электроприводами постоянного тока. –М.: Энергия, 1970.
- Летов А.М. Математическая теория процессов управления. –М.: Наука, 1981.
- Кузовков Н.Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. –М.: Высш. шк., 1976.

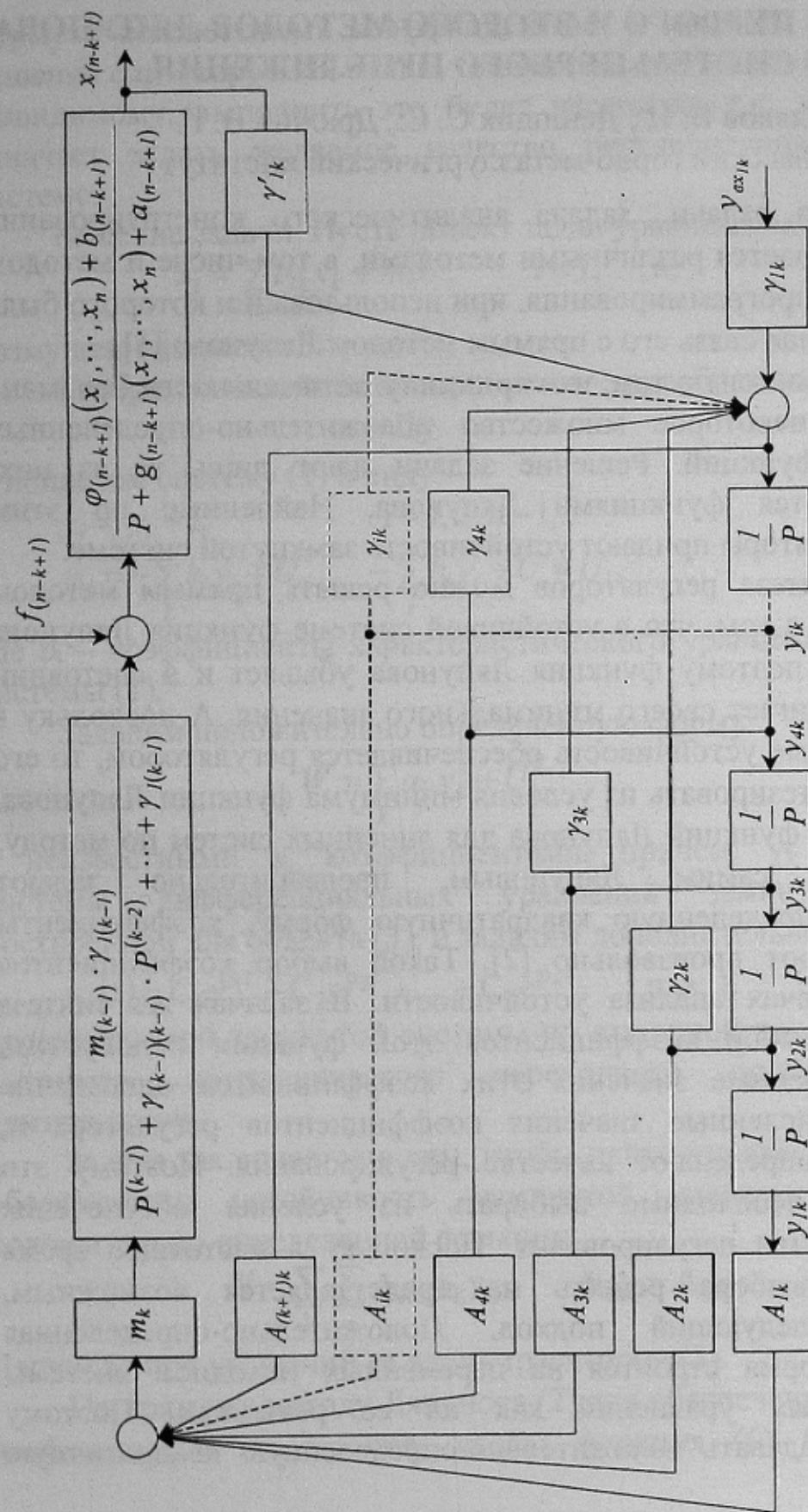


Рисунок 1 - Структурная схема контура системи подчиненного регулирования