

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СЕРЕДНЬОГЕОМЕТРИЧНОГО КОРЕНЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНОГО ПОЛІНОМА НА ВЛАСТИВОСТІ СИСТЕМИ МОДАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДВОМАСОВИМ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ОБ'ЄКТОМ

Толочко О.І., Коцегуб П.Х., Федоряк Р.В.
Донецький національний технічний університет
toi@elf.dgtu.donetsk.ua

The influence of characteristic polynomial's average geometric root of double – mass electromechanical object control system with state regulator on drive's dynamic and static properties is explored. It is shown, that under this root increasing, in transient diagrams of electromagnetic torque there appears some throws, which may switch the electric drive into current-limiting mode. The method of average geometric root's selection is proposed here.

Постановка задачі

Одним з засобів боротьби з пружними коливаннями в двомасових електромеханічних системах є вживання принципів модального керування [1].

Синтез систем модального управління (СМУ) виконується за умови бажаного розподілення їх полюсів. Внаслідок цього забезпечується бажана поведінка основної регульованої координати при відпрацюванні керуючої дії. Але поведінка інших координат при відпрацюванні керуючої дії та усіх координат (у тому числі і основної регульованої) при відпрацюванні не вимірюваної збуджуючої дії може бути якою завгодно, точніше вона залежить не тільки від розміщення полюсів замкненої системи, але й від параметрів об'єкта регулювання.

У двомасовому електромеханічному об'єкті (ДЕМО) основною регульованою координатою є пружний момент M_{Γ} , що діє на кінематичну передачу і коливання якого можуть призвести до її поломки. Але не можна не звертати увагу і на поведінку електромагнітного моменту двигуна M та пропорційного йому струму якірного кола I у приводах постійного струму або поперечної складової струму статора I_{sq} у приводах змінного струму. Зокрема, не можна припускати, з одного боку, перевищення цими сигналами максимального припустимого рівня, а з іншого боку, переводу системи, без крайньої необхідності, у режим обмеження струму, бо в такому разі механічна частина привода буде здійснювати слабко затухаючі коливання з великою амплітудою. Одним з параметрів СМУ, що суттєво впливають на її статичні та динамічні властивості, є середньгеометричний корінь (СГК) характеристичного полінома (ХП). Наприклад, від цього параметра у СМУ залежить величина статизму привода за швидкістю двигуна та виконавчого органа механізму при накиданні навантаження. У [1, 2] показано, що при деяких параметрах ДЕМО система з регулятором стану повного порядку може мати не тільки від'ємну, але й нульову або навіть додатну статичні похибки за швидкістю у названому вище режимі. Наявність додатної статичної похибки призводить до нічим не виправданого підвищення напруги двигуна поза її номінальне значення. Тому задачею, що вирішується у даній статті, є дослідження СМУ двомасовим електромеханічним об'єктом у пуско-гальмувальних режимах та при накиданні навантаження і розробка рекомендацій щодо вибору СГК характеристичного полінома.

Синтез регулятора стану повного порядку

На рис. 1 зображена структурна схема ідеалізованої системи тиристорний перетворювач-ДЕМО (ТП-ДЕМО) з двигуном постійного струму з постійним потоком збудження ($\Phi = \Phi_H = const$) і з регулятором стану повного порядку. Ідеалізація полягає у припущенні, що всі змінні стану є вимірюваними та у знехтуванні в'язкого тертя. Питання струмообмеження тут також не обговорюється, однак припускається, що наявність вузла струмообмеження не буде впливати на роботу привода в лінійній зоні. Усі параметри другої маси та кінематичної передачі приведені до вала двигуна.

На схемі позначені ω_1, ω_2 – кутова швидкість двигуна та механізму (першої та другої зосереджених мас); J_1, J_2 – моменти інерції першої та другої мас, $I, R_{\Gamma}, T_{\Gamma}$ – струм, активний опір та електромагнітна стала часу якірного кола; M, M_{Γ}, M_C – електромагнітний момент двигуна, пружний момент у кінематичній передачі та момент статичного опору відповідно; E_{Γ}, E_D – ЕРС перетворювача та протиЕРС двигуна; k_{Γ}, T_{μ} – коефіцієнт підсилення та постійна часу ТП; $C_M = C_E = k\Phi_H$ – коефіцієнти моменту та ЕРС двигуна; c_{12} – коефіцієнт пружності; $k_{1a}, k_{2a}, k_{3a}, k_{4a}, k_{5a}$ – коефіцієнти регулятора стану.

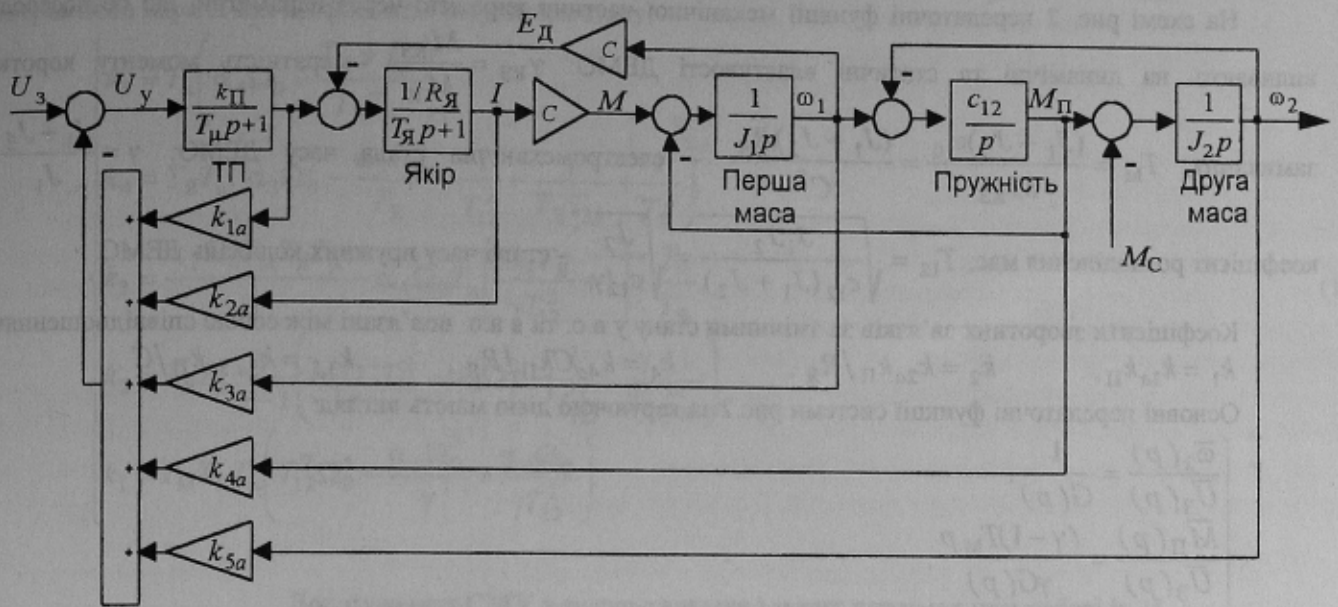


Рисунок 1 - Структурна схема системи ТП-ДЕМО, замкненої за повним вектором стану, в абсолютних одиницях (а.о)

Відзначимо, що аналогічна структурна схема ДЕМС з асинхронним двигуном, поданим у ортогональній системі координат, орієнтованій за потокозчепленням ротора, після компенсації перехресних зв'язків відрізняється від схеми, показаної на рис. 1, тільки значеннями параметрів C_M , C_B , $R_{\text{Я}}$, $T_{\text{Я}}$, $k_{\text{П}}$ та T_{μ} .

Для спрощення аналізу та синтезу пронормуємо схему рис.1 з використанням наступних базових величин:

$$\omega_B = \omega_0, E_{\text{ПБ}} = E_{\text{ДБ}} = U_H = C\omega_0, I_B = I_{\text{КЗ}} = U_H / R_{\text{Я}}, M_B = M_{\text{КЗ}} = CI_{\text{КЗ}}, U_{\text{УБ}} = U_H / k_{\text{П}},$$

де ω_0 – швидкість ідеального холостого ходу двигуна, U_H – номінальна напруга двигуна; $I_{\text{КЗ}}$, $M_{\text{КЗ}}$ – струм та момент короткого замикання.

Нормування структурних схем виконується за допомогою перетворення

$$\bar{W}(p) = \frac{\bar{y}(p)}{\bar{u}(p)} = W(p) \frac{u_B}{y_B}, \quad (1)$$

де $W(p) = y(p)/u(p)$ – передаточна функція довільної ланки в абсолютних одиницях; u , y , u_B , y_B – абсолютні та базові значення вхідного та вихідного сигналів; $\bar{y} = y / y_B$, $\bar{u} = u / u_B$ – відносні значення сигналів.

Структурна схема системи модальної системи ТП-ДЕМС у відносних одиницях (в.о), зображена на рис.2.

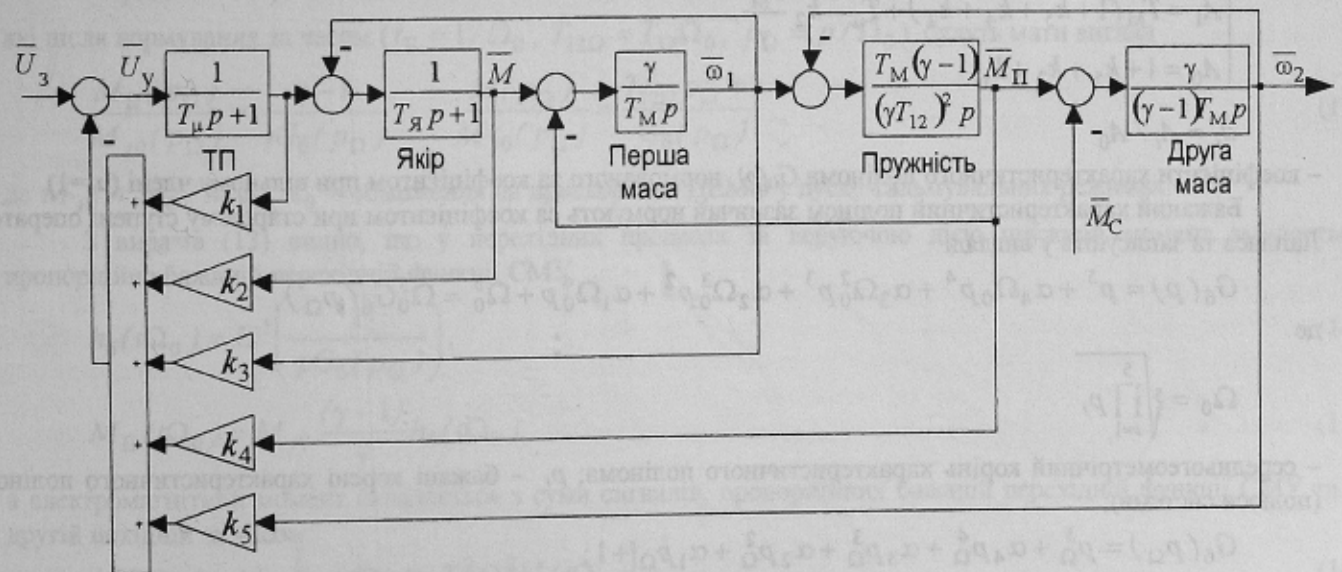


Рисунок 2 - Структурна схема системи ТП-ДЕМО, замкненої за повним вектором стану, у відносних одиницях

На схемі рис. 2 передаточні функції механічної частини виражені через параметри, що безпосередньо впливають на динамічні та статичні властивості ДЕМО: $\gamma_{КЗ} = \frac{M_{КЗ}}{M_H}$ – кратність моменту короткого

замикання; $T_M = \frac{(J_1 + J_2)\omega_0}{M_{КЗ}} = \frac{(J_1 + J_2)R_{Я}}{C^2}$ – електромеханічна стала часу ДЕМО; $\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1}$ –

коефіцієнт розподілення мас; $T_{12} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{c_{12}(J_1 + J_2)}} = \sqrt{\frac{J_2}{c_{12}\gamma}}$ – стала часу пружних коливань ДЕМС.

Коефіцієнти зворотних зв'язків за змінними стану у в.о. та в а.о. пов'язані між собою співвідношеннями $k_1 = k_{1a}k_{\Pi}$, $k_2 = k_{2a}k_{\Pi}/R_{Я}$, $k_4 = k_{4a}Ck_{\Pi}/R_{Я}$, $k_{3,5} = k_{3a,5a}k_{\Pi}/C$.

Основні передаточні функції системи рис.2 за керуючою дією мають вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\bar{\omega}_2(p)}{\bar{U}_3(p)} = \frac{1}{G(p)}, \\ \frac{\bar{M}_{\Pi}(p)}{\bar{U}_3(p)} = \frac{(\gamma-1)T_M p}{\gamma G(p)}, \\ \frac{\bar{\omega}_1(p)}{\bar{U}_3(p)} = \frac{\gamma T_{12}^2 p^2 + 1}{G(p)}, \\ \frac{\bar{M}(p)}{\bar{U}_3(p)} = \frac{T_M p (T_{12}^2 p^2 + 1)}{G(p)}, \\ \frac{\bar{E}_{\Pi}(p)}{\bar{U}_3(p)} = \frac{T_{12}^2 T_M T_{Я} p^4 + T_{12}^2 T_M p^3 + (\gamma T_{12}^2 + T_M T_{Я}) p^2 + T_M p + 1}{G(p)}, \end{cases} \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} G(p) &= A_5 p^5 + A_4 p^4 + A_3 p^3 + A_2 p^2 + A_1 p + A_0 = \\ &= A_0 (a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1) = A_0 G_0(p) \end{aligned} \quad (3)$$

– характеристичний поліном замкненої СМУ;

$$\begin{cases} A_5 = T_{12}^2 T_M T_{Я} T_{\mu}, \\ A_4 = T_{12}^2 T_M [T_{Я}(1+k_5) + T_{\mu}] \\ A_3 = T_{12}^2 T_M (1+k_5+k_4) + T_M T_{Я} T_{\mu} + \gamma T_{12}^2 T_{\mu}, \\ A_2 = \gamma T_{12}^2 (1+k_5+k_3) + T_M T_{Я} (1+k_5) + T_M T_{\mu}, \\ A_1 = T_M (1+k_5+k_4+k_2) + T_{\mu} - k_2 \frac{T_M}{\gamma}, \\ A_0 = 1+k_5+k_3+k_1, \end{cases} \quad (4)$$

$$a_i = A_i / A_0 \quad (5)$$

– коефіцієнти характеристичного полінома $G_0(p)$, нормованого за коефіцієнтом при вільному члені ($a_0=1$).

Бажаний характеристичний поліном зазвичай нормують за коефіцієнтом при старшому ступені оператора Лапласа та записують у вигляді

$$G_6(p) = p^5 + \alpha_4 \Omega_0 p^4 + \alpha_3 \Omega_0^2 p^3 + \alpha_2 \Omega_0^3 p^2 + \alpha_1 \Omega_0^4 p + \Omega_0^5 = \Omega_0^5 G_6(p_{\Omega}), \quad (6)$$

де

$$\Omega_0 = \sqrt[5]{\prod_{i=1}^5 p_i} \quad (7)$$

– середньгеометричний корінь характеристичного полінома; p_i – бажані корені характеристичного полінома (полюси системи);

$$\begin{aligned} G_6(p_{\Omega}) &= p_{\Omega}^5 + \alpha_4 p_{\Omega}^4 + \alpha_3 p_{\Omega}^3 + \alpha_2 p_{\Omega}^2 + \alpha_1 p_{\Omega} + 1; \\ p_{\Omega} &= p / \Omega_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Прирівнюючи між собою відповідні коефіцієнти бажаного $G_6(p)$ та дійсного $G(p)/A_5$ характеристичних поліномів

$$A_i / A_5 = \alpha_i \Omega_0^{5-i}, \quad i = 0, 1, \dots, 4, \quad (9)$$

отримаємо вирази для коефіцієнтів регулятора стану:

$$\begin{cases} k_5 = T_\mu \left(\alpha_4 \Omega_0 - \frac{T_\gamma + T_\mu}{T_\gamma T_\mu} \right), \\ k_4 = T_\gamma T_\mu \left(\alpha_3 \Omega_0^2 - \frac{\alpha_5 \Omega_0}{T_\gamma} - \frac{1}{T_{12}^2} - \frac{\gamma}{T_\gamma T_M} + \frac{1}{T_\gamma^2} \right), \\ k_3 = \frac{\alpha_2 \Omega_0^3 T_M T_\gamma T_\mu}{\gamma} - \alpha_4 \Omega_0 T_\mu \left(\frac{T_M T_\gamma}{\gamma T_{12}^2} + 1 \right) + \frac{T_\mu}{T_\gamma}, \\ k_2 = T_\gamma T_\mu \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\alpha_1 \Omega_0^4 T_{12}^2 - \alpha_3 \Omega_0^2 + \frac{1}{T_{12}^2} + \frac{\gamma - 1}{T_M T_\gamma} \right), \\ k_1 = T_M T_\gamma T_\mu \left(T_{12}^2 \Omega_0^5 - \frac{\alpha_2 \Omega_0^3}{\gamma} + \frac{\alpha_4 \Omega_0}{\gamma T_{12}^2} \right). \end{cases} \quad (10)$$

Дослідження СМУ у пуско-гальмувальних режимах при роботі із 3І

З передаточних функцій (2) видно, що при відсутності статичного моменту усталені відносні значення швидкостей двигуна та механізму та ЕРС перетворювача можна порахувати за формулою

$$\bar{\omega}_{1\infty} = \bar{\omega}_{2\infty} = \bar{E}_{\Pi\infty} = \bar{U}_3 k_u, \quad (11)$$

де

$$k_u = \frac{1}{A_0} = \frac{1}{k_5 + k_3 + k_1 + 1} = \frac{1}{A_5 \Omega_0^5} = \frac{1}{T_{12}^2 T_M T_\gamma T_\mu \Omega_0^5} \quad (12)$$

– коефіцієнт підсилення СМУ за керуючою дією.

Якщо на вході системи рис.2 установити інтегральний задавач інтенсивності (3І) з передаточною функцією інтегратора

$$\frac{\bar{U}_3(p)}{\bar{M}_{j0}(p)} = \frac{1}{k_u T_M p},$$

то поведінка електромагнітного та пружного моментів при відпрацюванні керуючої дії визначається передаточними функціями

$$\frac{\bar{M}_\Pi(p)}{\bar{M}_{j0}(p)} = \frac{M_\Pi(p)}{M_{j0}(p)} = \frac{\gamma - 1}{\gamma G_0(p)}, \quad \frac{\bar{M}(p)}{\bar{M}_{j0}(p)} = \frac{M(p)}{M_{j0}(p)} = \frac{T_{12}^2 p^2 + 1}{G_0(p)},$$

які після нормування за часом ($t_B = 1/\Omega_0$, $T_{12\Omega} = T_{12}\Omega_0$, $p_\Omega = p/\Omega_0$), будуть мати вигляд

$$\frac{M_\Pi(p_\Omega)}{M_{j0}(p_\Omega)} = \frac{\gamma - 1}{\gamma G_6(p_\Omega)}, \quad \frac{M(p_\Omega)}{M_{j0}(p_\Omega)} = \frac{T_{12\Omega}^2 p_\Omega^2 + 1}{G_6(p_\Omega)}, \quad (13)$$

де $\bar{M}_{j0} = J\varepsilon_0 / M_{КЗ}$, ε_0 – обмеження на прискорення ДЕМО у пуско-гальмувальних режимах.

З виразів (13) видно, що у перехідних процесах за керуючою дією пружний момент змінюється пропорційно бажаній перехідній функції СМУ

$$h_6(t\Omega_0) = L^{-1} \left(\frac{1}{p G_6(p_\Omega)} \right), \quad (14)$$

$$M_\Pi(t\Omega_0) = M_{j0} \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} h_6(t\Omega_0), \quad (15)$$

а електромагнітний момент складається з суми сигналів, пропорційних бажаній перехідній функції СМУ та її другій похідній за часом:

$$M(t\Omega_0) = M_{j0} \left[h_6(t\Omega_0) + T_{12}^2 \Omega_0^2 h_6''(t\Omega_0) \right]. \quad (16)$$

Основною вимогою до системи автоматичного управління (САУ) двомасовим електромеханічним об'єктом є позбавлення від коливань пружного моменту. Тому бажаному характеристичному поліному повинна відповідати перехідна функція з малим перерегулюванням або навіть без нього. З відомих стандартних форм у найбільшій мірі цим вимогам відповідають:

1. поліном з біноміальними коефіцієнтами [3],
2. поліном, сконструйований методом подвійних пропорцій [4],
3. поліном, що забезпечує "оптимальне затухання" перехідної функції [5],
4. поліном, сконструйований за завданням перерегулюванням перехідної функції [6],
5. запропонований Бургінім [7] поліном, який він називає "оптимальним" для ДЕМО,
6. поліном Баттерворта [8].

Відповідно з цією нумерацією будемо називати перелічені поліноми СП1, ..., СП6.

Треба сказати, що останній СП приєднано до цього списку, як найбільш популярний при синтезі САУ, хоча його перехідна функція відрізняється дещо підвищеним перерегулюванням та коливальністю перехідних процесів. Зрозуміло, що список придатних для оптимізації ДЕМО стандартних поліномів можна поширити, але й перелічених поліномів достатньо для того, щоб простежити тенденції їх використання.

Коефіцієнти обраних для дослідження СП зведені в таблицю 1 (номер строки таблиці відповідає номеру полінома у списку). Туди ж поміщені і деякі межові показники СМУ, сенс яких буде з'ясовано пізніше. Поліном СП4 у строчці 4 має корені рівномірно розподілені на колі радіусом Ω_0 у секторі, кут якого обрано з умов забезпечення 5-процентного перерегулювання перехідної функції [6].

Таблиця 1

№	Коефіцієнти						Межові показники				
	α_5	α_4	α_3	α_2	α_1	α_0	$\Omega_{0K}T_{12}$	t_{3min}/T_{12}	γ_M	$\Omega_{0aM}T_{12}$	$\Omega_{0П}T_{12}$
1	1	5	10	10	5	1	4.646	1.544	5	0.447	1.376
2	1	4	8	8	4	1	4.066	1.416	4	0.5	1.366
3	1	4	7.25	7.25	4	1	3.854	1.490	3.285	0.525	1.289
4	1	3.618	6.175	6.175	3.618	1	3.506	1.506	2.634	0.569	1.235
5	1	2.5	5.3	5.46	3.64	1	3.197	1.561	1.929	0.614	1.105
6	1	3.236	5.236	5.236	3.236	1	3.174	1.492	2.118	0.618	1.819

Перехідні функції $h_6(\Omega_0 t)$ (14) та другі похідні від перехідних функцій $h_6''(\Omega_0 t)$ для стандартних бажаних ХП з таблиці 1, зображені на рис. 3.

З аналізу графіків рис. 3 та формули (16) видно, що при розгоні СМУ із ЗІ у момент досягнення функцією $h_6''(\Omega_0 t)$ максимального значення можуть спостерігатися значні кидки електромагнітного моменту (всупереч з бажаним характером зміни пружного моменту), що підтверджується графіками, поданими на рис. 4. Величини цих кидків можуть бути розраховані за приблизною формулою

$$M_K \approx M(t_{2m}\Omega_0) = M_{j0} [h_6(t_{2m}\Omega_0) + T_{12}^2 \Omega_0^2 h_{6m}''] \quad (17)$$

де $t_{2m}\Omega_0$ – відносний час досягнення другою похідною від бажаної перехідної функції максимального значення h_{6m}'' .

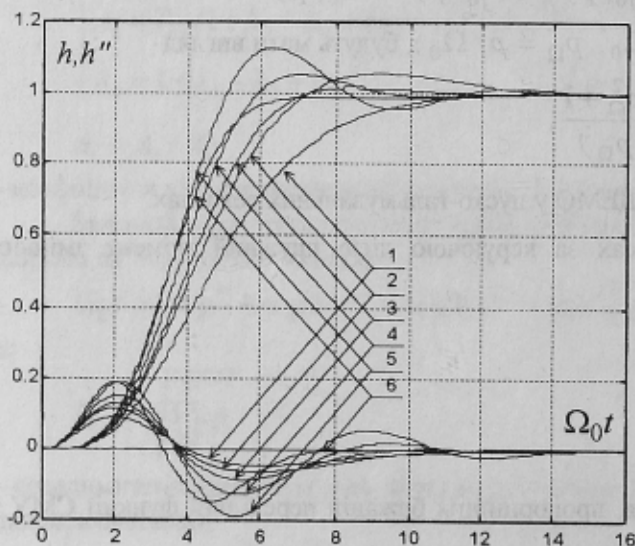


Рисунок 3 – Перехідні функції та другі похідні від перехідних функцій, що відповідають стандартним характеристичним поліномам таблиці 1

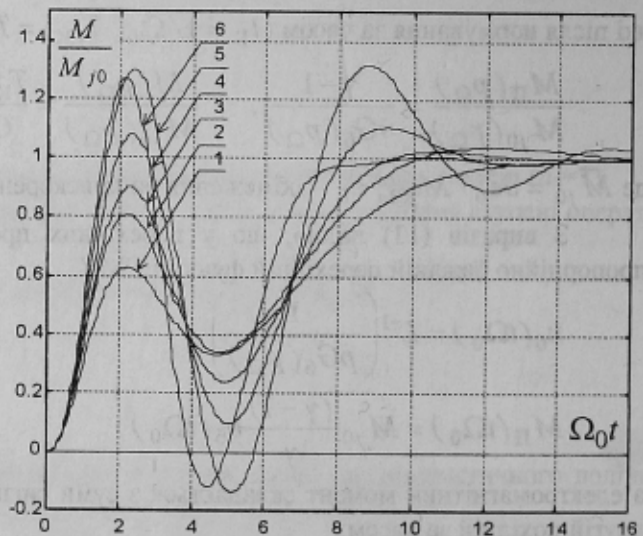


Рисунок 4 – Перехідні процеси електромагнітного моменту при розгоні системи з ЗІ при $\Omega_0 T_{12} = 2,5$

Обравши максимально-припустиме значення цього кидка, можна визначити і максимально-припустимий за умови його обмеження СГК характеристичного полінома, пронормований за постійною часу пружних коливаний ДЕМО:

$$\Omega_{0K} T_{12} \approx \sqrt{\frac{M_K / M_{j0} - h_6(t_{2m} \Omega_0)}{h_{6m}^*}} \quad (18)$$

Значення $\Omega_{0K} T_{12}$, розраховані за формулою (18) при $M_K / M_{j0} = 2$ для обраних вище стандартних поліномів, наведені у відповідній колонці таблиці 1.

Аналіз графіків рис.3,4 доводить, що у формулах (17) та (18) у першому наближенні можна знехтувати величиною перехідної функції у момент досягнення її другою похідною за часом максимального значення. При такому спрощенні виявляється, що кидок моменту збільшується прямо пропорційно квадрату СГК характеристичного полінома.

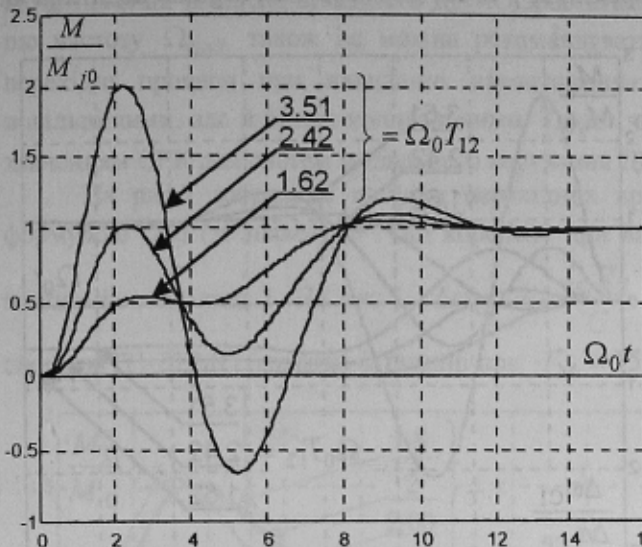


Рисунок 5 – Перехідні процеси при розгоні системи з характеристичним поліномом СП4 від ЗІ при значеннях СГК, що забезпечують

$$M_K / M_{j0} = [2, 1, 0.5]$$

перестає співпадати з часом досягнення першого максимуму функцією $h_6''(t)$.

Ще одним параметром, який варто оцінити при дослідженні перехідних процесів за керуючою дією, є швидкісна похибка та пов'язаний з нею усталений час запізнення t_3 швидкості першої та другої мас від лінійного сигналу, що змінюється з завданням прискоренням. У загальному випадку цей параметр дорівнює різниці між коефіцієнтами при перших ступенях оператора Лапласа у знаменнику та чисельнику передавальної функції, пронормованої за коефіцієнтами при вільних членах. У нашому випадку

$$t_3 = \alpha_1 / \Omega_0. \quad (19)$$

Значення параметра $t_{3min} / T_{12} = \alpha_1 / \Omega_{0K} / T_{12}$, наведені у відповідній колонці таблиці 1. З їх порівняння видно, що цей показник (при забезпеченні $M_K / M_{j0} = 2$) є найкращим при застосуванні характеристичного полінома, синтезованого методом подвійних пропорцій (СП2).

Дослідження СМУ при накиданні навантаження

Раніше, ніж остаточно обрати ХП та його СГК, треба проаналізувати динамічні та статичні властивості системи при відпрацюванні основної збурюючої дії, тобто при накиданні навантаження. Для обґрунтування цього положення на рис. 6 наведені перехідні функції системи за збурюючою дією з такими ж значеннями відносного СГК, як і при отриманні перехідних процесів, зображених на рис. 5 (а – пружний момент та швидкість механізму, б – електромагнітний момент та швидкість двигуна). Серед інших параметрів системи слід навести $T_M = 15T_\mu$ та $T_{12} = 8T_\mu$.

З рис.6 видно, що при задовільному характері перехідних функцій пружного моменту та швидкості механізму електромагнітний момент та швидкість двигуна мають на початковій ділянці перехідного процесу занадто велику коливальність, яка зростає з підвищенням параметра $\Omega_0 T_{12}$.

Передаточна функція СМУ від статичного до електромагнітного моменту, що виражена через коефіцієнти бажаного ХП, має вигляд:

$$\frac{M(p_\Omega)}{M_C(p_\Omega)} = \frac{1}{(\gamma-1)T_{12}^2} (\gamma T_{12}^4 + \alpha_4 T_{12}^2 - \alpha_2) p_\Omega^2 + \frac{1}{(\gamma-1)T_{12}^4} (-\alpha_1 T_{12}^4 + \alpha_3 T_{12}^2 - 1) p_\Omega + 1 \quad (20)$$

З неї видно, що знайти аналітичний вираз для величини першого кидка моменту у цьому випадку не можливо без знання аналітичного виразу для перехідної функції $h_6(\Omega_0 t)$ та її першої та другої похідних, бо, на відміну від перехідних процесів при розгоні приводу від ЗІ, залишається невідомим час досягнення цим кидком максимального значення. З (20) також видно, що якість перехідних процесів у СМУ при накиданні навантаження суттєво залежить від коефіцієнта розподілення мас. Можна показати, що при малих значеннях γ спостерігається значний від'ємний кидок струму, а при зростанні γ та Ω_0 збільшуються перший додатний кидок струму та додатний кидок швидкості двигуна.

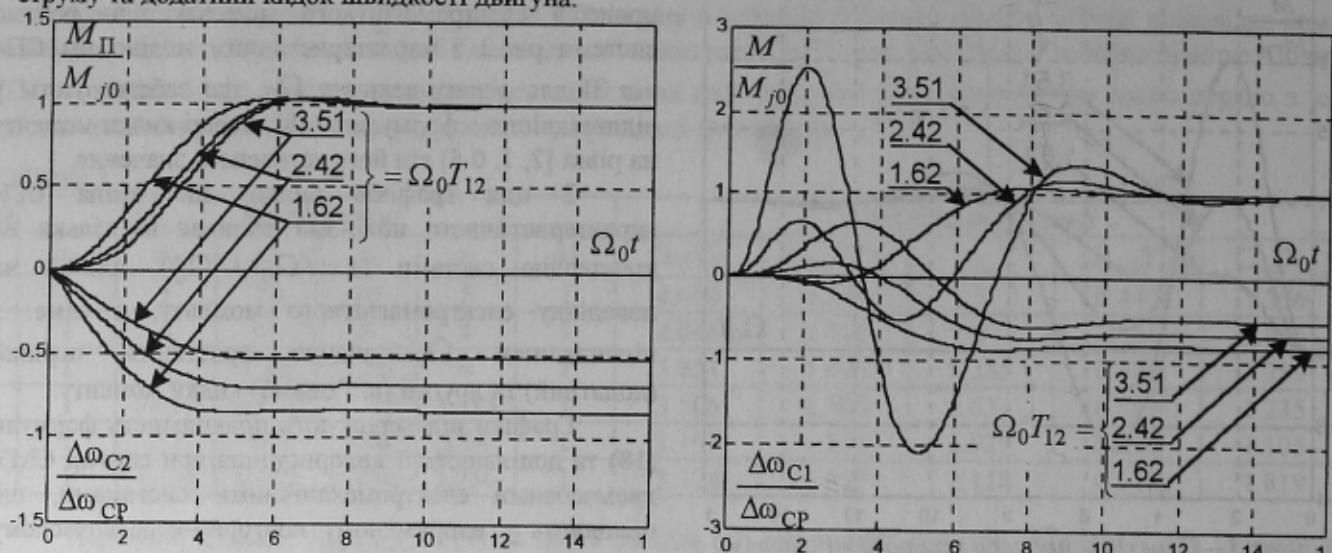


Рисунок 6 – Перехідні процеси при накиданні навантаження при значеннях СГК, що забезпечують при розгоні від ЗІ $M_K / M_{j0} = [2, 1, 0.5]$

Таким чином, при виборі СГК за формулою (18), по-перше, не слід задаватися дуже великим значенням кидка електромагнітного моменту (доцільно обирати його рівним або навіть меншим за усталене значення), по-друге, у будь-якому випадку необхідно перевірити якість перехідних процесів струму та швидкості двигуна при відпрацюванні збурюючої дії.

Досить важливим показником якості систем електропривода є статична просадка швидкості $\Delta\bar{\omega}_C$ при накиданні навантаження. Проаналізуємо залежність цього показника від величини СГК.

З структурної схеми рис.2 можна визначити

$$\Delta\bar{\omega}_{C1} = \Delta\bar{\omega}_{C2} = \Delta\bar{\omega}_C = -\frac{k_5 + k_4 + k_2 + 1}{k_5 + k_3 + k_1 + 1} \bar{M}_C \quad (21)$$

Після підстановки у формулу (21) виразів коефіцієнтів зворотних зв'язків регулятора стану через коефіцієнти ХП α_i (10) вона набуде вигляду

$$\Delta\bar{\omega}_C = -\frac{1}{(\gamma-1)\Omega_0 T_M} \left(\alpha_1 \gamma - \frac{\alpha_3}{(\Omega_0 T_{12})^2} + \frac{1}{(\Omega_0 T_{12})^4} \right) \bar{M}_C \quad (22)$$

З аналізу формули (22) видно, що розв'язання бікватратного рівняння

$$\alpha_1 \gamma (\Omega_{0a1,2} T_{12})^4 - \alpha_3 (\Omega_{0a1,2} T_{12})^2 + 1 = 0 \quad (23)$$

дає значення СГК (нормоване за частотою пружних коливань двомасової системи), що забезпечують астатизм системи за збуренням, тобто нульову статичну похибку швидкості при накиданні навантаження:

$$\Omega_{0a1,2} T_{12} = \sqrt{\frac{\alpha_3}{2\gamma\alpha_1} \pm \sqrt{\frac{1}{\gamma\alpha_1} \left(\frac{\alpha_3^2}{4\gamma\alpha_1} - 1 \right)}} \quad (24)$$

Аналіз виразу під внутрішнім коренем формули (24) на додатність вказує на те, що можливість досягнення астатизму за збуренням існує тільки при виконанні умови:

$$\gamma \leq \gamma_M = \frac{\alpha_3^2}{4\alpha_1} \quad (25)$$

Значення межового параметра γ_M для різних ХП та відповідаючі йому відносні значення SGK, розраховані за формулою

$$\Omega_{0aM} T_{12} = \sqrt{\frac{\alpha_3}{2\gamma_M \alpha_1}} = \sqrt{\frac{2}{\alpha_3}}, \quad (26)$$

також наведені у таблиці 1. Відзначимо, що формули, аналогічні (22)-(26), у абсолютних одиницях отримані у [2].

При $\gamma < \gamma_M$ система буде мати два значення Ω_{0a1} та Ω_{0a2} , при яких забезпечується умова відсутності помилки за швидкістю. При $\Omega_{0a2} < \Omega_0 < \Omega_{0a1}$ помилка буде позитивною, тобто при накиданні навантаження усталена швидкість ДЕМО зростатиме, що у більшості випадків не допустимо. Можна показати, що частоту Ω_{0a2} також не можна рекомендувати для використання, бо, у порівнянні з частотою Ω_{0a1} , перехідні процеси при накиданні навантаження при такому значенні SGK стають не тільки значно повільнішими, але й більш коливальними. Таким чином, частоту Ω_{0a1} можна вважати мінімально можливим значенням SGK для систем модального керування ДЕМО, для яких виконується умова (24).

На рис.7 зображені графіки перехідних процесів при накиданні навантаження при виборі SGK за формулою (24) (зі знаком "+" під коренем) при використанні СП4, а на рис. 8 – графіки $\Omega_{0a1} T_{12}(\gamma)$ для поліномів з таблиці 1. На рис.7 $\Delta\omega_{CP} = -\frac{I_C R_{я}}{C} = -\frac{T_M}{J} M_C$ – статична похибка за швидкістю розімкненої системи ТП-ДЕМО (графіки отримані при $T_M = 15T_{\mu}$, $T_{12} = 4T_{\mu}$).

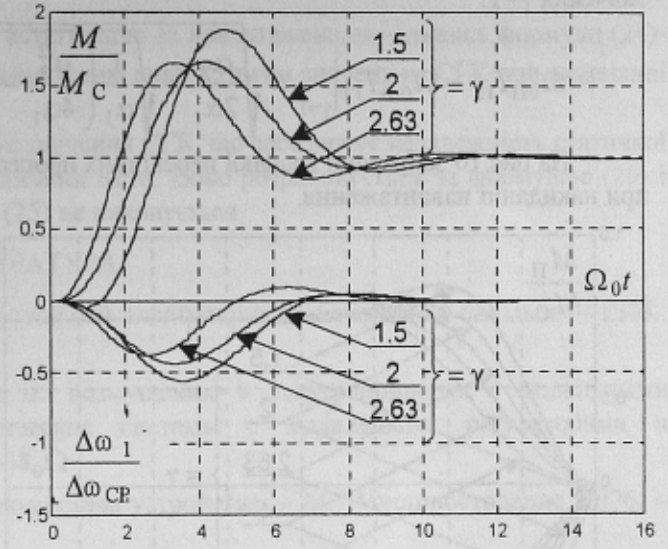
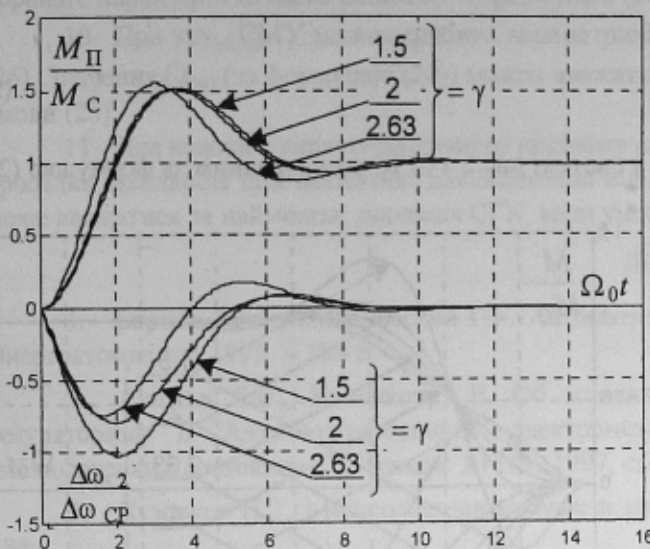


Рисунок 7 – Перехідні процеси при накиданні навантаження при виборі SGK з умов забезпечення нульових статичних похибок за швидкістю першої та другої мас

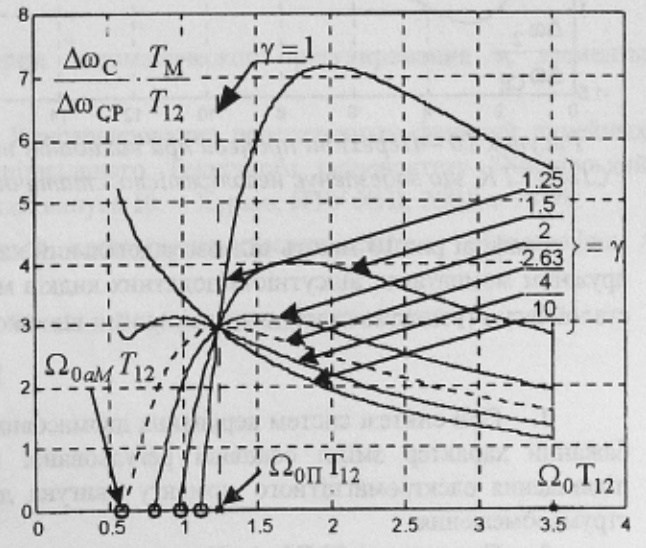
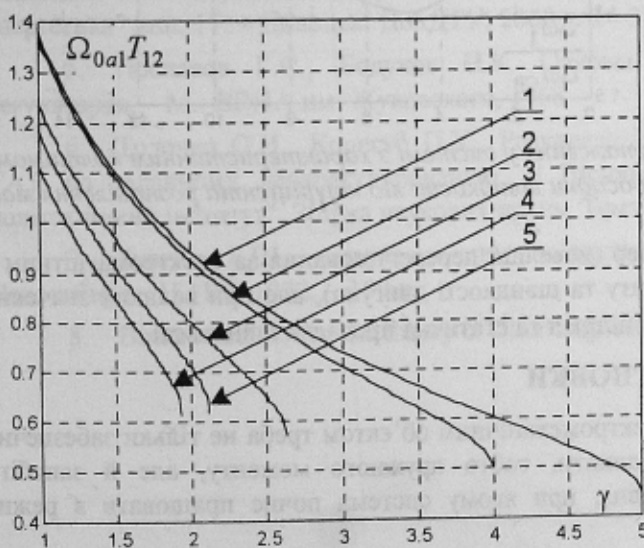


Рисунок 8 – Графіки залежності SGK, що забезпечують астатизм СМУ за навантаженням, від коефіцієнта розподілення мас

Рисунок 9 – Графіки залежності статизму за навантаженням від SGK для різних коефіцієнтів розподілення мас

Оскільки

$$\bar{M}_C = M_C / M_{K3} = -\omega_0 / \Delta\omega_{CP} = -1 / \Delta\bar{\omega}_{CP}, \quad (27)$$

то статичну точність СМУ при накиданні навантаження можна оцінювати параметром

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\bar{\omega}_C}{\Delta\bar{\omega}_{CP}} = \frac{\Delta\omega_C}{\Delta\omega_{CP}} &= \left(\alpha_1 \Omega_0^4 - \alpha_3 \frac{\Omega_0^2}{T_{12}^2 \gamma} + \frac{1}{T_{12}^4 \gamma} \right) \cdot \frac{1}{\Omega_0^5 T_M} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} = \\ &= \left(\alpha_1 \gamma - \frac{\alpha_3}{(\Omega_0 T_{12})^2} + \frac{1}{(\Omega_0 T_{12})^4} \right) \cdot \frac{1}{(T_M / T_{12})(\Omega_0 T_{12})(\gamma - 1)} \end{aligned} \quad (28)$$

Сім'я графіків залежностей $(\Delta\omega_C / \Delta\omega_{CP}) \cdot (T_M / T_{12})$ від СГК, віднесеного до частоти пружних коливань ДЕМО $\Omega_0 / \Omega_{12} = \Omega_0 T_{12}$ для різних коефіцієнтів розподілення мас системи з СП4 зображена на рис.9.

Графік, що відповідає $\gamma = \gamma_M$ позначено пунктиром.

Перехідні процеси, зображені на рис. 7 мають цілком задовільний характер за виключенням дещо підвищеного перерегулювання за електромагнітним моментом, але, як видно з рис. 9, вони стають занадто повільними за рахунок зменшення СГК характеристичного поліному.

Усі графіки на рис.9 перетинаються між собою у одній точці, тобто існує СГК, при якому значення статичної просадки швидкості при накиданні навантаження не залежить від коефіцієнта розподілення мас. Такий СГК існує для любых ХП. Його можна знайти підстановкою у формулу (24) зі знаком "+" під коренем значення $\gamma=1$:

$$\Omega_{0П} T_{12} = \Omega_{0ал} T_{12} \Big|_{\gamma=1} = \sqrt{\frac{\alpha_3}{2\alpha_1} + \sqrt{\frac{1}{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_3^2}{4\alpha_1} - 1 \right)}}. \quad (29)$$

На рис.10 зображені графіки перехідних процесів у системі рис.2 з СГК, розрахованим за формулою (29), при накиданні навантаження.

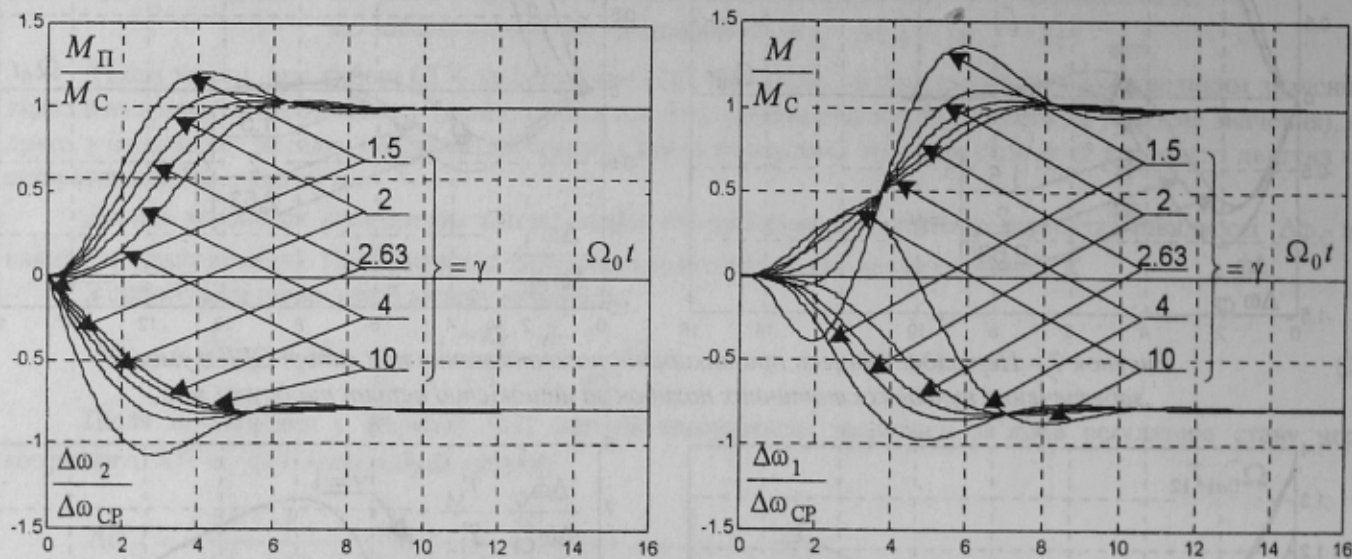


Рисунок 10 – Перехідні процеси при накиданні навантаження у системі з характеристичним поліномом СП4 з СГК, що забезпечує незалежність статичної просадки швидкості від коефіцієнта розподілення мас

Графіки рис.10 мають цілком задовільний характер (невеликі перерегулювання за електромагнітним та пружним моментами, відсутність додатних кидків моменту та швидкості двигуна), але при великих значеннях сталої часу T_{12} можуть стати незадовільними швидкодія системи та статична просадка швидкості.

ВИСНОВКИ

1. При синтезі систем керування двомасовим електромеханічним об'єктом треба не тільки забезпечити бажаний характер зміни основної регульованої координати, тобто пружного моменту, але й запобігти підвищенню електромагнітного моменту двигуна до рівня, при якому система почне працювати в режимі струмообмеження.

2. При розгоні СМУ від ЗІ у графіках зміни електромагнітного моменту можуть спостерігатися значні додатні кидки, амплітуда яких, у відповідності з формулою (17), у першому наближенні прямо пропорційна квадрату СГК, віднесеного до частоти пружних коливань двомасової системи, та максимальному значенню

другої похідної від перехідної функції, що відповідає обраному характеристичному поліному. До того ж, графіки електромагнітного моменту у цьому режимі не залежать від коефіцієнта розподілення мас.

3. При однаковому значенні SGK найбільший кидок моменту з шести стандартних поліномів, що розглянуті у статті, забезпечує стандартний поліном, запропонований Бургінім (СП5), а найменший – поліном з біноміальними коефіцієнтами (СП1) – дивись рис. 4.

4. Для того, щоб кидки електромагнітного моменту при відпрацюванні керуючої дії не перевищували бажаного значення, SGK треба розраховувати за формулою (18).

5. При однакових кидках моменту найменшу швидкісну похибку при розгоні приводу від ЗІ забезпечує характеристичний поліном, сконструйований методом подвійних пропорцій (СП2) – дивись таблицю 1 і формулу (19).

6. При накиданні навантаження характер зміни електромагнітного моменту залежить не тільки від SGK, але й від коефіцієнта розподілення мас (КРМ) – дивись передавальну функцію (20).

7. При накиданні навантаження додатні та від'ємні кидки електромагнітного моменту можуть перевищувати відповідні значення у пуско-гальмувальних режимах (рис. 10).

8. При великих КРМ можуть спостерігатися значні додатні кидки швидкості двигуна при накиданні навантаження, що при роботі приводу на номінальній швидкості може привести до перенапруження двигуна (рис. 6).

9. При виборі SGK з умов забезпечення бажаного статизму системи при накиданні навантаження можна користуватися графіками $\frac{\Delta\omega_c}{\Delta\omega_{CP}} \cdot \frac{T_M}{T_{12}} (\Omega_0 T_{12})$, аналогічними до зображених на рис. 9, побудованим для обраного характеристичного поліному за формулою (28).

10. При $\gamma \leq \gamma_M$ СМУ можна зробити параметрично астатичною за навантаженням – дивись формули (24)-(26). Значення Ω_{0al} (за формулою (24)) можна вважати найменшим припустимим значенням SGK при виконанні умови (25).

11. Для кожного характеристичного поліному існує значення SGK, що забезпечує незалежність статичної просадки швидкості при накиданні навантаження від величини КРМ. Воно розраховується за формулою (29) і може вважатися за найменше значення SGK, коли умова (25) не виконується.

ЛІТЕРАТУРА

1. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.
2. Акимов Л.В., Клепиков А.В. Об астатизме по возмущению в электроприводах с модальными регуляторами // Автоматизированные электромеханические системы с модальными регуляторами и наблюдателями состояния. – Харьков: ХГПУ, 1997, с.29-38
3. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
4. Толочко О.И., Коцегуб П.Х., Губарь Ю.В., Федоряк Р.В. Конструирование передаточных функций линейных САУ из условий модульного оптимума // Збірник наукових праць ДонДТУ. Серія "Електротехніка і енергетика" вип. 17. – Донецьк: ДонДТУ, 2000, с.24-30
5. Поспелов Г.С., Бодунов Н.К. Основы теории автоматического регулирования и элементы регуляторов. – М.: ВВИА им. Жуковского, 1968.
6. Толочко О.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И. Конструирование передаточных функций линейных САУ по заданному перерегулированию. // Вісник Національного Технічного університету "Харківський політехнічний інститут". Збірник наукових праць. Тематичний випуск 10. – Харків, НТУ ХПІ, 2001, с.95-98.
7. Бургин Б.Ш. Анализ и синтез двухмассовых электромеханических систем: Монография / Новосибирск: НЭТИ, 1992. – 199 с.
8. Butterworth S. On the theory of filter amplifiers // Wireless Engineer, London, 1930, V.7.