УДК 621.8
Шумов Е.С., студент
И.Н. Лаппо, асистент
Т.В. Горячева, старший преподаватель
Красноармейский индустриальный институт ДВНЗ «Донецкий национальный технический университет»
E-mail: imkii@yandex.ua

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ПРИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ ПРОЦЕССОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

В статье рассматривается современное состояние методов теплофизических расчетов, применяемых для описания процессов механической обработки резанием

Ключевые слова: теплопроводность, дифференциальное уравнение теплопроводности, метод источников, метод отражения.

Проблеме теплофизических расчетов процессов механической обработки, начиная с момента зарождения теплофизики как науки, посвящено множество трудов, содержащих обстоятельные теоретические и экспериментальные исследования тепловых явлений при резании. Для описания температурных полей, возникающих под действием внешних и внутренних источников теплоты, при решении инженерных задач используют дифференциальное уравнение теплопроводности в виде:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}=\frac{\lambda}{\rho c}\left[\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}\right)+\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2}\right)+\frac{q_B}{c\rho}\right], \tag{1}$$

где ρ – плотность вещества, кг/м^3; c – массовая теплоемкость, Дж/кг·ºС; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/м·ºС; q_B – объемная плотность тепловыделения внутренних источников, Вт/м^3; $\Theta = f(x,y,z,\tau)$ – температура твердого тела, имеющего координаты x,y,z в разные моменты времени τ.

Общеизвестное фундаментальное решение дифференциального уравнения теплопроводности (1), называемое функцией источника, может быть получено методом разделения переменных Фурье и имеет вид:

$$\Theta(x,y,z,t) = \frac{Q}{\lambda \cdot \sqrt{\omega} \cdot (4\pi\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4\omega\tau}\right), \qquad (2)$$

где $R = \sqrt{(x-x_u)^2 + (y-y_u)^2 + (z-z_u)^2}$ - расстояние от места вспышки $I(x_u,y_u,z_u)$ до какой-либо точки тела $M\ (x,y,z)$; $Q = c\rho$ – количество теплоты, внесенной в тело источником, Дж; τ – время, прошедшее от момента теплового импульса [1].

Выражение (2) впервые было получено Кельвином и описывает температурное поле, которое возникает в теле под действием мгновенного точечного источника, который не может иметь конфигурации, ограничения, закона распределения плотности по любой из осей, и в предположении, что источник неподвижный, действует весьма короткое время и при $R \to \infty$ температура $\Theta \to 0$.

Используя принцип наложения температурных полей от элементарных источников теплоты с помощью интегрирования в пространстве и во времени, можно определить температурное поле источника любой формы, произвольным образом расположенного в пространстве и действующего в течении любого промежутка времени.

Наиболее часто в теплофизических расчетах применяют метод источников, позволяющий описывать тепловые явления в различных технологических системах. Для построения фундаментального решения, удовлетворяющего определенным граничным условиям, метод источников используется в совокупности с методом отражения, сущность которого состоит в том, что реальное ограниченное тело с действующими источниками приводят к неограниченному телу путем добавления фиктивных (отраженных) источников и стоков. Таким образом, ограниченное реальное тело приводится к неограниченному телу с новой системой источников и стоков теплоты. И тогда фундаментальное решение системы источника и стока будет представлять собой сумму решений для каждого из двух источников:

$$\Theta(I_p) = \Theta_{\acute{\imath}}(I_p) + \Theta_{\acute{\imath}}(I_{\hat{o}}), \qquad (3)$$

где $\Theta(I_p)$ - температура любой точки полуограниченного тела, обусловленная наличием реального источника теплоты; $\Theta_{\acute{\imath}}(I_p)$ - температура реального источника теплоты неограниченного тела; $\Theta_{\acute{\imath}}(I_{\hat{o}})$ - температура фиктивного источника теплоты неограниченного тела.

Рассмотрим случай полупространства с действующим точечным источником теплоты (рис.1). Температура адиабатической граничной поверхности полубесконечного тела равна удвоенной температуре соответствующей условной плоскости неограниченного тела $\Theta(I_p) = 2\Theta_{\acute{\imath}}(I_p)$, а с большей математической конкретизацией:

$$\Theta(x,y,z,t) = \Theta_н(I_p) + \Theta_н(I_ф) = \frac{Q}{\lambda \cdot \sqrt{\omega} \cdot (4\pi\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + (y - y_u)^2 + z^2}{4\omega\tau}\right) +$$
$$+ \frac{Q}{\lambda \cdot \sqrt{\omega} \cdot (4\pi\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + (y + y_u)^2 + z^2}{4\omega\tau}\right) \qquad (4)$$

В плоскости $y = 0$

$$\Theta = 2\frac{Q}{\lambda \cdot \sqrt{\omega} \cdot (4\pi\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + {y_u}^2 + z^2}{4\omega\tau}\right)$$

Если реальный источник теплоты находится на самой адиабатической границе (имеет координату $y_{\grave{e}} = 0$), тогда из выражения (4):

$$\Theta(x,y,z,t) = 2\frac{Q}{\lambda\sqrt{\omega}(\sqrt{4\pi\tau})^3} \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2 + z^2)}{4\omega t}\right],$$

то есть, источник теплоты, расположенный на адиабатической поверхности полупространства, создает не только на границе, но и во всем полупространстве температуру в 2 раза большую, чем такой же источник в неограниченном теле [2], что имеет важное значение для анализа процессов резания.

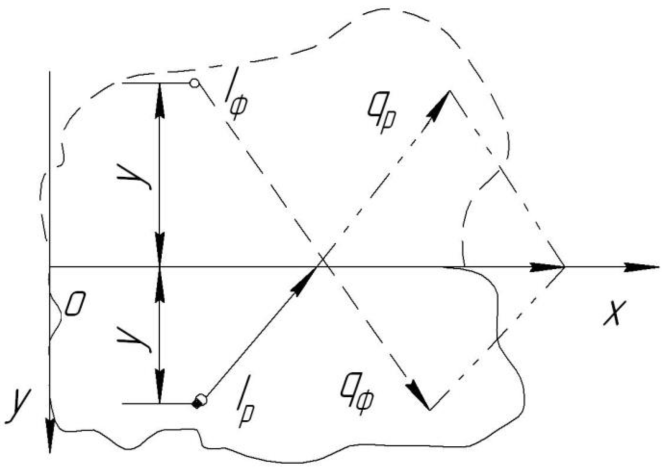

Рисунок 1 – Схема к объяснению принципа отражения источников теплоты на примере полупространства с адиабатической поверхностью

Таким образом, анализ теплофизических расчетов при механической обработке резанием показал, что достаточно достоверные данные для тепловых процессов в деталях сложной формы со сложными граничными условиями можно получить при помощи стандартных численных методов расчета с использованием полномасштабного физического моделирования.

Список использованной литературы

1. Резников А.Н., Резников Л.А. Тепловые процессы в технологических системах – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.
2. А.Л. Воронцов, Н.М. Султан-Заде, А.Ю. Албагичев. Разработка новой теории процессов резания /Вестник машиностроения, 2011, №1, с.61-67.