УДК 629.7.018.7:681.3.06:621.396.96

МЕТОД НЕЛИНЕЙНОГО ОПТИМАЛЬНОГО АДАПТИВНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

Мильштейн А.В., аспирант
Паслён В.В., канд. техн. наук, доцент
Донецкий национальный технический университет, Украина

Участники конференции,
Национального первенства по научной аналитике,
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

В статье рассматривается метод нелинейного оптимального адаптивного сглаживания, позволяющий совместно реализовать пространственную и временную избыточность данных траекторных измерений.

Ключевые слова: *пространственная избыточность, временная избыточность, нелинейное сглаживание, базисная функция, матрица.*

The article considers the method of nonlinear optimal adaptive smoothing, that allow to realize jointly the spatial and temporal redundancy of the data of trajectory measurements.

Keywords: *spatial redundancy, temporal redundancy, non-linear smoothing, basic function, matrix.*

Быстрый прогресс в развитии авиационной и ракетно-космической техники привел к созданию и развитию радиолокационных и оптических систем траекторных измерений. В состав которых входят: радиолокационные и кинотеодолитные станции, измеряющие первичные параметры положения объектов, а также средства обработки, регистрации и отображения получаемой информации. С помощью аппаратуры информационно-измерительных комплексов вычисляются вторичные параметры положения и движения объектов, анализируются траектории их движения, а также производится послеполетная обработка полученных данных с целью оценки правильности работы бортовых комплексов.

Характерной особенностью данной области исследований является тесная взаимосвязь процессов измерения параметров положения и движения объектов и компьютерной обработки данных, получаемых от радиолокационных и оптических систем. По существу эти два процесса сливаются в единый процесс, составные части которого сильно влияют друг на друга и должны рассматриваться совместно.

Различные аспекты решения задач обработки траекторной информации рассматривались в работах отечественных авторов: Агаджанова П.А., Дулевича В.Е., Жданюка Б.Ф., Огороднийчука Н.Д., Паслена В.В., Мотылева К.И. и др., а также зарубежных авторов: Андрюса Д., Хьюбера П., Тьюки Дж. и др.

В целях повышения эффективности полигонных испытаний элементов перспективной системы противоракетной обороны, Министерство обороны США, начиная с 2000 года, проводили работы по созданию многофункциональной РЛС траекторных измерений морского базирования, получившей наименование XTR-1 (X-Band Transportable Radar). Данная станция предназначена для обнаружения, распознавания и сопровождения баллистических целей, а также измерения текущих параметров траекторий их полета.

Особенностью траекторной информации, полученной в результате испытаний, является пространственная и временная избыточность. Временная избыточность появляется по причине высокого темпа съема информации, а пространственная избыточность возникает вследствие многократного дублирования измерений различными измерительными средствами. Отличительной чертой траекторных измерений является исключительно высокая требуемая точность и тесная взаимосвязь процессов измерений и обработки информации. До появления персональных компьютеров (ПК) обработка измерительной информации производилась «вручную» или с помощью механических вычислительных средств (логарифмическая линейка, арифмометр, механическая вычислительная машина). Сглаживание информации осуществлялось графо-аналитическим способом, а для вычисления вторичных параметров положения ЛА применялись простые методы, основанные на использовании минимально-необходимого набора первичных координат.

При этом суть простых методов сводилась к аналитическому определению точки пересечения трех поверхностей положения. Алгоритмы преобразования координат при использовании таких методов просты и всем известны, что и явилось причиной их широкого распространения и использования.

К числу недостатков простых методов следует отнести:

- многообразие и неуниверсальность методов, что приводит к большим неудобствам и увеличению сроков обработки;
- наличие обширных зон низкой точности;
- неучет пространственной избыточности измерений, что приводит к потере точности.

Нами предлагается метод нелинейного оптимального адаптивного сглаживания, позволяющий совместно реализовать пространственную и временную избыточность данных траекторных измерений.

Для полиномиального описания стохастических траекторий при совместной реализации пространственной и временной избыточности вводится система линейно-независимых базисных функций (ЛНБФ) и вектор коэффициентов сглаживающего полинома, состав и величина которого подлежат определению в ходе обработки. В работе нами предложена клеточно-матричная структура базисной функции для осуществления сглаживания путем совместной обработки данных внешнетраекторных измерений (ВТИ), обладающих пространственной и временной избыточностью.

Предлагаемая структура ЛНБФ имеет вид:

$$\varphi(t,\tau)=\begin{vmatrix}\varphi_{00}(t,\tau_x)\varphi_{01}(t,\tau_x)\varphi_{02}(t,\tau_x)...\varphi_{m0}(t,\tau_x)\varphi_{m1}(t,\tau_x)\varphi_{m2}(t,\tau_x)\\ \varphi_{00}(t,\tau_y)\varphi_{01}(t,\tau_y)\varphi_{02}(t,\tau_y)...\varphi_{m0}(t,\tau_y)\varphi_{m1}(t,\tau_y)\varphi_{m2}(t,\tau_y)\\ \varphi_{00}(t,\tau_z)\varphi_{01}(t,\tau_z)\varphi_{02}(t,\tau_z)...\varphi_{m0}(t,\tau_z)\varphi_{m1}(t,\tau_z)\varphi_{m2}(t,\tau_z)\end{vmatrix}, \quad (1)$$

где $\varphi(t,\tau)=(t-t_0)^0\tau_l^0(t-t_0)^0\tau_l^1(t-t_0)^0\tau_l^2...(t-t_0)^m\tau_l^0(t-t_0)^m\tau_l^1(t-t_0)^m\tau_l^2$;

$l=x,y,z$;

m – степень сглаживающего полинома;

t – текущий момент времени;

t_0 – момент времени, соответствующий середине интервала сглаживания.

τ – вторая независимая переменная базисной функции.

Описанная структура ЛНБФ обладают рядом недостатков, поэтому целесообразным будет, если на множестве точек измерений удалось бы построить систему Λ-ортогональной базисной функции (Λ-ОБФ).

Предлагаемый нами способ состоит в приведении основной матрицы системы к диагональной форме путем построения такой системы Λ-ОБФ, с учетом нелинейного характера задачи, при которой недиагональные элементы основной матрицы системы сводятся к диагональному виду. Построение Λ-ОБФ двух переменных предлагаем осуществить следующим образом.

Пусть исходная система ЛНБФ в общем случае имеет вид (1) с общим элементом $\varphi_{kl}(t,\tau)$ (где $k=0,\ldots,m$, $l=0,\ldots,1,2$; t ..., t_i, ..., t_n – моменты времени на интервале сглаживания, n – число моментов времени на интервале сглаживания, τ – независимая переменная, принимающая значения τ_x, τ_y, τ_z).

Необходимо построить систему Λ-ОБФ вида:

$$P_{00}(t,\tau)P_{01}(t,\tau)P_{02}(t,\tau)...P_{kl}(t,\tau)...P_{m0}(t,\tau)P_{m1}(t,\tau)P_{m2}(t,\tau) \quad (2$$

с общим элементом $P_{kl}(t,\tau)$, для которой недиагональные элементы основной матрицы системы уравнений равны нулю, т.е.

$$J_{kl}^T\Lambda J_{kl}=0, \quad (3$$

где J – Якобиева матрица, элементы которой $J_{kl}=FP_{kl}$;

F – элемент матрицы проекций градиентов.

Для начала процесса Λ-ортогонализации положим

$$P_{00}(t,\tau)=\varphi_{00}(t,\tau); \qquad J_{00}=\Phi_{00}.$$

Далее представим

$$P_{01}(t,\tau)=\alpha_{00,01}P_{00}(t,\tau)+\varphi_{01}(t,\tau), \quad (4$$

где вспомогательный коэффициент подлежит уточнению из условия (3).

Для этого на базе известных J_{00} и Φ_{01} вычислим вектор-столбец J_{01} по формуле

$$J_{01}=\alpha_{00,01}J_{00}+\Phi_{01}. \quad (5$$

Транспонируем вектор J_{01} и умножим его справа на ΛJ_{00}, полученный результат, благодаря условию (3), приравняем нулю:

$$J_{01}^T\Lambda J_{00}=\alpha_{00,01}J_{00}^T\Lambda J_{00}+\Phi_{01}^T\Lambda J_{00}=0.$$

Из выражения (6) найдем значение неизвестного вспомогательного коэффициента $\alpha_{00,01}$:

$$\alpha_{00,01}=-\frac{\Phi_{01}^T\Lambda J_{00}}{J_{00}^T\Lambda J_{00}}.$$

Аналогично представим

$$P_{02}(t,\tau)=\alpha_{00,02}P_{00}(t,\tau)+\alpha_{01,02}P_{01}(t,\tau)+\varphi_{02}(t,\tau)$$

и определим вспомогательные коэффициенты $\alpha_{00,02}$ и $\alpha_{01,02}$.

Для этого на базе известных J_{00}, J_{01} и Φ_{02} вычислим вектор-столбец:

$$J_{02}=\alpha_{00,02}J_{00}+\alpha_{01,02}J_{01}+\Phi_{02}.$$

Транспонируем вектор J_{02}, умножим его справа на ΛJ_{00} и, приравняв полученный результат к нулю на базе ус... (3) получим:

$$J_{02}^T\Lambda J_{00}=\alpha_{00,02}J_{00}^T\Lambda J_{00}+\alpha_{01,02}J_{01}^T\Lambda J_{00}+\Phi_{02}^T\Lambda J_{00}=0.$$

Аналогично получим

$$J_{02}^T\Lambda J_{01}=\alpha_{00,02}J_{00}^T\Lambda J_{01}+\alpha_{01,02}J_{01}^T\Lambda J_{01}+\Phi_{02}^T\Lambda J_{01}=0,$$

домножив J_{02}^T на ΛJ_{01}.

Благодаря условию (3), выражения (10) и (11) упрощаются:

$$\alpha_{00,02}J_{00}^T\Lambda J_{00}+\Phi_{02}^T\Lambda J_{00}=0,$$

$$\alpha_{01,02}J_{01}^T\Lambda J_{01}+\Phi_{02}^T\Lambda J_{01}=0.$$

Из выражений (12) вычисляем коэффициенты

$$\alpha_{00,02} = -\frac{\Phi_{02}^T \Lambda J_{00}}{J_{00}^T \Lambda J_{00}}; \quad \alpha_{01,02} = -\frac{\Phi_{02}^T \Lambda J_{01}}{J_{01}^T \Lambda J_{01}}. \tag{13}$$

Процесс повторяется до получения $P_{m2}(t,\tau)$.

Если найдена функция $P_{k(l-1)}(t,\tau)$ системы (2), то следующая функция $P_{kl}(t,\tau)$ будет найдена из предложенного нами рекуррентного соотношения:

$$P_{kl}(t,\tau) = \sum_{\chi=0}^{k-1}\sum_{\lambda=0}^{2} \alpha_{\chi\lambda,kl} P_{\chi\lambda}(t,\tau) + \sum_{\chi=k}^{k}\sum_{\lambda=0}^{l-1} \alpha_{\chi\lambda,kl} P_{\chi\lambda}(t,\tau) + \varphi_{kl}(t,\tau), \tag{14}$$

где

$$\alpha_{\chi\lambda,kl} = -\frac{\Phi_{kl}^T \Lambda J_{\chi\lambda}}{J_{\chi\lambda}^T \Lambda J_{00\chi\lambda}}. \tag{15}$$

Рассмотрим методику адаптивного нелинейного оптимального сглаживания многопараметрических данных измерений с использованием предлагаемой нами структуры ЛНБФ (1):

Исходными данными для осуществления процесса сглаживания являются следующие величины:

- данные измерений j первичной координаты (например, дальность, азимут, угол места в i-й момент времени);
- число точек на интервале сглаживания;
- число подлежащих обработке первичных координат;
- m_{max} – максимально возможная степень сглаживающего полинома.

Методика адаптивного нелинейного оптимального сглаживания данных траекторных измерений предусматривает:

1. Нахождение начального приближения вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома.
2. Определение максимально правдоподобной оценки (МПО) вектора коэффициентов сглаживающего полинома и формирование достаточных статистик.
3. Проверку статистик на значимость и формирование оптимального вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома.
4. Вычисление и вывод на печать сглаженных значений вторичных координат положения летательного аппарата (ЛА).

В общем виде последовательность решения задачи можно представить:

$$\varphi \to \varphi^0 \to \xi \to \xi^* \to r^* \to \underset{\uparrow}{\hat{C}_V} \to \hat{r}_V \to \Delta\hat{\xi}_V \to F_V \to \Phi_V \to P_V \to J_V \to$$

$$\to \alpha_V \to U_V \to \Delta\hat{A}_V \to \hat{A}_V \to \hat{A}_{V+1} \to \hat{r}_{V+1} \to |r_V| > \underset{нет}{\overset{\leftarrow да}{\varepsilon}} \to U_n \to P \to \overset{\downarrow}{\tilde{A}} \to$$

$$\to F_{1,V} \to m \le \underset{нет}{\overset{\leftarrow да}{m_{\max}}} \to \text{если } F_{1,V} > F_{1,V,\alpha} \text{ то } a_{kl}^* = a_{kl} \text{ иначе } a_{kl}^* = 0 \to A^* \to \hat{r}^S$$

Более подробно ее можно представить следующим образом:

1. Формируем систему ЛНБФ структуры (1) с учетом максимально возможной степени сглаживающего полинома.
2. Формируем вектор измерений, состоящий из $N \cdot n$ элементов (где N – количество измеряемых первичных координат, n – число точек на интервале сглаживания).
3. По минимальному набору первичных координат рассчитываем вторичные координаты и формируем вектор несглаженных значений вторичных координат.

Если имеются данные РЛС, то вторичные координаты в местной системе координат рассчитываются по формулам [8]:

$$X = R \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha,$$
$$Y = R \cdot \sin\beta,$$
$$Z = R \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha,$$

где X, Y, Z – значения вторичных координат;

R, α, β – измеренные значения первичных координат дальности, азимута и угла места.

Если имеются данные двух КТС, то вторичные координаты в местной системе координат рассчитываются по формулам

$$X = -R_\Gamma \cdot \sin\alpha_1,$$
$$Y = R_\Gamma \cdot tg\beta,$$
$$Z = R_\Gamma \cdot \cos\alpha_1,$$
$$R_\Gamma = \frac{-\beta\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)},$$

где β – длина базы угломерной системы;

α_1, β_1 – азимут и угол места первой КТС;

α_2 – азимут второй КТС.

4. Пересчитываем вторичные координаты из местной системы координат в стартовую систему координат.

5. Путем решения системы уравнения вида $\varphi^T \varphi C = \varphi^T r^*$ находим оценку коэффициентов сглаживающего полино по формуле $\hat{C} = (\varphi^T \varphi)^{-1} \varphi^T r^*$.

6. По формуле $\hat{r}_0 = \varphi\hat{C} = \varphi(\varphi^T \varphi)^{-1} \varphi^T r^*$ находим начальное приближение вектора сглаженных значений вторичных координат.

7. По сглаженным значениям вторичных координат $\hat{r}_0$ вычисляем сглаженные значения начального приближения первичных координат $\hat{\xi}_0$ и формируем из них вектор со структурой идентичной структуре, приведенной в п.2.

Формулы пересчета из вторичных координат (стартовой системы) в первичные координаты (местной системы) имеют вид [8]:

$$R = \sqrt{(X - X_j)^2 + (Y - Y_j)^2 + (Z - Z_j)^2},$$

$$\alpha = arctg \frac{(Z - Z_j)}{(X - X_j)},$$

$$\beta = arctg \frac{(Y - Y_j)}{R_{xz}},$$

где $R_{xz} = \sqrt{(X - X_j)^2 + (Z - Z_j)^2}$;

X_j, Y_j, Z_j – координаты станций, выполняющих измерения j-го первичного параметра;

X, Y, Z – вторичные координаты точки (объекта измерений) в простанстве в стартовой системе координат.

8. Определяем вектор отклонений $\Delta\tilde{\xi}_0 = \xi - \hat{\xi}_0$ данных ξ измерений от вычисленных первичных параметров $\hat{\xi}_0$ полученных на начальном этапе с использованием сглаживания полиномом m-го порядка.

9. По вычисленным значениям вторичных параметров рассчитываем проекции градиентов соответствующих первичных данных измерений по формулам, приведенным в [8], и формируем матрицу проекций градиентов.

10. По вычисленным значениям проекций градиентов, соответствующих первичным данным измерений и структуре ЛНБФ (1), формируем Якобиеву матрицу Φ с общим элементом:

$$\Phi^j_{i,kl} = \sum_{u=x}^{x,z} \left[\frac{\partial \xi^j_i}{\partial r^j_i} \varphi_{kl}(t_i, \tau_u) \right],$$

где $U = X, Y, Z$;

$l = 0, 1, 2$;

j – тип первичной координаты;

или в матричной форме $\Phi = F\varphi$ (где F – матрица проекций градиентов).

При этом положение элемента $\Phi^j_{i,kl}$ в матрице будет определяться следующим образом:

– циклически изменяющиеся индексы j и i, обозначающие соответственно тип (номер) измеряемого параметра и номер точки измерений, определяют номер строки в соответствии с упорядоченным расположением элементов вектора ξ измерений;

– циклически изменяющиеся индексы l и k, обозначающие соответственно составляющую вычисляемого вектора положения (т.е. степень по аргументу τ) и степень по аргументу t, определяют номер столбца в соответствии с упорядоченным расположением компонент a_{ij} вектора A.

11. На базе системы ЛНБФ структуры (1) строим систему Λ-ОБФ из условия равенства нулю недиагональных элементов основной матрицы $J^T_{vkl} \Lambda J_{vkl} = 0$. Для построения Λ-ОБФ воспользуемся рекуррентной формулой (14) и (15).

12. Из значений вспомогательных коэффициентов (15), полученных в процессе построения Λ-ОБФ на v шаге приближений, формируем верхнюю треугольную матрицу α_v, диагональные элементы которой равны нулю.

13. Из значений вспомогательных коэффициентов (15) формируем верхнюю треугольную матрицу U_v с общим элементом, рассчитанным по формуле $U_{\chi\lambda,kl} = \sum_{p=k}^{k} \sum_{q=0}^{l-1} U_{\chi\lambda,pq} \alpha_{pq,kl} + \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{q=0}^{2} U_{\chi\lambda,pq} \alpha_{pq,kl}$. Диагональные элементы этой матрицы равны единице.

Причем матрица U накапливается от одной итерации к другой и имеет вид $P_v = \varphi U_1 U_2 \ldots U_v = \varphi U_{\Pi}$, после завершения итеративного процесса.

14. По формуле

Computing mathematics

$$\Delta\hat{A}_{\nu} = (J_{\nu}^{T} \Lambda J_{\nu})^{-1} J_{\nu}^{T} \Lambda \Delta\xi_{\nu}$$

...считываем вектор приращений последовательных приближений оценок коэффициентов сглаживающего полинома.

15. Найденная поправка $\Delta\hat{A}$ должна быть сложена с $\hat{A}_{\nu}$, соответствующим той же системе Λ-ОБФ, а не с $\hat{C}_{\nu}$ соответствующим системе ЛНБФ. Для этого необходимо операцию пересчета $\hat{C}_{\nu}$ в $\hat{A}_{\nu}$ проводить на этапе каждого приближения, так как Λ-ОБФ от итерации к итерации изменяется. Пересчет $\hat{C}_{\nu}$ в $\hat{A}_{\nu}$ производим по формуле $r(t, C) = \varphi C = \varphi IC = \varphi UU^{-1}C = P\hat{A}$, или $\hat{A}_{\nu} = (I - \alpha_{\nu})\hat{C}_{\nu}$ (где I - единичная матрица).

16. По основному алгоритму $\hat{A}_{\nu+1} = \hat{A}_{\nu} + \Delta\hat{A}_{\nu} = \hat{A}_{\nu} + (J_{\nu}^{T} \Lambda J_{\nu})^{-1} J_{\nu}^{T} \Lambda [\xi - \xi[r(t, A_{\nu})]]$ находим очередное приближение вектора оценок сглаживающего полинома.

17. По формуле $\Delta\hat{r}_{\nu} = P_{\nu} \Delta\hat{A}_{\nu}$ находим вектор приращений вторичных координат.

18. По формуле $\Delta\hat{r}_{\nu} = P_{\nu} \Delta\hat{A}_{\nu}$ вычисляем ($\nu+1$)-приближение вторичных координат.

19. Проверяем условие

$$\left|\Delta\hat{r}_{\nu}\right| \le \varepsilon ,$$

где $\varepsilon = 0{,}1 - 0{,}5$ м – константа, введенная для завершения итеративного процесса.

Если составляющие вектора $\Delta\hat{r}_{\nu}$, не удовлетворяют этому условию, то происходит переприсваивание $\hat{C}_{\nu} := \hat{A}_{\nu+1}$; $\hat{r}_{\nu} := \hat{r}_{\nu+1}$; $\varphi_{\nu}(t, \tau) := P_{\nu}(t, \tau)$ и начиная с пункта 5, процесс повторяется до выполнения условия пункта 19.

Если составляющие вектора $\Delta\hat{r}_{\nu}$, удовлетворяют этому условию, то последнее приближение вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома считается их максимально правдоподобной оценкой.

20. По критерию Фишера рассчитываем статистику по формуле

$$F_{1,\nu} = \frac{\hat{\alpha}_{\chi k}^{2}}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_{\chi k}}^{2}} ,$$

представляющая отношение квадрата оценки коэффициента полинома к оценке его дисперсии (где $\chi = 0, 1, 2$; $k = 0, \ldots, n_{max}$).

21. Проверяем каждый компонент вектора коэффициентов сглаживающего полинома на значимость путем сравнения соответствующей статистики с табулированным пороговым уровнем, зависящим от числа степеней свободы и заданной доверительной вероятности.

Если соответствующая статистика больше порогового уровня, то проверяемый компонент остается в составе вектора коэффициентов сглаживающего полинома, если статистика меньше порогового уровня, то значение проверяемого компонента приравнивается к нулю.

Выполнив проверку, получаем оптимальный вектор оценок коэффициентов сглаживающего полинома $\hat{A}_{opt}$.

Умножив оптимальный вектор оценок сглаживающего полинома $\hat{A}_{opt}$ на систему Λ-ОБФ, получим значения вторичных координат положения ЛА.

22. Далее процесс повторяется с пункта 2, то есть обрабатывается следующий шаг локально-скользящего сглаживания (ЛСС).

23. Результаты сглаживания выводятся на печать в виде, удобном для потребителя.

Вывод: В результате проделанной работы нами доказана возможность осуществления нелинейного оптимального адаптивного сглаживания данных измерений с помощью системы ЛНБФ двух переменных и ее программная реализация на современных ЭВМ, с целью повышения точности и достоверности оценки вторичных параметров положения и движения испытываемых объектов.

Литература:

1. Мильштейн А. В. Метод нелинейного сглаживания в обработке данных траекторных измерений / А. В. Мильштейн, В. В. Паслён // Зб. наук. праць Донецького інституту залізничного транспорту. – Донецьк : ДонІЗТ. – Випуск 28. – 2011. – С. 94–101.
2. Мильштейн А. В. Новое в практике нелинейного сглаживания при обработке данных траекторных измерений / А. В. Мильштейн, И. В. Дрозда, В. В. Паслён // Автоматизація технологічних об'єктів та процесів. Пошук молодих: Збірник наукових праць XII науково-технічної конференції аспірантів та студентів в м. Донецьку, 17-20 квітня 2012 р. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – С. 55-57.
3. Milshtein O. To the question of application the structures of basic functions / O. Milshtein, I. Drozda, Y. Savytskaja, V. Paslon // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science - Proceedings of the 11th International Conference, TCSET'2012, Lviv – Slavske, 21 – 24 February 2012. – Lviv : Lviv Polytechnic National University, 2012. P. 413.
4. Мильштейн А. В. Выбор структуры ортогональных базисных функций / А. В. Мильштейн, В. В. Паслён // Новітні технології в телекомунікаціях: Збірник тез V Міжнарод. наук.-техн. симпозіуму, 17-21 січня 2012 р. – К., 2012. – С. 93–95.
5. Мильштейн А. В. Исследование структур базисных функций / А. В. Мильштейн, К. И. Мотылев, В. В. Паслён // Зб. наук. праць Донецького інституту залізничного транспорту. – Донецьк : ДонІЗТ. – Випуск 29. – 2012. – С. 23–29.
6. Мильштейн А. В. О возможности применения базисных функций двух переменных в практике траекторных измерений / А. В. Мильштейн, И. В. Дрозда, Я. А. Савицкая, В. В. Паслён // Современные проблемы радиотехники и телекому-