

УДК 621.31

Ю.А. СИРОТИН (канд. техн.наук, доц.),
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»
yuri.sirotin@ukr.net

НЕУРАВНОВЕШЕННЫЙ И НЕСБАЛАНСИРОВАННЫЙ РЕЖИМЫ ТРЕХФАЗНОЙ ТРЕХПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ

Для классификации энергетических режимов в трехфазной системе использована стандартная мгновенная и нестандартная векторная мгновенная мощности. Показано, что даже в синусоидальном режиме при несимметричном напряжении несбалансированное и неуравновешенное состояние системы характеризуется различными уравнениями мощности, которые связывают четыре комплексные мощности. Методом симметричных составляющих проведен анализ рассмотренных режимов в трехпроводной системе. Показано, почему в трехпроводной системе при симметричном напряжении несбалансированный и неуравновешенный режимы совпадают.

Ключевые слова: трехфазная цепь, мгновенная мощность, активная мощность, реактивная мощность, комплексная мощность, мощность небаланса, мощность пульсаций, неуравновешенный режим, несбалансированный режим, уравнение мощности.

Введение. В 3-проводной системе при симметричном напряжении и несимметричной нагрузке ток обратной последовательности определяет и мощность пульсаций (МП) и мощность несимметрии (МН) нагрузки. В данном режиме эти мощности равны. Это стало основанием предположить, что МП должна квадратично дополнять в уравнении мощности активную и реактивную мощность до полной мощности в общем случае [1]. Как отмечено в [2], это предположение оказалось неправильным (однако соответствующее уравнение опубликовано в ряде монографий, искажая энергетический смысл рассматриваемых процессов). Если напряжение несимметрично, а нагрузка симметрична, то МН равна нулю, однако пульсации наблюдаются [3]. При симметричном напряжении в 4-проводной цепи МН определена как ток обратной последовательности, так и ток нулевой последовательности, а пульсации – только ток обратной последовательности [4]. Таким образом, в различных режимах присутствие или отсутствие этих мощностей может быть не одновременным, а при их наличии они имеют разные значения. МП и МН – различные характеристики энергетических процессов и не могут в общем случае произвольно заменять друг друга в уравнении мощности. При несимметричном напряжении остается открытым вопрос: по какой формуле вычислять мощность несимметрии. Пульсации – наблюдаемое физическое явление и характеризуются МП. Если мощность пульсаций в общем случае не может входить в уравнение мощности совместно с активной и реактивной мощностью, то возникает вопрос: «Какому уравнению мощности удовлетворяет мощность пульсаций?» Частично ответы на эти вопросы даны в статьях [5-8]. Настоящая работа дополняет и уточняет полученные результаты [7-8] при несимметричном напряжении для трехпроводных систем.

Мгновенные мощности несинусоидального режима.

В каждый момент времени в сечении $\langle a, b, c \rangle$ трех фаз мгновенная мощность (ММ)

$$p(t) = u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t), \quad p(t) = (\mathbf{i}, \mathbf{u}) = \mathbf{i}^T \mathbf{u} \quad (1)$$

равна скалярному произведению, которое вычисляется как произведение вектор строки мгновенных значений (м.з.) тока на вектор столбец м.з напряжения

$$\mathbf{u}(t) = (u_a(t), u_b(t), u_c(t))^T, \quad \mathbf{i} = (i_a(t), i_b(t), i_c(t))^T, \quad (2)$$

где T – знак транспонирования.

Полагая, что процессы периодические, можно корректно определить среднее ММ и выделить переменную составляющую

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} p(t) dt, \quad p(t) = \bar{p} + \tilde{p}(t). \quad (3)$$

Если переменная составляющая равна нулю, режим называют уравновешенным. В общем случае $\tilde{p} = p(t) - \bar{p} \neq 0$ и режим неуравновешен. Симметричный режим уравновешен.

ММ – скалярная величина, – не единственная мгновенная характеристика наблюдаемого энергетического процесса. Уточняющую характеристику энергетических процессов дает векторная ММ, которая определяется как векторное произведение (ВП) векторов [9] м.з. фазных напряжений и токов в сечении $\langle a, b, c \rangle$

$$\mathbf{q} = \mathbf{i} \times \mathbf{u} = [i_b u_c - i_c u_b, i_c u_a - i_a u_c, i_a u_b - i_b u_a]^T. \quad (4)$$

Подобно (3) можно выделить векторные составляющие: постоянную и векторную переменные

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(t) = \bar{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{q}}(t), \quad \bar{\mathbf{q}} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \mathbf{q}(t) dt . \quad (5)$$

Режим, при котором векторная ММ не имеет переменной составляющей $\tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{q}}(t) \equiv 0$ (тождественно равна нулю $\mathbf{q}(t) \equiv 0$) будем называть сбалансированным (реально сбалансированным) режимом. Симметричный синусоидальный режим уравновешен и сбалансирован, однако реально несбалансирован, если реактивная мощность не равна нулю. Отметим, что введенная векторная ММ (4) отличается знаком от векторной ММ так называемой $p - q$ теории [10]. Векторная ММ интерпретируется как неактивная ММ. Чтобы подчеркнуть это, стандартную скалярную ММ называют активной ММ.

Мгновенные мощности синусоидального режима

Мгновенные значения синусоидальных процессов напряжения и тока

$$\mathbf{u}(t) = \sqrt{2} \Re e [\mathbf{U} e^{j\omega t}], \quad \mathbf{i}(t) = \sqrt{2} \Re e [\mathbf{I} e^{j\omega t}], \quad (6)$$

однозначно определены трехмерными комплексными векторами (3d-комплексами) напряжения и тока

$$\mathbf{U} = (U_a, U_b, U_c)^T, \quad \mathbf{I} = (I_a, I_b, I_c)^T \quad (7.a)$$

– векторами комплексных действующих величин (д.в.):

$$\mathbf{U} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{u}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \mathbf{I} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{i}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (7.б)$$

где T – период ($T\omega = 2\pi$).

При синусоидальных процессах (6) ММ можно представить как

$$p(t) = \mathbf{u}(t)^T \mathbf{i}(t) = \Re e [\mathbf{U}^T \mathbf{I}^* + \mathbf{I}^T \mathbf{U} e^{j2\omega t}] = \Re e [\dot{S} + \dot{N} e^{j2\omega t}] \quad (8)$$

Стандартная комплексная мощность (КМ) равна комплексному скалярному произведению [9] 3d- комплексов напряжения и тока

$$\dot{S} = P + jQ = U_a I_a^* + U_b I_b^* + U_c I_c^* = \mathbf{U}^T \mathbf{I}^*, \quad \dot{S} = \mathbf{U}^T \mathbf{I}^* = (\mathbf{U}, \mathbf{I}) . \quad (9)$$

Здесь и дальше * – знак комплексного сопряжения.

Реальная часть стандартной КМ (9) равна средней мощности за интервал наблюдения $[\tau, \tau + T]$

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} p(t) dt, \quad \bar{p} = \Re e \dot{S} = P . \quad (10)$$

Мнимая часть КМ $\Im m \dot{S} = Q$ определяет реактивную мощность синусоидального режима.

Из (8) следует, что осциллирующая составляющая ММ

$$\tilde{p} = \Re e [\dot{N} e^{j2\omega t}] = N \cos(2\omega t + \arg \dot{N}) \quad (11)$$

однозначно определена комплексной амплитудой пульсаций активной ММ – комплексной мощностью пульсаций (МП)

$$\dot{N} = U_a I_a + U_b I_b + U_c I_c = \mathbf{I}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}^T (\mathbf{U}^*)^*, \quad \dot{N} = \mathbf{I}^T (\mathbf{U}^*)^* = (\mathbf{I}, \mathbf{U}^*) . \quad (12)$$

Комплексная МП (12) равна комплексному скалярному произведению 3d-комплекса тока и комплексно-сопряженного (КС) 3d-комплекса напряжения $\mathbf{U}^* = [U_a^* \ U_b^* \ U_c^*]^T$.

Из (8) и (12) следует, что синусоидальный режим уравновешен, если 3d-комплекс тока и КС 3d-комплекс напряжения ортогональны

$$\tilde{p} = \Re e [\dot{N} e^{j2\omega t}] \equiv 0 \Leftrightarrow \dot{N} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{U}^* \perp \mathbf{I} . \quad (13)$$

При симметричном напряжении прямой последовательности режим уравновешен, если ток не содержит обратную последовательность.

Если в синусоидальном режиме активная ММ характеризуется двумя известными комплексными скалярными произведениями: стандартной КМ (9) и мощностью пульсации (12), то неактивная ММ (4) – векторная величина и в синусоидальном режиме равна

$$\mathbf{q} = \mathbf{i} \times \mathbf{u} = \Re e [\mathbf{I} \times \mathbf{U}^* + (\mathbf{I} \times \mathbf{U}) e^{j2\omega t}] . \quad (14)$$

Неактивная ММ представляется двумя векторными комплексными мощностями: ВП 3-комплексов напряжения и тока и ВП 3-комплекса напряжения и КС 3d-комплекса тока

$$\mathbf{D} = \mathbf{I} \times \mathbf{U}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{I} \times \mathbf{U}^* . \quad (15)$$

Векторное произведение 3d-комплексов определяется также как и ВП вещественных векторов. Векторная мгновенная мощность может быть записана как

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{q}} = \underbrace{\Re e[\mathbf{K}]}_{\bar{\mathbf{q}}} + \underbrace{\Re e[\mathbf{D}e^{j2\omega t}]}_{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (16)$$

Из (15) и (16) следует, что синусоидальный режим сбалансирован, если выполняется одно из эквивалентных утверждений

$$\tilde{\mathbf{q}}(t) = \Re e[\mathbf{D}e^{j2\omega t}] \equiv 0 \Leftrightarrow \mathbf{D} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{U} \parallel \mathbf{I} \Leftrightarrow \mathbf{I} = \dot{\mathbf{Y}}\mathbf{U}. \quad (17)$$

В частности, режим сбалансирован, если 3d -комплекс тока комплексно параллелен 3d -комплексу напряжений

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{Y}}\mathbf{U} \quad (\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} + j\mathbf{B} \text{ - эквивалентная проводимость сечения } \langle a, b, c \rangle) \text{ в сбалансированном режиме.}$$

3d -комплекс $\mathbf{D} = \mathbf{I} \times \mathbf{U}$ назван 3d -комплексом (вектором) *мощности небаланса* [5]. При несимметричном напряжении и симметричной нагрузке ($\mathbf{U} \parallel \mathbf{I}$) синусоидальный режим сбалансирован (однако неуравновешен).

3d -комплекс $\mathbf{K} = \mathbf{U} \times \mathbf{I}^*$ можно назвать 3d-комплексом (вектором) *непульсирующей мощности*.

Уравнения мощности несбалансированного и неуровновешенного режимов

Неравенства Коши-Шварца [9] характеризуют два разных ортогональных треугольника мощностей с одинаковой гипотенузой - полной мощностью

$$|(\mathbf{U}, \mathbf{I})| \leq |\mathbf{U}| |\mathbf{I}| \Rightarrow S_G \leq S_B, \quad (18.a)$$

$$|(\mathbf{U}, \mathbf{I}^*)| \leq |\mathbf{U}| |\mathbf{I}^*| \Rightarrow N \leq S_B \quad (18.b)$$

Здесь и дальше:

$S_G = |\mathbf{U}^\top \mathbf{I}^*| = \sqrt{\dot{S}S^*} = \dot{S}$ -геометрическая мощность, равная модулю стандартной КМ;

$S_B = |\mathbf{U}| |\mathbf{I}| = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} = |\mathbf{U}| |\mathbf{I}^*|$ - полная (кажущаяся) мощность по Бухгольцу [5].

В первом треугольнике геометрическая мощность (первый катет) ортогонально дополняется вторым катетом, обусловленным несбалансированной мощностью. Во втором треугольнике *мощность пульсаций* (первый катет) ортогонально дополняется вторым катетом, обусловленным неппульсирующей мощностью. Аналитически уравнения мощности рассматриваемых двух режимов получаются из тождества комплексной векторной алгебры, которое связывает комплексное СП и ВП произвольной пары 3-мерных комплексных векторов (3d -комплексов) [9].

Если рассматривать такое тождество для 3d -комплексов напряжения \mathbf{U} и токов \mathbf{I} , то получаем уравнение мощности несбалансированного режима – квадратичное разложение полной мощности [8] на две компоненты

$$|\mathbf{I}|^2 |\mathbf{U}|^2 = \dot{S}S^* + \mathbf{D}^\top \mathbf{D}^*, \quad S_B^2 = S_G^2 + D_u^2. \quad (19)$$

Здесь и дальше $D_u = |\mathbf{D}| = \sqrt{\mathbf{D}^\top \mathbf{D}^*}$ - норма 3d - комплекса небаланса.

Так как $S_G^2 = P^2 + Q^2$, из (19) имеем уравнение мощности несбалансированного режима для оценки дополнительных потерь с помощью коэффициента мощности

$$S_B^2 = P^2 + \underbrace{Q^2 + D_u^2}_{\text{дополнительные потери}}, \quad \lambda = \frac{P}{S_B} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D_u^2}}. \quad (20)$$

Тем самым, в синусоидальном режиме дополнительные потери обусловлены не только реактивной мощностью, но и небалансом режима.

Применение вышеописанного тождества для 3d -комплексов напряжения \mathbf{U} и КС тока \mathbf{I} дает другое квадратичное разложение полной мощности для оценки неуровновешенности режима [8]

$$|\mathbf{I}|^2 |\mathbf{U}|^2 = \dot{N}N^* + \mathbf{K}^\top \mathbf{K}^*, \quad S_B^2 = N^2 + K^2. \quad (21)$$

Таким образом, неуровновешенный и несбалансированный режим – различные энергетические понятия, что иллюстрируется различными энергетическими треугольниками. Несбалансированный режим может быть неуровновешенным и наоборот. Полученные результаты справедливы как для трех, так и для четырехпроводной цепи (системы). Дальнейший анализ проведем для 3-проводной системы, используя ортонормированный базис прямой и обратной последовательностей (модифицированный метод симметричных координат [11])

Синусоидальный режим и симметричные координаты.

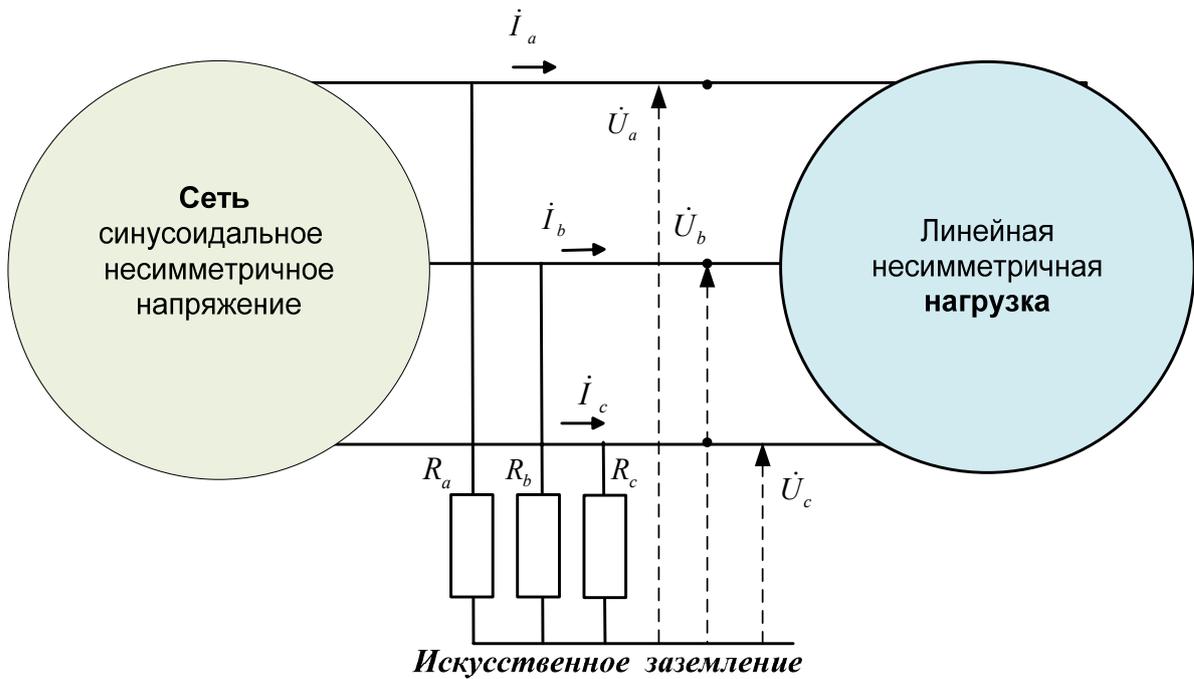
В трехпроводной системе напряжение можно измерять относительно искусственной точки заземления, что, совместно с 1 законом Кирхгофа, дает [6]

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = 0, \quad \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0. \quad (22)$$

Тем самым, энергетические синусоидальные процессы, происходящие в трехпроводном сечении $\langle a, b, c \rangle$ 3-проводной цепи (сети), характеризуются 3d-комплексными \mathbf{X} , которые ортогональны орту

$\mathbf{e}_0 = (1, 1, 1)^\top / \sqrt{3}$ нулевой последовательности:

$$(\mathbf{X}, \mathbf{e}_0) = \mathbf{X}^\top \mathbf{e}_0 = (\dot{X}_a + \dot{X}_b + \dot{X}_c) / \sqrt{3} = 0. \quad (23)$$

Рисунок 1 – Трехфазная трехпроводная система ($R_a = R_b = R_c = R$)

3d-комплексы, удовлетворяющие (23), образуют двумерное комплексное подпространство. Орты прямой и обратной последовательности

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, \alpha^*, \alpha)^\top, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, \alpha, \alpha^*)^\top, \quad (\alpha = e^{j2\pi/3}, 1 + \alpha + \alpha^* = 0, \alpha^2 = \alpha^*, \alpha\alpha^* = 1) \quad (24)$$

определяют ортонормированный базис этого подпространства [11]. Орты прямой и обратной последовательности связаны операцией комплексного сопряжения $\mathbf{e}_2 = (\mathbf{e}_1)^*$.

Для ортов (24) справедливы равенства

$$\mathbf{e}_k^\top \mathbf{e}_m^* = \begin{cases} 0, & k \neq m \\ 1, & k = m \end{cases}, \quad \mathbf{e}_k^\top \mathbf{e}_m = \begin{cases} 1, & k \neq m \\ 0, & k = m \end{cases}, \quad k, m = 1, 2. \quad (25)$$

Любой вектор, удовлетворяющий (23), однозначно представляется своими симметричными координатами. В частности, ортогональное разложение векторов напряжения и тока в базисе (24) имеет вид

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 = \dot{U}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{U}_2 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = \dot{I}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{I}_2 \mathbf{e}_2, \quad (26)$$

Коэффициенты разложений (26) определяют симметричные координаты, которые вычисляются как

$$\dot{I}_1 = (\mathbf{I}, \mathbf{e}_1) = \mathbf{I}^\top \mathbf{e}_1^* = \mathbf{I}^\top \mathbf{e}_2, \quad \dot{I}_2 = (\mathbf{I}, \mathbf{e}_2) = \mathbf{I}^\top \mathbf{e}_2^* = \mathbf{I}^\top \mathbf{e}_1, \quad (27.a)$$

$$\dot{U}_1 = (\mathbf{U}, \mathbf{e}_1) = \mathbf{U}^\top \mathbf{e}_1^* = \mathbf{U}^\top \mathbf{e}_2, \quad \dot{U}_2 = (\mathbf{U}, \mathbf{e}_2) = \mathbf{U}^\top \mathbf{e}_2^* = \mathbf{U}^\top \mathbf{e}_1. \quad (27.б)$$

Применяя операцию КС, имеем разложение для комплексно-сопряженных 3d-комплексов

$$\mathbf{I}^* = (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^* = \mathbf{I}_1^* + \mathbf{I}_2^* = (\dot{I}_1)^* (\mathbf{e}_1)^* + (\dot{I}_2)^* (\mathbf{e}_2)^* = \dot{I}_2^* \mathbf{e}_1 + \dot{I}_1^* \mathbf{e}_2, \quad (28.a)$$

$$\mathbf{U}^* = (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2)^* = (\dot{U}_1 \mathbf{e}_1)^* + (\dot{U}_2 \mathbf{e}_2)^* = (\dot{U}_1)^* \mathbf{e}_2 + (\dot{U}_2)^* \mathbf{e}_1 = \dot{U}_2^* \mathbf{e}_1 + \dot{U}_1^* \mathbf{e}_2. \quad (28.б)$$

В базисе симметричных координат для скалярных произведений (9) и (12) получим

$$\mathbf{U}^\top \mathbf{I}^* = (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2)^\top (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^* = (\mathbf{U}_1)^\top (\mathbf{I}_1)^* + (\mathbf{U}_2)^\top (\mathbf{I}_2)^*, \quad (29.a)$$

$$\mathbf{I}^\top \mathbf{U} = (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^\top (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2) = \mathbf{I}_1^\top \mathbf{U}_2 + \mathbf{I}_2^\top \mathbf{U}_1. \quad (29.б)$$

Тождества (29) дают выражения для стандартной комплексной мощности и комплексной мощности пульсаций

$$\dot{S} = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* + \dot{U}_2 \dot{I}_2^*, \quad \dot{N} = \dot{U}_1 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \dot{I}_1. \quad (30)$$

Для векторных произведений ортов (24) справедливы равенства [4]

$$\mathbf{e}_k \times \mathbf{e}_m = \begin{cases} (m - k) j \mathbf{e}_0, & k \neq m \\ 0, & k = m \end{cases} \quad k, m = 1, 2; \quad \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_0 = -j \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_0 = j \mathbf{e}_2. \quad (31)$$

Цепочка преобразований 3-комплекса мощности небаланса (15) в симметричных координатах показывает, что он совпадает со своей 0-последовательностью

$$\mathbf{D} = \mathbf{I} \times \mathbf{U} = (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) \times (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2) = \mathbf{I}_1 \times \mathbf{U}_2 + \mathbf{I}_2 \times \mathbf{U}_1 = (\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_1 \dot{I}_2) \underbrace{[\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]}_{j\mathbf{e}_0} = \underbrace{j(\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_1 \dot{I}_2)}_{\dot{D}_0} \mathbf{e}_0 = \dot{D}_0 \mathbf{e}_0,$$

а коэффициент 0-последовательности определяет комплексную мощность небаланса \dot{D}_0

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 = \dot{D}_0 \mathbf{e}_0, \quad \dot{D}_0 = j(\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_1 \dot{I}_2). \quad (32)$$

3-комплекс непульсирующей мощности (15) в симметричных координатах равен своей 0-последовательности

$$\mathbf{K} = \mathbf{I} \times \mathbf{U}^* = [\dot{I}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{I}_2 \mathbf{e}_2] \times [(\dot{U}_1)^* \mathbf{e}_2 + (\dot{U}_2)^* \mathbf{e}_1] = (\dot{I}_1 \dot{U}_1^* - \dot{I}_2 \dot{U}_2^*) \underbrace{[\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]}_{j\mathbf{e}_0} = \underbrace{j(\dot{S}_1^* - \dot{S}_2^*)}_{\dot{K}_0} \mathbf{e}_0 = \dot{K}_0 \mathbf{e}_0,$$

а коэффициент 0-последовательности определяет фазор (комплекс) непульсирующей мощности \dot{K}_0

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 = \dot{K}_0 \mathbf{e}_0, \quad \dot{K}_0 = j(\dot{I}_1 \dot{U}_1^* - \dot{I}_2 \dot{U}_2^*) = j(\dot{S}_1^* - \dot{S}_2^*) = (\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2) + j(\dot{P}_1 - \dot{P}_2) \quad (33)$$

Здесь и дальше $\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1^*$, $\dot{S}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^*$ - комплексные мощности прямой и обратной последовательностей.

В трехпроводной системе уравнения мощности несбалансированного и неуравновешенного режимов (треугольники мощностей) представляются как

$$S_B^2 = S_G^2 + D_0^2, \quad S_B^2 = N^2 + K_0^2. \quad (34)$$

Для трехпроводной системы при несимметричном напряжении

$$N = |\dot{I}_1 \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{U}_1|, \quad D_0 = |\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_1 \dot{I}_2|.$$

Поэтому $D_0 \neq N$ и уравнения мощности несбалансированного и неуравновешенного режимов (34) не совпадают друг с другом даже в трехпроводной цепи.

Мгновенные мощности трехпроводной системы при несимметричном напряжении и несбалансированной нагрузке определены выражениями

$$p_\Delta(t) = (P_1 + P_2) + \Re e[\dot{N} e^{j2\omega t}], \quad q_0(t) = (Q_1 - Q_2) + \Re e[\dot{D}_0 e^{j2\omega t}]. \quad (35)$$

Несимметричное напряжение и сбалансированная нагрузка.

Если активно-реактивная нагрузка симметрична, то ток коллинеарен напряжению $\mathbf{I} = \dot{Y} \mathbf{U}$ и в симметричной системе координат ($\dot{I}_1 = \dot{Y} \dot{U}_1$ и $\dot{I}_2 = \dot{Y} \dot{U}_2$). Если напряжение несимметрично ($\dot{U}_2 \neq 0$), то и МП не равна нулю $\dot{N} = \dot{I}_1 \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{U}_1 = 2 \dot{Y} \dot{U}_1 \dot{U}_2 \neq 0$ и режим неуравновешен. В сбалансированном режим комплексная мощность равна

$$\dot{S} = \mathbf{U}^T \mathbf{I}^* = \underbrace{G(U_1^2 + U_2^2)}_P - \underbrace{B(U_1^2 + U_2^2)}_Q j. \quad (36)$$

Сумма и разность реактивных мощностей прямой и обратной последовательностей однозначно связаны с реактивной проводимостью

$$Q = Q_1 + Q_2 = -B(U_1^2 + U_2^2), \quad Q_1 - Q_2 = -B(U_1^2 - U_2^2). \quad (37)$$

Поэтому $Q = Q_1 + Q_2 = 0 \Leftrightarrow B = 0 \Leftrightarrow Q_1 - Q_2 = 0$, и в трехпроводной цепи в синусоидальном режиме при несимметричном напряжении равносильны три нижеприведенных утверждения: режим *реально* сбалансирован, симметричная нагрузка чисто активная, реактивная мощность равно нулю. Коэффициент мощности при этом равен единице.

Симметричное напряжение.

Если напряжение симметрично $\mathbf{U} = \dot{U}_1 \mathbf{e}_1$, ($\dot{U}_2 = 0$), то для рассматриваемых комплексных мощностей имеем:

$$\dot{S} = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = \dot{S}_1, \quad \dot{K}_0 = j \dot{S}_1^* = \dot{Q}_1 + j \dot{P}_1, \quad \dot{D}_0 = -j \dot{U}_1 \dot{I}_2, \quad \dot{N} = \dot{U}_1 \dot{I}_2. \quad (38)$$

Между введенными комплексными мощностями справедливы равенства

$$\dot{D}_0 = -j \dot{U}_1 \dot{I}_2 = -j \dot{N}, \quad \dot{K}_0 = j \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = j \dot{S}_1^* = \dot{Q}_1 + j \dot{P}_1; \quad (39)$$

Таким образом, в трехпроводной цепи при симметричном напряжении:

комплексная мощность пульсаций отличается от комплексной мощности небаланса лишь фазовым множителем ($\dot{D}_0 = -j \dot{N}$). Если режим уравновешен, то он и сбалансирован и наоборот. Комплекс непульсирующей мощности отличается от стандартной КС комплексной мощности лишь фазовым множителем ($\dot{K}_0 = j \dot{S}^*$).

Для активной и неактивной ММ при симметричном напряжении справедливы формулы

$$p(t) = P_1 + \Re e[\dot{D}_0 e^{j(2\omega t - \pi/2)}], \quad q_0(t) = \dot{Q}_1 + \Re e[\dot{D}_0 e^{j2\omega t}]. \quad (40)$$

Тем самым, в 3-проводной цепи при симметричном напряжении сбалансированность и уравновешенность режимов – эквивалентные понятия. Амплитуды пульсаций активной ММ и скалярной неактивной ММ совпадают ($N = D_0$). Поэтому *схема симметризации* Штейнметца [12], не являясь симметричной

нагрузкой, при симметричном напряжении обеспечивает уравновешенный и реально сбалансированный режим ($N = D_0 = Q_1$).

Выводы. 1. Энергетические процессы характеризуются не только стандартной скалярной ММ, но и нестандартной векторной ММ. Эти ММ классифицируют несинусоидальные режимы, определяя несбалансированный и неуравновешенный режим.

2. В синусоидальном режиме стандартная ММ определена двумя стандартными комплексными мощностями. Векторная ММ определена двумя новыми комплексными векторными мощностями (3д-фазорами): мощность небаланса и пульсирующей мощностью. Четыре комплексные мощности (скалярные и векторные) связываются двумя уравнениями мощности (квадратичными разложениями полной (кажущейся) мощности), определяя: уравнение мощности несбалансированного режима и уравнение мощности неуравновешенного режима

3. В 3-проводной системе метод базиса симметричных составляющих при несимметричном напряжении дает явные формулы для уравнений мощности неуравновешенного и несбалансированного режима. Для 3-проводной системы (цепи) показано, почему при симметричном напряжении понятия уравновешенного и сбалансированного режима (и уравнения мощности) совпадают.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Милях А.Н. Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях / А.Н. Милях, А.К. Шидловский, А.Г. Кузнецов. – Киев: Наукова думка. – 1973. – 219 с.
2. Шидловский А. К. Повышение качества энергии в электрических сетях / А. К. Шидловский, В. Г. Кузнецов. – Киев: Наукова думка. – 1985. – 268 с.
3. Сиротин Ю. А. Пульсации и осцилляции мощности при сбалансированной нагрузке / Ю.А. Сиротин // Вісник НТУ «ХП». – №3. – 2011. – 121-136.- Режим доступа: www.nbu.gov.ua/portal/Natural/vcpi/Ente/2011_3/17.pdf
4. Сиротин Ю. А. Мощность разбаланса и пульсации мгновенной мощности при симметричном напряжении / Ю.А. Сиротин // Электрика. – 2009. – №11. – С. 22-27.
5. Сиротин Ю.А. Сбалансированная и разбалансированная составляющие тока в трехфазной несимметричной системе/ Ю.А. Сиротин // Вісник ПДТУ. – 2008. – Вип. 18. – С. 81-87.- Режим доступа: www.nbu.gov.ua/portal/Natural/VPDTU/2008_18_2/C2/18.pdf
6. Сиротин Ю. А. Ток небаланса и ток пульсаций при несимметричном напряжении / Ю.А. Сиротин // Технічна електродинаміка. – 2012. – №2. – С. 42–43.
7. Сиротин Ю. А. Ток, мощность и уравнение пульсаций в трехфазной системе / Ю.А. Сиротин // Вісник НТУ «ХП». - Харьков. – 2012. – № 23 – С. 146-159. - Режим доступа: www.nbu.gov.ua/portal/natural/vcpi/Ente/2012_23/19.pdf
8. Сиротин Ю. А. Неуравновешенный и несбалансированный режимы трехфазной четырехпроводной цепи/ Ю.А. Сиротин // Вісник НТУ «ХП». – №40. – 2012. – С. 116-126.- Режим доступа: http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/vcpi/Puem/2012_49/15.pdf
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука. – 1973. – 832с.
10. Peng F. Z., Lai J. S. Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems / F.Z. Peng, J.S. Lai // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – vol. 45, no.1. – P. 293-297
11. Sirotnin Iu. A. Fryze's compensator and Fortescue transformation / Iu. A. Sirotnin // "Przeglad Elektrotechniczny" (Electrical Review). – 2011. – № 1. – P.101-106.- Режим доступа: http://pe.org.pl/abstract_pl.php?id=4568
12. Сиротин Ю. А. Схема симметризации Штейнметца как частный случай оптимального компенсатора Фризе / Ю.А. Сиротин // Электрика. – №1. – 2011. – С.16-21. - Режим доступа: www.kudrinbi.ru/modules.php?name=Biblio&View=20464

REFERENCES

1. Miljih A.N., Shidlovskii A.K., Kuznetsov A.G. Skhemy simmetrirovaniya odnofaznykh nagruzok v trekhfaznykh tsepyakh (*Single-phase load balancing schemes in three-phase circuits*). Kiev: Naukova Dumka, 1973. 219 p. (Rus.)
2. Shidlovskii A.K., Kuznetsov A.G. Uluchsheniye kachestva elektroenergii v elektricheskikh setyakh (*Improving of the power quality in electrical networks*). Kiev: Naukova Dumka, 1985. 268p. (Rus.)
3. Sirotnin Iu.A. Pulsations and oscillations power in the balanced load. *Visnik NTU "KhPI*. 2011. №3: 121-136. library.kpi.kharkov.ua/Vestnik/2011_3.pdf. (Rus.)
4. Sirotnin Iu.A. Unbalanced power and pulsating of the instantaneous power with symmetrical voltage. *Electrics*. 2009; №11: 22-27. <http://www.nait.ru/journals>. (Rus.)
5. Sirotnin Iu. A. Balanced and unbalanced components of current in three-phase unbalanced system. *Visnik PDTU*. 2008; №18: 81-87. (Rus.) www.nbu.gov.ua/portal/Natural/VPDTU/2008_18_2/C2/18.pdf

6. Sirotin Iu. A. Unbalanced current and the pulsating current at asymmetrical voltage. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2012; №2: 42–43. (Rus.)
7. Sirotin Iu. A. Current, power and power equation of pulsations in three-phase system. *Visnik NTU «KhPI»*. 2012; №23: 146-159. www.nbu.gov.ua/portal/natural/vcpi/Ente/2012_23/19.pdf. (Rus.)
8. Sirotin Iu. A. Pulsating and unbalanced modes in three-phase four-wire circuit. *Visnik NTU «KhPI»*. 2012; №40: 116-126 http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/vcpi/Puem/2012_49/15.pdf. (Rus.)
9. Korn G., Korn T. *Mathematical Handbook (for Scientists and Engineers)*. Moscow: Nauka, 1973. 832p. (Rus.)
10. F. Z. Peng, J. S. Lai Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 1996; vol. 45(1): 293-297.
11. Sirotin Iu. A. Fryze's compensator and Fortescue transformation. *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. 2011; no.1: 101-106. http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=4568.
12. Sirotin Iu. A. Steinmetz's symmetrization scheme as a special case of optimal Frise's compensator. *Electrica*. 2011; №1:16-21. www.kudrinbi.ru/modules.php?name=Biblio&View=20464 (Rus.)

Надійшла до редакції 13.04.2013

Рецензент: М.М. Федоров

Ю. О. СІРОТІН

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

Неврівноважений і незбалансований режими трифазної трипровідної системи. Для класифікації енергетичних режимів в трифазній системі використана стандартна миттєва і векторна миттєва потужності. Показано, що навіть у синусоїдальному режимі при несиметричній напрузі незбалансований і неврівноважений стан системи характеризується різними рівняннями потужності, які пов'язують чотири комплексні потужності. Методом симетричних складових проведено аналіз розглянутих режимів в трипровідній системі. Показано, чому в трипровідній системі при симетричній напрузі незбалансований і неврівноважений режими співпадають.
Ключові слова: трифазна система, миттєва потужність, активна потужність, реактивна потужність, комплексна потужність, потужність небалансу, потужність пульсацій, неврівноважений режим, незбалансований режим, рівняння потужності, коефіцієнт потужності.

Iu. A. SIROTIN,

National Technical University «Kharkiv Polytechnical Institute»

Pulsed and unbalanced modes of three-phase three-wire system. Pulsed and unbalanced modes of three-phase three-wire system. For the classification of energy modes in a three phase system is not only used the standard instantaneous power (IP), but also non-standard *vectorial* IP. The vectorial IP is equal to the vector product of the instantaneous values of three-phase current vector and the instantaneous values of three-phase voltage vector and does not coincide with the reactive IP of the p-q theory. Properties of scalar and vectorial IP classify sinusoidal and non-sinusoidal modes, determining pulse and unbalanced, balanced (really balanced) and non-pulse modes. In sinusoidal mode the energy process is defined unambiguously by the 3d-complex vector –the vector of complex rms (3d-phasor). Standard IP is defined by two complex (scalar) powers: standard complex power (CP) and pulsed power. The vectorial IP is defined by two complex vector power values: 3d-phasor of unbalance power and 3d-phasor of non-pulsed power. For sinusoidal mode are received two different equations of power - the quadratic expansion of apparent power on two components: power equation of the pulsed mode and power equation of the unbalanced mode. In a 3-wire system each power equation is determined by a pair of complex power values. Power equation of the unbalanced mode is defined by standard CP and by complex unbalance power value. The complex pulsation amplitude and the non-pulsing power value define power equation of the pulsed mode. Using the basis of symmetrical components under asymmetrical voltage is obtain explicit formulas for two instantaneous and four complex power values. This allows analyze modes and the corresponding equations in the three-wire system.

Key words: three-phase system, instantaneous power; active and reactive power, unbalanced power, apparent power; pulsation power, unbalanced load, power equation, power factor, unbalanced mode, asymmetrical voltage.