МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СОСТОЯНИЙ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Смирнова Е.И.

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
Факультет математики и информатики, кафедра программного обеспечения вычислительной техники
173003, Россия, г. Великий Новгород, ул. Б.-С.Петербургская, 41
e-mail: shi@novsu.ac.ru

ABSTRACT

Для конструирования и анализа логической структуры сложной связной системы предлагается формальный аппарат ограниченных TS-сетей Петри, который предполагает возможность отслеживания всех динамических изменений состояния системы в процессе ее функционирования.

ВВЕДЕНИЕ

Работы, связанные с исследованием и проектированием современных систем управления (технических, биологических, общественных и т.п.) составляют одну из наиболее важных компонент человеческой деятельности. Подобные работы связаны с большими затратами человеческих и хозяйственных ресурсов, поскольку часто не имеют формального аппарата моделирования.

Сети Петри широко используются в качестве инструмента для моделирования и исследования качественных характеристик функционирования динамических дискретных систем и процессов [1,2]. В отличие от других моделей, сеть Петри позволяет описывать динамические недетерминированные процессы в сложных системах путем установления локальных связей между объектами и отслеживания локальных изменений состояний системы. Вместе с тем, классический аппарат сетей Петри имеет ряд серьезных недостатков, которые ограничивают возможности решения практических задач.

Ограниченные TS-сети Петри, выделенные автором из множества сетей Петри, могут быть использованы в сложных системах с двоичной логикой, когда любой из параметров системы либо влияет на ее состояние либо нет. В предлагаемом исследовании осуществлена попытка использования ограниченных TS-сетей Петри в качестве основы для аппарата моделирования структуры состояний сложных систем с двоичной логикой, в определение состояния которых вводится дополнительное понятие ресурса параметра.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СВЯЗНОЙ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ

Введем несколько основополагающих понятий.
Будем понимать под *объектом в системе* некую структурную единицу реального мира с уникальными свойствами и дискретными состояниями, меняющимися во времени.
Свойства объекта описываются набором формальных параметров, каждый из которых имеет свой уникальный смысл и может принимать значение равное 0 или 1. При этом, значение, равное 1, понимается, как качественное наличие некоторого ресурса, имеющего смысл данного параметра; 0 – соответственно, отсутствие этого ресурса. Определенное

значение набора параметров объекта трактуется как его *состояние* в дискретный момент времени.

Объект определен на некоторой предметной области, которая описывается как множество всех возможных параметров для нескольких одновременно исследуемых объектов. В этом смысле понимается *однородность* объектов.

$$O_i = \left\{p_i^1, p_i^2, \dots p_i^k\right\} \subseteq P = \left\{p_j\right\}, \quad i = \overline{1,m} \quad j = \overline{1,n}$$

где m – количество объектов в системе, n – количество параметров среды.
При этом, параметры из набора, описывающие свойства объекта, являются для него существенными; параметры, не входящие в набор, считаются не существенными.
Если по парные пересечения наборов объектов являются непустыми множествами, объекты будем считать *связными*.

Определение 1. Систему A назовем *однородной связной системой с двоичной логикой*, если система A есть совокупность однородных связных объектов: $A = \left\{O_i\right\},\ i = \overline{1,m}$. Множество параметров $P = \left\{p_i\right\}, i = \overline{1,n}$ будем называть множеством определения системы A.
Каждый из объектов системы A в зависимости от текущего состояния может перейти в одно из определенных заранее возможных состояний через функцию перехода. Выбор функции перехода зависит от некоторого системного события – внутреннего (самопроизвольное развитие) или внешнего (управляющее воздействие).

Процесс функционирования подобной системы является недетерминированным, поскольку заранее невозможно предсказать в какое из состояний перейдет система в i-й момент времени. Этот процесс может быть формализован в виде концептуальной модели, построенной на базе теории сетей Петри [3] с введением нового понятия ограниченной сети Петри – сети с ограниченной разметкой. Разметка ограниченной сети Петри есть отображение: $M : P \to \left\{0,1\right\}$, где $P = \left\{p_i\right\}, i = \overline{1,n}$ - множество позиций сети. Ограничение, накладываемое на топологию ограниченной сети Петри, является принудительным.

Замечание. Для решения задач моделирования связных однородных систем с двоичной логикой каждый параметр предметной области входит во множество позиций сети в двух экземплярах: $p_i = \left(p_i, \overline{p}_i\right)$. Разметка пары $p_i = \left(p_i, \overline{p}_i\right)$: $m_i = \left(0{,}1\right)$ означает вхождение параметра в систему с нулевым ресурсом; $m_i = \left(1{,}0\right)$ – вхождение параметра с единичным ресурсом; $m_i = \left(0{,}0\right)$ или $m_i = \left(1{,}1\right)$ – несущественность параметра. Такая трактовка параметра увеличивает количество позиций в два раза по сравнению с количеством параметров, тем не менее, выигрыш в количестве операций перебора остается значительным.

Теоремы, сформулированные и доказанные автором для класса ограниченных сетей Петри, позволяют утверждать, что,
во-первых, задача определения достижимости некоторого перехода из множества переходов разрешима;
во-вторых, для того чтобы любой переход $\forall t_j \in T$ был достижим из разметки M_0 и разметка любой позиции p_i была ограничена при функционировании сети ($\forall p_i \subset P \quad m(p_i) \le 1$), достаточно выполнения условия

$$\bigcap_{j=1}^{m} \bigcup_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m+1} \bigcap_{k=1}^{n} \left(f_{kj} \rightarrow h_{ik}^{*}\right) = true,$$

где $\cap, \cup, \rightarrow$ - логические функции конъюнкции, дизъюнкции и импликации соответственно, $f_{kj} \in F$, $h_{ik}^{*} \in H^{*}$ - элементы матриц инцидентности, причем расширенная матрица H^{*} получена из матрицы H путем дополнения строкой $h_{m+1,1} \dots h_{m+1,n}$, где $h_{m+1,i} = m_0(p_i)$;
в-третьих, всякую сеть, все переходы которой достижимы из разметки M_0, можно представить позиционно эквивалентной из разметки M_0 сетью, у которой дерево достижимости совпадает с деревом достижимости исходной сети, а топология удовлетворяет условию достижимости любого перехода.

Сказанное позволяет утверждать, что, из класса ограниченных сетей Петри может быть выделен подкласс, удовлетворяющий условию теоремы 2, для построения на его основе адекватного аппарата моделирования однородных связных систем с двоичной логикой.
Для формального описания выделяемого подкласса ограниченных сетей Петри определим понятие состояния.

Определение 2. Состоянием ограниченной сети Петри или *сценарием* S_i назовем помеченное подмножество вершин из множества P: $S_i = \left\{p_i^1, p_i^2, \dots p_i^k\right\}$, где $p_i^j \in P$, $S_i \subset P$, $m_i^j(p_i^j) = 1$.
Сценарий S_i определяется разметкой $M_i = \left\{m_i^1(p_1), m_i^2(p_2), \dots m_i^n(p_n)\right\}$, которая есть двоичный n-разрядный набор, где вершина $p_j \in S_i$, если разметка $m_i^j(p_j) = 1$, вершина $p_j \notin S_i$, если разметка вершины $m_i^j(p_j) = 0$.

Определение 3. Сеть, порожденную связыванием посредством перехода t_k сценария S_i со сценарием S_j, которые определены на множестве всех допустимых сценариев, назовем примитивной ограниченной *TS*-сетью, для которой $P = S_i \cup S_j$, $T = \{t_k\}$, функции инцидентности формируются следующим образом:
$F: P \times T \rightarrow \{1\} \;\; \forall p \in S_i, \quad P \times T \rightarrow \{0\} \;\; \forall p \in S_j \setminus S_i \cap S_j,$
$H: T \times P \rightarrow \{0\} \;\; \forall p \in S_i \setminus S_i \cap S_j, \quad T \times S_j \rightarrow \{1\}.$
Начальная разметка $M_0: P \rightarrow \{0,1\}$: $m_o^k(p_k) = 1$, если $p_k \in S_i$, и $m_o^k(p_k) = 0$, если $p_k \in S_j$.

Замечание. Для любого множества сценариев, определенного на множестве допустимых информационных элементов, $\exists i, j \in \{1,2,\dots n\}$ такие, что $S_i \cap S_j \neq \varnothing$, где $i \neq j$, но $\forall i, j \in \{1,2,\dots n\}$ $S_i \neq S_j$, если $i \neq j$.

Определение 4. Ограниченные сети Петри, порожденные множеством символов-переходов *T* на множестве сценариев *S*, назовем ограниченными *TS*-сетями Петри.

Выделенный класс ограниченных *TS*-сетей обладает рядом свойств [4], которые позволяют утверждать, что аппарат ограниченных TS-сетей Петри является адекватным аппаратом моделирования динамических недетерминированных структур и процессов, поскольку выполнены следующие условия.

1. Возможность определения набора операций над классом выделенных сетей.
2. Живость структуры, конструируемой с помощью введенных операций.
3. Конечность структуры, конструируемой с помощью введенных операций.

Операции над ограниченными TS-сетями Петри вводятся в [4] с помощью теоретико-множественных операций, автором доказана полнота алгебры относительно введенных операций, а также тождественность некоторых преобразований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Свойства ограниченных TS-сетей Петри позволяют построить на его основе аппарат для синтеза информационной структуры состояний сложной системы по множеству всех возможных локальных изменений состояний объектов. Кроме того, создаваемый аппарат может быть использован для задач автоматического анализа построенной структуры на предмет достижения некоторого конкретного состояния или состояния с некоторыми определенными параметрами. Добавление в аппарат вероятностных функций перехода позволит решать задачу прогнозирования предпочтительных состояний системы.

ССЫЛКИ

1. Котов В.Е. Алгебра регулярных сетей Петри //Кибернетика.-1980, № 5.- С.10-18.
2. Марков Н.Г., Мирошниченко Е.А. Моделирование параллельного программного обеспечения с использованием PS-сетей. //Программирование.-1995, №5.- С.24-32.
3. Emelyanov G.M., Smirnova E.I. Logical Model Of Hypertext Image Database //Pattern Recognition and Image Analysis.-1999.-Vol.9, № 3. - pp.485-491.
4. Emelyanov G.M., Smirnova E.I. Logical Simulation Algebra of Hypertext Image Database //Pattern Recognition and Image Analysis.-2000.-Vol.10 , № 1.