

УДК 004.09

**Г.Г. Киричек (канд. тех. наук, доц.), А.И. Вершина (канд. тех. наук, доц.)**

Запорожский национальный технический университет, г. Запорожье

E-mail: [kirichek@zntu.edu.ua](mailto:kirichek@zntu.edu.ua), [vershina@vovinam.zp.ua](mailto:vershina@vovinam.zp.ua)

## АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

*Предложен структурированный подход к получению алгоритма определения и использования параметров учебного процесса с позиции усвоения и проверки знаний. Процесс обучения описан как Марковский и представлен совокупностью состояний и постоянством вероятностей переходов между ними. Степень усвоения изучаемого материала студентами определяется как совокупность состояний качественного и некачественного его усвоения на различных этапах процесса обучения.*

**Ключевые слова:** знания, конечные цепи Маркова, процесс обучения, качество обучения, модель.

### Введение

Уход от традиционных понятий при обеспечении учебного процесса в высших учебных заведениях (ВУЗ) Украины повышает их конкурентоспособность и востребованность выпускников IT-специальностей на рынке труда. При стремительном развитии технологий, требование информатизации и модернизации учебного процесса, выпуска квалифицированных кадров, является весьма актуальными [1]. Причем сами процессы информатизации и модернизации имеют смысл только при постоянном повышении качества результатов обучения. Актуальность данной задачи связана с теоретическими исследованиями и практическими результатами в области разработки автоматизированных систем обеспечения образовательных процессов в высшей школе с целью повышения качества обучения [2].

Специалисты, занимающиеся данными вопросами, позволяют выделить множество характеристик и критериев, которые претерпевают изменения в зависимости от задач, поставленных в процессе разработки автоматизированных систем поддержки учебного процесса и их влияния на его качество [3].

Исходя из этого, определение качества обучения как совокупности характеристик знаний и умений профессиональной деятельности, ставит перед специалистами задачу нахождения алгоритмов, определяющих параметры процесса обучения.

### Постановка задачи

Понятие качества обучения является неоднозначным, оно во многом зависит от уровня технической оснащенности вуза и совокупности других факторов [4].

Вместе с тем вопросы оценки качества обучения и управления качеством образования в технических вузах при информатизации и автоматизации обучения еще недостаточно изучены и требуют проведения дальнейших исследований [5].

Описание процесса обучения поглощающими цепями Маркова предполагает наличие состояний процесса и постоянство вероятностей переходов от состояния к состоянию. Организационные мероприятия, включающие в себя стратегию планирования, позволяют в определенной степени выполнить эти условия.

Подход с позиции цепей Маркова дает возможность определить такие характеристики как ожидаемое количество моментов времени, проводимых процессом в различных состояниях и вероятности попадания в то, или иное поглощающее состояние. Первая из них лежит в основе оценки затрат на обучение, вторая представляет качество на выходе процесса. Структура матрицы переходов для поглощающей цепи Маркова имеет вид [6]:

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ O & E \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $Q$  - подматрица, описывающая поведение процесса до попадания в поглощающее состояние;  $R$  - подматрица переходов в поглощающие состояния;  $O, E$  - нулевая и единичная подматрицы.

Использование фундаментальной матрицы  $N = (E - Q)^{-1}$  позволяет получить ряд важнейших характеристик исследуемого процесса. Элемент  $n_{i,j}$  матрицы  $N$  дает ожидаемое количество моментов времени, которое проводит процесс в состоянии  $j$  до попадания в поглощающее состояние при условии, что он начался в состоянии  $i$ .

Вероятность завершения процесса в том или ином поглощающем состоянии в зависимости от того, какое состояние является исходным, определяется элементами матрицы  $B = NR$ . Пример структуры учебного процесса (см. рис.1).

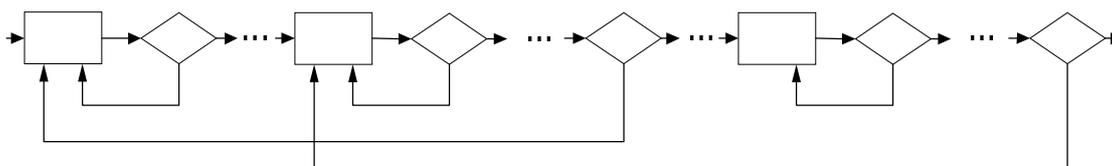


Рисунок 1 — Пример структуры процесса обучения

На рисунке прямоугольниками представлены этапы обучения, ромбами – этапы проверки знаний, стрелки указывают на возврат к предыдущим этапам обучения при отрицательном результате проверки знаний.

В большинстве случаев мы имеем только одно исходное состояние. Это позволяет для определения параметров процесса обучения ограничиться нахождением только некоторых элементов матрицы  $N$ . И, если процесс получения знаний начинается с первого состояния, то необходимо определить только первую строку этой матрицы.

#### Результаты решения задач.

Использование для описания учебного процесса понятия «состояний» обучающихся, основанных на степени усвоения материала, определяется совокупностью состояний качественного и некачественного усвоения изучаемого материала на различных этапах процесса обучения. Это приводит к значительному увеличению размерности матрицы переходов  $P$ , определяющей порядок переходов между данными состояниями, с учетом этапов обучения. Её размерность представлена величиной  $m$  и определяется следующим выражением:

$$m = 1 + \sum_{i=1}^{M_R} 2^i (M_{A_i} + 1), \quad (2)$$

где  $M_R$  - количество этапов обучения;

$M_{A_i}$  - количество этапов проверки знаний, следующих непосредственно за данным этапом обучения.

Значение  $m$  резко возрастает при повышении сложности изучаемого предмета, что существенно влияет на возможности предлагаемого подхода. При этом, если понимать под «состоянием» процесс выполнения конкретного этапа обучения, то размерность  $m$  матрицы переходов  $P$  будет определяться выражением:

$$m = 1 + M_R + \sum_{i=1}^{M_R} M_{Ai} \quad (3)$$

то есть будет иметь размер на единицу больше количества этапов обучения.

При таком подходе усложняется процесс формирования матрицы переходов  $P$ . Так, если в предыдущем варианте элементы данной матрицы определялись непосредственно значениями параметров качества и соответствовали вероятностям переходов от одних сочетаний качества к другим, то теперь при формировании матрицы  $P$  необходимо производить вычисления вероятностей самих переходов.

Остановимся подробнее на определении элементов матрицы  $Q$ .

Номера строк и столбцов будем ставить в соответствие порядку подключения этапов обучения и проверки знаний. Размерность данной матрицы представим в виде  $M * M$ , где  $M$  – общее количество этапов обучения.

Элементы матрицы  $Q$  обозначим через  $q_{ij}$  и определим следующим образом:

$$q_{ij} = 1, \text{ если } i = i_R, j = i + 1;$$

$$q_{ij} = K_l^{(m)} a_i + (1 - K_l^{(m)})(1 - \bar{a}_i), \text{ если } i = i_A, j = i + 1,$$

где  $i_R$  и  $i_A$  – номера этапов, которые соответствуют обучению и проверке знаний соответственно;

$j$  – номер, соответствующий этапу принятия решений, к которому производится обратная связь (возврат) в случае получения отрицательного результата проверки знаний на этапе  $i_A$ ;

$a_i, \bar{a}_i$  – значения параметров качества для этапов проверки знаний  $i_A$ ;

$K_l^{(m)}$  – качество этапа принятия решений  $l$ , определяемое по рекуррентной формуле:

$$K_l^{(\alpha_x)} = \frac{K_l^{(\alpha_{x-1})} a_{\alpha_{x-1}}}{K_l^{(\alpha_{x-1})} a_{\alpha_{x-1}} + (1 - K_l^{(\alpha_{x-1})})(1 - \bar{a}_{\alpha_{x-1}})}, \quad (4)$$

где  $K_l^{(\alpha_0)} = K_{0l}$  – исходное качество этапа  $l$  принятия решений;

$\alpha_x, x = \overline{1, m}$  – последовательность номеров, соответствующих этапам анализа, расположенным между этапами  $l$  и  $i_A$ , обратные связи которых обращены к этапу  $l$ ;

$$q_{a,i} = (1 - K_l^{(m)}) \bar{a}_i + K_l^{(m)} (1 - a_i), \text{ если } i = i_R, j = i_A.$$

Остальные элементы матрицы  $Q$  принимаем равными нулю.

Приведенные выражения для определения элементов матрицы  $Q$  отражают соответственно следующие события:

- непосредственную передачу решений от этапов принятия решений к следующим за ними этапам;
- вероятности переходов к следующим этапам от этапа анализа;
- вероятности переходов от этапа анализа к предшествующим этапам принятия решений [7].

Таким образом, в общем виде, матрица  $Q$  может быть записана следующим образом:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & q_{1,2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ q_{2,1} & 0 & q_{2,3} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ q_{3,1} & q_{3,2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{M-2,1} & q_{M-2,2} & q_{M-2,3} & \cdots & 0 & q_{M-2,M} & 0 \\ q_{M-1,1} & q_{M-1,2} & q_{M-1,3} & \cdots & q_{M-1,M-2} & 0 & q_{M-1,M} \\ q_{M,1} & q_{M,2} & q_{M,3} & \cdots & q_{M,M-2} & q_{M,M-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Процессы, которые являются предметом исследования, как правило, начинаются с первого состояния. Это позволяет при определении их параметров ограничиться оценкой значений только первой строки фундаментальной матрицы. Нахождение строки будем осуществлять путем решения уравнения:

$$(E - Q)^T X = B, \quad (6)$$

где  $X$  и  $B$  - векторы-столбцы неизвестных и свободных членов соответственно;  $T$  - знак транспонирования.

Если первый элемент вектора  $B$  принять равным единице, а остальные элементы взять равными нулю, то значения вектора  $X$  будут соответствовать первому столбцу матрицы:

$$[(E - Q)^T]^{-1}. \quad (7)$$

Так как  $[(E - Q)^T]^{-1} = [(E - Q)^{-1}]^T = N^T$ , то значения вектора  $X$  совпадают со строкой фундаментальной матрицы.

Используемый алгоритм формирования матрицы  $Q$  приводит к виду, при котором  $q_{ij} = 0$ , если  $j > i + 1$  и элементы матрицы  $(E - Q)^T$  равны нулю, если  $j < i - 1$ .

Уравнения с матрицами подобного вида эффективно решаются посредством использования определяющих переменных.

Представим выражение в виде произведения матриц:

$$\begin{bmatrix} 1 & -q_{2,1} & -q_{3,1} & \cdots & -q_{M-2,1} & -q_{M-1,1} & -q_{M,1} \\ -q_{2,12} & 1 & -q_{3,2} & \cdots & -q_{M-2,2} & -q_{M-1,2} & -q_{M,2} \\ 0 & -q_{2,3} & 1 & \cdots & -q_{M-2,3} & -q_{M-1,3} & -q_{M,3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -q_{M-1,M-2} & -q_{M,M-2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -q_{M-2,M} & 1 & -q_{M,M-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -q_{M-1,M} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_{M-2} \\ x_{M-1} \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

В соответствии с методом определяющих переменных, в данной матрице в качестве определяющей переменной выступает  $x_M$ .

Решение системы уравнений, учитывая значения элементов вектора  $B$ , произведём следующим образом. Представим систему в виде:

$$\begin{bmatrix} 1 & -q_{2,1} & -q_{3,1} & \cdots & -q_{M-2,1} & -q_{M-1,1} \\ -q_{1,2} & 1 & -q_{3,2} & \cdots & -q_{M-2,2} & -q_{M-1,2} \\ 0 & -q_{2,3} & 1 & \cdots & -q_{M-2,3} & -q_{M-1,3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -q_{M-1,M-2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -q_{M-2,M} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_{M-2} \\ x_{M-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_{M,1} - b \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ q_{M,2}x_M \\ q_{M,3}x_M \\ \cdots \\ q_{M,M-1}x_M \\ q_{M,M}x_M \end{bmatrix}. \quad (9)$$

При этом уравнение для переменной  $x_M$ , равносильное данной системе будет представлено следующим образом:

$$\xi_1 x_M + \xi_0 = \xi. \quad (10)$$

Определим значения  $\xi_1 = \xi$  когда  $x_M = 1$ ,  $b = 0$  и значения  $\xi_0 = \xi$  когда  $x_M = 0$ ,  $b = 1$ . При этом значение определяющей переменной будет равно  $x_M = -\xi_0 / \xi_1$ . Исходя из этой формулы, далее определяются значения остальных неизвестных.

На каждом шаге приходится решать систему треугольных уравнений, к которым сводится система при задании переменных  $x_M$  конкретных значений. Нетрудно видеть также, что  $\xi_0$  всегда принимает значение равное единице и, следовательно, нет необходимости в его определении.

Количество операций  $n$  для нахождения строки фундаментальной матрицы определяется двукратным просчетом приведенной системы уравнений.

Количество элементов матрицы коэффициентов этой системы равно:

$$n_s = 2M + M_A - 1, \quad (11)$$

где  $M_A$  – количество этапов анализа.

Общее количество операций определяется выражением:

$$n = 4n_s = 8M + 4M_A - 4, \quad (12)$$

что позволяет считать предлагаемый подход достаточно эффективным.

Качество на выходе процесса, имеющего несколько этапов принятия решений и анализа, можно определить как произведение вероятностей получения качественных решений от каждого этапа принятия решений:

$$K = \prod_{i=1}^{M_R} K_i, \quad (13)$$

где  $K_i$  находится с помощью рекуррентной формулы:

$$K_i^{(j)} = \frac{K_i^{(j-1)} a_{ij}}{K_i^{(j-1)} a_{ij} + (1 - K_i^{(j-1)})(1 - \bar{a}_{ij})}, \quad j = \overline{1, M_{Ai}}, \quad (14)$$

где  $K_i = K_i^{(M_{Ai})}$ ,  $K_{0i} = K_i^{(0)}$ , а  $a_{ij}$  и  $\bar{a}_{ij}$  - вероятности, характеризующие качество этапа анализа  $j$ , связанного с этапом принятия решений  $i$ .

Рассмотрим значения элементов матрицы переходов. Так после этапа обучения вероятность перехода к следующему этапу равна единице, независимо от того каким будет следующий этап - обучение или проверка знаний. В то же время характеристики учебного процесса для различных вариантов структур проверки знаний в целом могут отличаться друг

от друга [8]. Структура процесса обучения, при котором производится проверка знаний только предыдущего этапа обучения, имеет вид, представленный на рисунке 2.

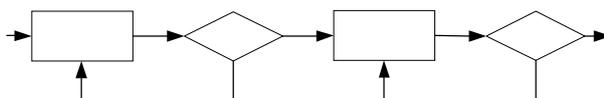


Рисунок 2 — Структура проверки знаний предыдущего этапа обучения

Если проверка знаний затрагивает несколько предыдущих этапов обучения, возможны различные варианты представления данных структур (см. рис. 3).

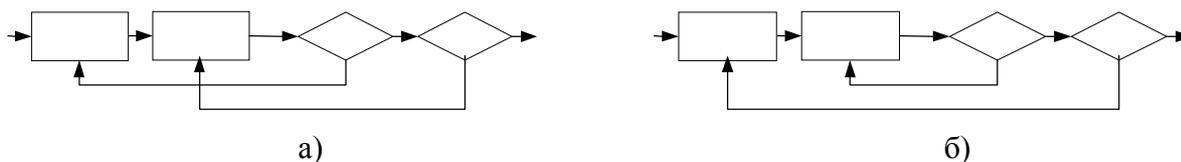


Рисунок 3 — Пример структуры процесса обучения для различных вариантов проверки знаний

Вариант структуры а) соответствует предварительной проверки знаний по предыдущему материалу перед проверкой знаний текущего этапа обучения, а вариант структуры б) проверку знаний предыдущего материала после проверки знаний текущего этапа обучения. В ряде случаев такое разделение этапов проверки знаний имеет место на практике. При комплексной проверке знаний по всему предыдущему материалу от этапа проверки знаний будут исходить переходы к нескольким предыдущим этапам обучения. Структура такого процесса будет иметь следующий вид (см. Рис.4):

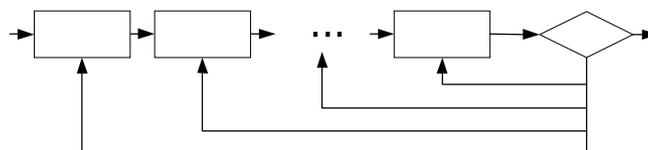


Рисунок 4 — Структура процесса обучения при комплексной проверке знаний

В данном случае матрица переходов будет иметь несколько другой вид. При отсутствии комплексной проверки строки матрицы содержали только один элемент для этапов обучения и по два элемента для этапов проверки знаний. В случае комплексной проверки знаний соответствующая строка матрицы будет содержать  $k + 1$  элементов, где  $k$  – количество этапов обучения к которым возможен возврат при отрицательном результате проверки знаний. Выражение для элементов матрицы переходов в данном случае получим исходя из приведенного качества знаний каждого этапа обучения  $K_i^*$  к моменту комплексной проверки знаний. Для простоты обозначений в формулах будем считать, что этапы обучения, связанные с комплексной проверкой знаний, пронумерованы от  $l$  до  $n$ .

При этом характеристики комплексной проверки знаний определяются вероятностями  $a_{n+1}$  и  $\bar{a}_{n+1}$ , которые соответствуют вероятностям достоверной проверки усвоенных и неусвоенных знаний.

Обозначим через  $B_i$  – вероятность того, что результат проверки знаний  $i$ -го этапа обучения положительный, то есть

$$B_i = K_i^* a_{n+1} + (1 - K_i^*)(1 - \bar{a}_{n+1}). \quad (15)$$

Тогда вероятность перехода к следующим этапам учебного процесса будет равна произведению положительных результатов проверки знаний по совокупности этапов обучения:

$$q_{n+1,n+2} = \prod_{i=1}^n B_i, \quad (16)$$

а вероятность переходов к предыдущим этапам обучения равна

$$q_{n+1,k} = (1 - B_k) \prod_{i=1}^{k-1} B_i, \quad (17)$$

где  $(1 - B_k)$  - соответствует отрицательному результату проверки знаний  $k$ -го этапа обучения, а  $\prod_{i=1}^{k-1} B_i$  - положительным результатам проверки знаний при прохождении предыдущих этапов обучения.

### Выводы

Показано, что различные виды и формы обучения с использованием информационных технологий, все равно остаются классическим учебным процессом, связанным с определенными этапами получения знаний. Процесс обучения представлен как процесс усвоения знаний на определенных его этапах.

В дальнейшем при использовании поглощающих цепей Маркова для моделирования процесса обучения, как сложного объекта с определенными этапами, надо модель каждого этапа рассматривать отдельно. При разработке автоматизированных систем поддержки обучения и моделировании учебного процесса состояния цепи отождествляются с его этапами, а матрица переходных вероятностей определяет порядок переходов между ними, при этом зависит от структуры самих процессов и распределения исходных данных, значения которых влияют на процесс получения и усвоения знаний.

### Список использованной литературы

1. Пилипчук А. Ю. Система освіти як об'єкт інформатизації: структура системи освіти. / А. Ю. Пилипчук // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2008. – №4. – С. 25-32.
2. Киричек Г.Г. Оптимизация мультисервисной сети вуза / Г.Г. Киричек, А.О. Лавришева, Е.А. Севрюк // III Всеукраинская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Информационные управляющие системы и компьютерный мониторинг – 2012», (16-18 квіт. 2012 р.): тези доп. – Донецк: ДонНТУ, 2012. – С. 78-82.
3. Lee M.R. Revealing research themes and trends in knowledge management: From 1995 to 2010. Т. 28 / M.R. Lee, T.T. Chen // Knowledge-Based Systems. – 2012. — С. 47-58.
4. Шамис А.П. Методологический анализ принципов управления качеством подготовки специалистов / А.П. Шамис // Кибернетика и вуз. – 1993. – Вып. №25. – С.59-64.
5. Вершина О.І. Модель системи інформаційної підтримки навчання / О.І. Вершина, Г.Г. Киричек // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2012. – №1. – С. 107-111.
6. Кемени Д. Дж. Конечные цепи Маркова / Д. Дж. Кемени, Дж. Л. Снелл. – М.: Наука, 1970. – 272 с.
7. Теоретические основы автоматизации процессов выработки решений в системах управления / [В.Е. Ярушек, В.П. Прохоров, Б.Н. Судаков, А.В. Мишин]. – Х.: ХВУ, 1993. – 446 с.

8. Вершина А.И. Модель взаимного влияния дисциплин в процессе обучения / А.И. Вершина, Г.Г. Киричек // Наукові праці ДонНТУ. Серія: Проблеми моделювання та автоматизації проектування. – 2011. - Випуск 10 (197). – С. 208-217.

Надійшла до редакції:  
14.02.2013

Рецензент:  
д-р техн. наук, проф. Ковальов Є.Б.

**Г.Г. Киричек, О.І. Вершина**

**Запорізький національний технічний університет**

*Алгоритмізація параметрів процесу навчання. Запропоновано структурований підхід до отримання алгоритму визначення і використання параметрів навчального процесу з позиції засвоєння та перевірки знань. Процес навчання описано як Марковський і представлено сукупністю станів і постійністю ймовірностей переходів між ними. Ступінь засвоєння матеріалу, який вивчається студентами визначено як сукупність станів якісного і неякісного його засвоєння на різних етапах процесу навчання.*

**Ключові слова:** знання, кінцеві ланцюги Маркова, процес навчання, якість навчання, модель.

**G.G. Kirichek, A.I. Vershina**

**Zaporizhzhya National Technical University**

*Algorithmic Parameters of the Learning Process. The paper offers a structured approach to obtaining and using the algorithm for determining the parameters of the learning process from the perspective of learning and knowledge testing. The degree of mastering the material by students is defined as high and low quality of learning at various stages of the learning process. The relevance of the solutions is related to theoretical research and practical results in the development of automated systems for the educational process in higher education that improves the quality of education - a major component of which is the development of evaluation methods and improving its quality. Effective management of the learning process by using automated systems is possible when we know the mathematical description of the set of characteristics and criteria that changes depending on the objectives set in the development of automated data systems. Professionals involved in these matters can select the set of characteristics and criteria. Therefore, the construction of the mathematical description - the identification of the learning process - is an important step in creating any automated system of supporting the educational process with taking in scope the possible influence on the quality. The paper shows the structure of the learning process modeling different types of knowledge check and having (for complex testing of knowledge) simultaneous transitions to several previous stages of learning. An approach involving Markov chains made it possible to determine such characteristics as the expected number of time points of the process in different states and the probability of getting to this or that absorbing state. The first is the basis for estimating the cost of training; the second is the quality at the process output. Using the concept of "states" of students, based on the degree of mastering the material, is determined by a set of states of high and low quality of learning at various stages of the learning process. This leads to a significant increase in the dimension of the transition matrix, which determines the order of the transitions between these states, taking into account the stages of training. The quality at the output of the process with several stages of decision-making and analysis is defined as the product of the probabilities of obtaining high quality solutions from each stage of decision-making.*

**Keywords:** knowledge, finite Markov chains, learning process, quality of learning, model.