

УДК 681.5

О.В. Хорхордін (канд. техн. наук, доц.),
В.В. Червинський (канд. техн. наук, доц.), Д.Г. Никитенко
ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», м. Донецьк
кафедра автоматики та телекомунікацій
E-mail: khav@kita.donntu.edu.ua, dasha_nikitenko@mail.ru

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ЗІ ЗМІННИМ ПЕРІОДОМ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ

Розглядається можливість оцінки стійкості цифрової системи автоматичного управління при випадковій зміні частоти дискретизації шляхом використання теорії робастних систем. Запропоновано методу експериментального визначення допустимої варіації періоду дискретизації при збереженні стійкості замкненої системи. Основою для врахування змінного періоду дискретизації є представлення його блоком лінійного дрібного перетворення. У наведеному прикладі демонструється послідовність дій щодо оцінки стійкості цифрової системи зі змінним періодом дискретизації.

Ключові слова: *стійкість системи, змінний період дискретизації, лінійне дробове перетворення, робастна система.*

Загальна постановка задачі та її актуальність

Традиційною при проектуванні цифрових систем управління є гіпотеза про те, що період дискретизації є постійним, і він не змінюється під час експлуатації системи. Але сучасна технологія реалізації систем автоматики базується на використанні розвинених телекомунікаційних мереж, таких як DeviceNet, Ethernet, FireWire та інших, які зв'язують датчики і виконавчі механізми з контролерами, тобто між контролером (управляюча частина системи) і об'єктом з датчиками і виконавчими механізмами знаходиться телекомунікаційна мережа, ресурси якої використовують також інші контролери. У таких мережах можуть виникати колізії, які приводять до того, що контролер отримує необхідну інформацію про стан об'єкту не у дискретні рівновіддалені моменти часу, а з випадковим зсувом у часі відносно того періоду дискретності, що був прийнятий під час проектування системи. Невизначеність мережі з пакетною передачею інформації, де пакети можуть бути втрачені або зіпсовані, також веде до збільшення проміжку часу між відліками. Другою причиною, яка може бути розцінена як випадкова зміна періоду дискретизації, є затримка датчиком виготовлення потрібної контролеру інформації, тому що ця інформація виникає внаслідок складних розрахунків, які можуть тривати деякий час. Збільшення періоду дискретизації негативно впливає на якість системи управління і може бути причиною втрати її стійкості. Саме ця проблема в останні роки все більш привертає увагу науковців, які працюють в області систем управління.

На зростаючий інтерес до мережевих систем управління вказує велика кількість публікацій, присвячених пошуку протидії невизначеності телекомунікаційної мережі з метою гарантованого забезпечення стійкості і якості системи управління [3,4,5]. Серед усіх публікацій вирізняється найбільш загальним підходом до аналізу систем зі змінним періодом квантування робота [1], у якій запропоновано використати рівняння Колмогорова-Феллера щодо щільності ймовірності фазових координат.

Але в останні роки виникла можливість провести дослідження стійкості мережесистем автоматичного управління при випадковій зміні періоду дискретизації на підставі теорії робастних систем. Період дискретизації розглядається як параметр, зміна якого веде до параметричної невизначеності передавальної функції цифрового регулятора (адитивної або мультиплікативної). Якщо розглянути звісні умови робастної стійкості системи, то може бути отримана оцінка максимальної зміни періоду дискретизації, при якому система залишається стійкою.

Постановка задачі дослідження

Для того, щоб задачу дослідження динаміки цифрової системи зі змінним періодом дискретизації звести до задачі дослідження робастної стійкості системи, необхідно розглянути і вирішити наступні завдання:

- 1) з'ясувати механізм впливу змінного періоду дискретизації на зміну параметрів передавальної функції регулятора або об'єкту управління (у дискретному його представленні) при переході від z- до s-площини;
- 2) на підставі моделі системи з параметричною невизначеністю провести оцінку границі допустимої зміни періоду дискретизації при збереженні стійкості системи.

Вирішення задачі та результати дослідження

Далі розглядається мережна система автоматичного управління, структура якої наведена на рис. 1.

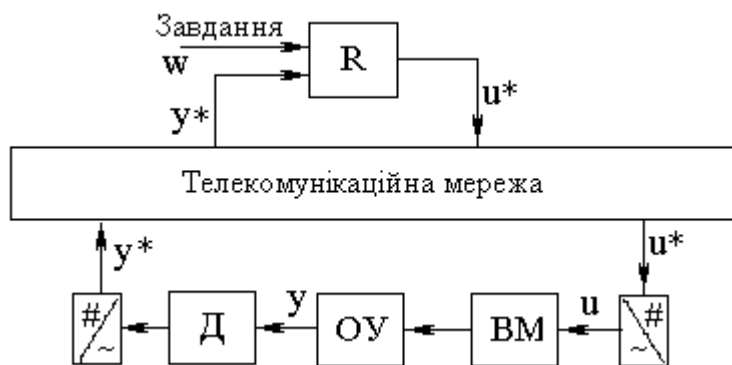


Рисунок 1 – Структура мережної САУ. R – регулятор, О – об'єкт управління, ВМ – виконуючий механізм, Д – датчик

Регулятор, який є реалізованим на мікроконтролері або спеціалізованій ЕОМ, характеризується своєю z-передавальною функцією, яка при проектуванні системи була визначена для певного періоду дискретизації T_0 . Телекомунікаційна мережа може затримати передавання інформації від датчика до регулятора на деякий час ΔT . З «точки зору» аналогового об'єкту це буде означати зміну передавальної функції регулятора. Зміну передавальної функції регулятора можна (див. [2]) врахувати у процесі перетворення z-передавальної функції регулятора до його s-еквіваленту, підставляючи в неї $z = (1 + Ts / 2) / (1 - Ts / 2)$, де T - актуальний період дискретизації.

Нехай, наприклад, для стабілізації об'єкту з передавальною функцією $W(s) = \frac{25(0,5s + 1)}{s(100s^2 + 16s + 1)(5s + 1)}$ є розрахованим регулятор з $W_R(s) = \frac{1,67s + 0,1}{0,056s + 1}$. Для періоду

дискретизації $T_0 = 0,5$ с отримана z-передавальна функція регулятора $W_R(z) = \frac{5,536z - 5,373}{z + 0,6364}$.

При зміні періоду дискретизації, коли регулятор отримує сигнал від датчика внаслідок колізії

у мережі рідше ніж T_0 , загальна динаміка регулятора стає іншою ніж при номінальному періоді дискретизації. Зміну динаміки регулятора при незмінних коефіцієнтах його передавальної функції можна врахувати через параметр T білінійного перетворення $z = (1 + Ts/2)/(1 - Ts/2)$: при різних T отримують передавальну функцію регулятора $W_R(s, T)$, яка безпосередньо залежить від періоду дискретизації. Для регулятора, який розглядається у прикладі, ця залежність має наступний вигляд:

$$W_R(s, T) = W_R(z) \Big|_{z=\frac{0,5Ts+1}{-0,5Ts+1}} = \frac{5,4545Ts + 0,163}{0,1818Ts + 1,636} = \frac{u(s)}{e(s)}. \tag{1}$$

Після відповідних перетворювань отримуємо структурну схему регулятора (рис.2), у складі якого є блок ділення на T , який дозволяє врахувати зміну періоду дискретизації при аналізі властивостей замкненої системи управління зі змінним періодом дискретизації.

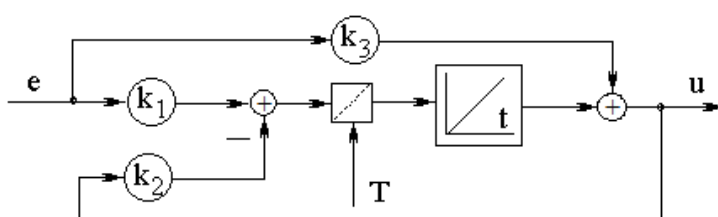


Рисунок 2 – Структурна схема регулятора з блоком ділення.
 $k_1 = 0,897, k_2 = 9,0, k_3 = 30.$

На підставі рис.2 для T (верхня границя T може бути оцінена з врахуванням технічних характеристик телекомунікаційної мережі) можна розрахувати адитивну помилку (невизначеність) $\Delta_a(j\omega)$ регулятора, H_∞ - норма якої потрібна для оцінки стійкості замкненої системи. На рис.3а показані логарифмічні частотні характеристики регулятора для номінального періоду дискретизації T_0 і для періоду дискретизації T , який у двічі більше ніж номінальний. На рис. 3б – адитивна похибка визначення передавальної функції регулятора (1) при зміні періоду дискретизації вдвічі:
 $20 \lg |\Delta_a(j\omega)| = 20 \lg |W_R(j\omega, T_0) - W_R(j\omega, 2T_0)|.$

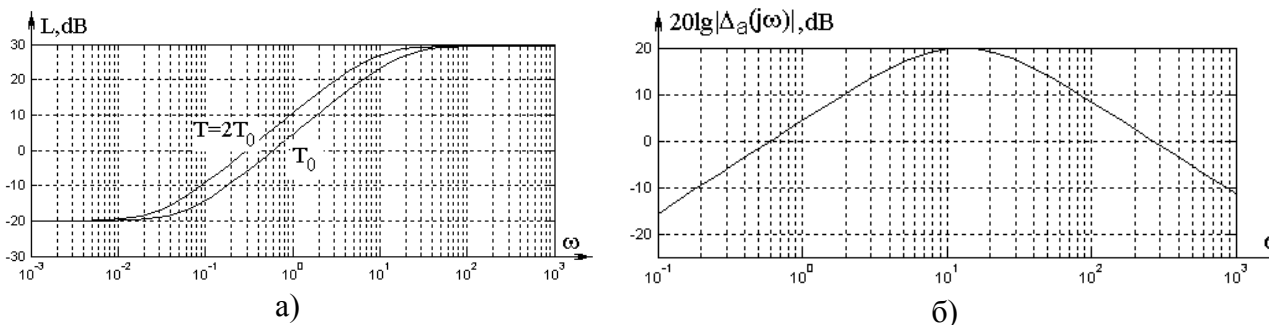


Рисунок 3 – Логарифмічні характеристики регулятора:
 а) для різних періодів дискретизації; б) адитивна похибка

Розглянемо систему автоматичного управління (рис.4а) з номінальною моделлю об'єкту управління $W(s)$ і регулятора $W_R(s)$, передавальна функція якого визначена з адитивною похибкою $\Delta_a(j\omega)$.

Нехай вхідними сигналами будуть сигнали w і v , а вихідними - z і y , тобто систему з параметричною або структурною невизначеністю можна представити як двомірну (рис. 4б) і визначити передавальні функції $M_{11} = z/v$, $M_{12} = z/w$, $M_{21} = y/v$, $M_{22} = y/w$.

З урахуванням позначень на рис.4а) легко отримати відповідні передавальні функції, а саме:

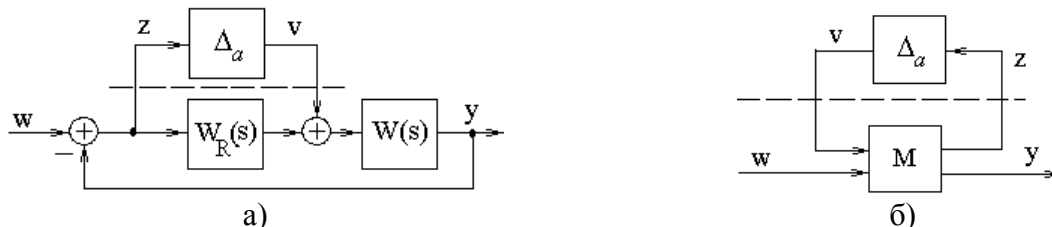


Рисунок 4 – а) Система з адитивною невизначеністю передавальної функції регулятора
б) Представлення системи у формі М,Δ-структури

$$M_{11} = z/v = \frac{-W(s)}{1 + W_R(s)W(s)}; \quad M_{12} = z/w = \frac{1}{1 + W_R(s)W(s)};$$

$$M_{21} = y/v = \frac{W(s)}{1 + W_R(s)W(s)}; \quad M_{22} = y/w = \frac{W_R(s)W(s)}{1 + W_R(s)W(s)}.$$

З іншого боку на підставі наступного матричного рівняння до М,Δ-структури:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix},$$

можна записати наступні співвідношення, враховуючи, що $v = \Delta_a \cdot z$:

$$z = M_{11} \cdot v + M_{12} \cdot w,$$

$$y = M_{21} \cdot v + M_{22} \cdot w.$$

Розв'язком рівнянь відносно y і w є співвідношення (2):

$$y = [M_{22} + M_{21} \cdot \frac{\Delta_a}{1 - M_{11} \cdot \Delta_a} \cdot M_{12}] \cdot w, \tag{2}$$

яке відображає передавальну функцію замкненої системи з урахуванням адитивної невизначеності передавальної функції регулятора. Для скорочення запису останньої формули і для спрощення представлення різноманітних робастних систем використовується запис

$W_{yw}(s) = LFT(M, \Delta) = [M_{22} + M_{21} \cdot \frac{\Delta_a}{1 - M_{11} \cdot \Delta_a} \cdot M_{12}]$, який відповідає «верхньому» лінійному дрібовому перетворенню (upper) $LFT_u(M, \Delta)$.

На підставі рівняння (2) можна зробити важливі висновки стосовно стійкості системи автоматичного управління, в якій передавальна функція регулятора визначена з параметричними або структурними похибками (незалежно від причин, які викликали появу адитивної або мультиплікативної похибки).

Висновок 1. Якщо період дискретизації не змінюється під час експлуатації системи, то параметрична або структурна похибки визначення передавальної функції регулятора відносно його номінальної моделі є відсутніми ($\Delta_a = 0$). У такому випадку рівняння (2)

встановлює залежність виходу системи від входу, яка дорівнює передавальній функції M_{22} замкненої системи. Характеристичним рівнянням є $1 + W_R(s)W(s) = 0$, що відповідає стійкої системі внаслідок прийнятного обрання регулятора $W_R(s)$.

Висновок 2. При наявності адитивної похибки ($\Delta_a = 0$) стійкість системи визначається складовою $M_{21} \cdot \frac{\Delta_a}{1 - M_{11}\Delta_a} \cdot M_{12}$, якій відповідає додатковий контур з позитивним зворотним зв'язком. Характеристичне рівняння для оцінки стійкості має вигляд

$$1 - M_{11}\Delta_a = 0. \tag{3}$$

Передавальну функцію M_{11} можна представити у вигляді добутку передавальної функції об'єкту $W(s)$ і чутливості номінальної системи $S = (1 + W_R(s)W(s))^{-1}$, тобто $M_{11} = -W(1 + W_R W)^{-1} = -WS$. У частотній області характеристичне рівняння (3) для забезпечення стійкості системи перетворюється у вираз

$$|W(j\omega)S(j\omega)\Delta_a(j\omega)| < 1 \text{ для } \forall \omega. \tag{4}$$

Враховуючи те, що абсолютна величина $\Delta_a(j\omega)$ є обмеженою зверху, тобто $|\Delta_a(j\omega)| < \bar{l}_a(\omega)$, критерій стійкості (4) можна представити у формі (5):

$$|W(j\omega)S(j\omega)| < 1/\bar{l}_a(\omega) \quad \forall \omega, \tag{5}$$

або суворіше:

$$\sup_{\omega} |W(j\omega)S(j\omega)\bar{l}_a(\omega)| < 1. \tag{6}$$

Останній вираз за визначенням відповідає H_{∞} - нормі: $\sup_{\omega} |G(j\omega)| = \|G\|_{\infty}$, тому критерієм стійкості є також:

$$\|W(j\omega)S(j\omega)\bar{l}_a(\omega)\|_{\infty} < 1. \tag{7}$$

На підставі, наприклад, критерію стійкості (7) легко перевірити, чи буде замкнена система стійкою, якщо період дискретизації стане вдвічі більшим. Так, розглянувши логарифмічну частотну характеристику $L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega) \cdot S(j\omega) \cdot \Delta_a(j\omega)|$, яка наведена на рис. 5, можна зробити висновок, що система залишається стійкою, тому що $L(\omega) < 0 \quad \forall \omega$.

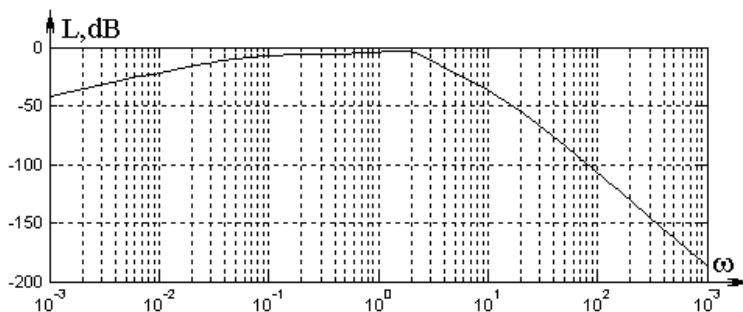


Рисунок 5 – Значення критерію стійкості (7)

Перетворення $LFT_u(M, \Delta)$ можна застосувати для опису змінного періоду дискретизації [2], якщо період дискретизації представити у формі $T = T_0(1 + \alpha\Delta)$, де α - будь-

яке позитивне число, яке відображає ступінь зміни періоду дискретизації, а Δ приймає значення $\Delta = \pm 1$. Таке представлення є аналогічним мультиплікативній невизначеності періоду дискретизації, що дозволяє блок ділення на T (рис. 2) у структурі регулятора замінити блоком, показаним на рис. 6б).

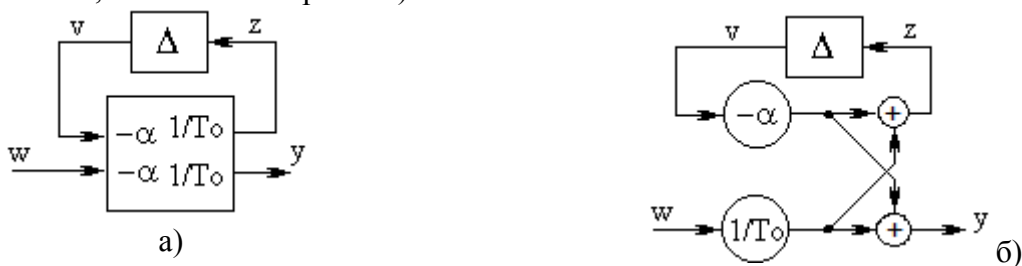


Рисунок 6 – Блок ділення на T як перетворення $LFT_u(M, \Delta)$:
 а) (M, Δ) -структура; б) внутрішня структура блока ділення на T

Дійсно, відповідно до структури блоку (рис. 6а,б) отримаємо рівняння:

$$\begin{aligned} z &= -\alpha v + 1/T_0 \cdot w ; \\ y &= -\alpha v + 1/T_0 \cdot w . \end{aligned} \tag{8}$$

Враховуючи $v = \Delta \cdot z$, отримаємо $z = (1 + \alpha\Delta)^{-1} \cdot 1/T_0 \cdot w$, і отже

$$\frac{y}{w} = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0(1 + \alpha\Delta)} . \tag{9}$$

Оцінку стійкості замкненої системи при якому-небудь значенні α тепер можна провести за наступною схемою. Оскільки $\Delta_a = \pm 1$, і $\|\Delta_a(j\omega)\|_\infty = 1$, то для стійкості замкненої системи (див. рис. 7) необхідно виконання умови, що $\|G(j\omega)\|_\infty < 1$, де $G(j\omega) = z/v$ при $w = 0$. Тобто необхідно розрахувати передавальну функцію замкненої системи від входу v до виходу z і визначити її H_∞ -норму. Передавальна функція $G(j\omega)$ безпосередньо і лінійно залежить від α - ступені зміни періоду дискретизації, що дозволяє провести оцінку стійкості системи зі змінним періодом дискретизації при заданому значенні α , або оцінити максимальне значення α , при якому система залишається стійкою. Для замкненої системи, яка розглядається як приклад, система стає нестійкою при $\alpha \geq 2,35$, але вже при $\alpha = 1,5$ якість системи (перехідна функція) значно погіршується, що слід враховувати при встановленні граничного значення періоду дискретизації.

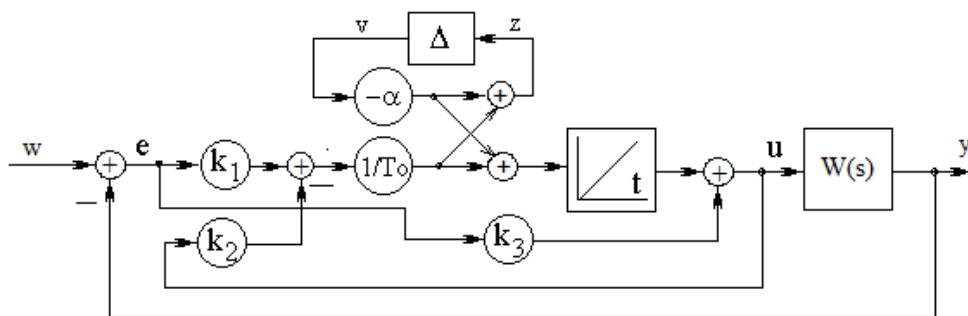


Рисунок 7 – Схема моделювання системи з регулятором. Блок ділення представлений $LFT_u(M, \Delta)$ -структурою.

Структура регулятора може бути складнішою і містити два і більше блоків ділення на T , (наприклад у ПДД-регуляторі з паралельною структурою). У такому випадку необхідно кожний блок ділення замінити на еквівалентну структуру (рис.6б), блоки Δ_{ai} об'єднуються у один багатомірний блок з діагональними елементами Δ_{ai} . Відносно цього блоку остання частина системи розглядається як багатомірна замкнена система. Очевидно, що для стійкості багатомірної системи також повинна виконуватись умова $\|G_{ij}(j\omega)\|_{\infty} < 1$, де $G_{ij}(j\omega)$ - передавальна функція від i -го виходу блока Δ_{ai} до j -го входу.

Висновки

Задачу аналізу впливу змінного періоду дискретизації на стійкість замкненої системи вдається звести до задачі оцінки робастної стійкості. Зміна періоду дискретизації веде до того, що змінюється власна динаміка регулятора, тобто змінюється його передавальна функція. Відхилення від номінальної передавальної функції регулятора представляється як адитивна похибка (невизначеність), яку можна розрахувати шляхом використання білінійного перетворення. З використанням критеріїв (4) - (7) перевіряється стійкість системи автоматичного управління.

Використання лінійного дрібового перетворення $LFT_u(M, \Delta)$ для представлення змінного періоду дискретизації дозволяє оцінювати стійкість замкненої систем при його певному збільшенні або розрахувати його допустиму величину при збереженні стійкості системи. У випадку, якщо структура регулятора містить два і більше блоків ділення на T , необхідно кожний з них представити структурою як на рис. 6б, і об'єднати блоки Δ_{ai} у один багатомірний блок з діагональними елементами Δ_{ai} . Відносно цього блоку остання частина системи розглядається як багатомірна замкнена система, для стійкості якої повинна виконуватись умова $\|G_{ij}(j\omega)\|_{\infty} < 1$.

Результати даного дослідження можна застосовувати для обґрунтування вимог до пропускну спроможності мережі, а також для визначення максимально допустимої затримки в передаванні інформації від датчиків до регулятора і від нього до виконуючого механізму в мережевих системах автоматичного управління.

Список використаної літератури

1. Артемьев В.М. Дискретные системы управления со случайным периодом квантования / В.М. Артемьев, А.В. Ивановский. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 96 с.:ил
2. Grobe M. Ein Ansatz zur Stabilitätsuntersuchung von Systemen mit nicht konstanter Abtastung [Электронный ресурс] / M. Grobe. - 2009. – 144. – Режим доступа: http://rzbl04.biblio.etc.tu-bs.de:8080/docportal/servlets/MCRFileNodeServlet/DocPortal_derivate_00008028/Druckversion_20091203.pdf
3. Walsh G.C. Stability Analysis of Networked Control Systems / G.C. Walsh, Y. Hong, L.G. Bushnell // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 2002. - 10(3):438–46.
4. Yook J.K. Trading Computation for Bandwidth: Reducing Communication in Distributed Control Systems Using State Estimators / J.K. Yook, M.Tilbury, N.R. Soparkar //IEEE Transactions on Control Systems Technology. - 10(4):503.
5. Zhang W. Stability of Networked Control Systems / W. Zhang, M.S. Branicky, S.M. Phillips // IEEE Control System Magazine. - 2001. - 21(1):84–99.
6. Seiler P. Analysis of Communication Losses in Vehicle Control Problems / P. Seiler, R. Sengupta // Proceedings of the American Control Conference. - 2001. - P. 1491–1496.

Надійшла до редакції:
30.04.2013

Рецензент:
д-р техн. наук, проф. Скобцов Ю.О.

А.В. Хорхордин, В.В. Червинский, Д.Г. Никитенко

ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

Исследование устойчивости систем автоматического управления с переменным периодом дискретности. Рассматривается возможность оценки устойчивости цифровой системы автоматического управления при случайном изменении частоты дискретизации путем использования теории робастных систем. Предложена методика экспериментального определения допустимого изменения периода дискретности при сохранении устойчивости замкнутой системы. Основой для учета изменяющегося периода дискретности является представление его в виде блока линейного дробного преобразования. В приведенном примере демонстрируется последовательность действий для оценки устойчивости цифровой системы с изменяющимся периодом дискретности

Ключевые слова: устойчивость системы, изменяющийся период дискретности, линейное дробное преобразование, робастная система.

A.W. Khorkhordin, V.V. Chervinsky, D.G. Nykytenko

Donetsk National Technical University

Research of Automatic Control Systems Stability with a Variable Sampling Period. Traditionally, the design of digital systems assumes the hypothesis that the sampling period is constant and does not change during the operation of the system. Modern technologies of automation systems' design are based on the use of developed telecommunications networks. In such networks, there are conflicts that lead to the fact that the controller receives the necessary information about the object at not equidistant discrete points of time, but with a time shift with respect to the sampling period selected for the system design. In recent years there appeared an opportunity to investigate the network control system stability with a random change in the sampling period using the robust system theory. Discrete period is considered as a parameter, which change leads to parametric uncertainty of the regulator transfer function.

In the article the mechanism of varying sampling period impact on the change of the regulator transfer function parameters is considered. The evaluation of sampling period change bounds is carried out on the basis of system model with parametric uncertainty while maintaining system stability.

Problem of analyzing the impact of changing sampling period on the system stability can be reduced to the problem of estimating the robust stability. Sampling period change leads to the fact that the dynamics of the controller changes, that is, its transfer function is changing. Deviation from the nominal controller transfer function is represented as an additive uncertainty, which can be calculated by using the bilinear transformation. According to well-known criteria robust stability of the system is verified.

The use of linear fractional transformation $LFT_u(M, \Delta)$ to represent varying sampling period allows to evaluate closed loop system stability with its known change or to estimate its allowable value while maintaining the system stability.

The results shown in this paper can be used to justify the requirements for network bandwidth, as well as to determine the maximum data deference transferred from sensors to the controller and from it to the actuator in network control system.

Keywords: system stability, changing sampling period, linear fractional transformation, robust system.