

УДК 621.4.025

**Б.Б. Кобылянский (канд. техн. наук, доц.)**

Учебно-научный профессионально-педагогический институт УИПА, г. Артемовск  
кафедра электроники и компьютерных технологий систем управления  
E-mail: [b.kobiliansky@yandex.ru](mailto:b.kobiliansky@yandex.ru)

## **ДВУХКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ МЕХАНИЗМАМИ ОБМОТОЧНЫХ МАШИН**

*Разработан метод синтеза робастного управления электроприводами механизмов обмоточных машин с учетом упругих элементов. Приведен пример динамических характеристик синтезированной системы.*

**Ключевые слова:** обмоточная машина, робастное управление, синтез систем управления.

### **Введение**

Качество процесса нанесения обмоточных лент в значительной степени определяется точностью поддержания технологических параметров на заданном уровне. Для поддержания скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты современные обмоточные машины оборудуются электромеханическими системами автоматического поддержания этих технологических параметров на заданном уровне. Обмоточная машина как объект управления натяжением обмоточной ленты и скоростью вращения приводного механизма является нестационарным объектом, параметры которого изменяются в широких пределах в процессе работы. Наиболее существенное изменение параметров обмоточной машины происходит по мере выработки обмоточной ленты с кружка в процессе обмотки кабелей. При этом изменяется момент инерции кружка с обмоточной лентой и радиус схода обмоточной ленты с кружка [1,2].

### **Постановка проблемы**

Методы синтеза систем управления, основанные на минимизации квадратичного критерия, называются задачами  $H^2$  - оптимизации. Однако, квадратичный критерий чувствителен к наличию неучтенных помех, возмущений, как со стороны внешних сигналов, так и параметрических возмущений самих объектов [3]. Поэтому в последнее десятилетие получили развитие методы минимизации  $H^\infty$  - нормы, которая, служит эффективным показателем реакции системы на различного типа воздействия при наличии неопределенностей в описании объекта управления [4]. Рассмотрим построение робастной системы управления для работы во всем диапазоне изменения радиусов размотки кружка с лентой.

### **Анализ последних достижений и публикаций**

В [1-3] выполнен синтез оптимальных регуляторов, наблюдателей и компенсаторов для трех радиусов размотки кружка с обмоточной лентой – начального, среднего и конечного. Естественно, что эти регуляторы, наблюдатели и компенсаторы имеют различные коэффициенты усиления для разных радиусов размотки. Попытка использования компенсаторов, рассчитанных для одного какого либо радиуса кружка ленты – например среднего, начального либо конечного для работы системы управления во всем диапазоне изменения радиусов размотки приводит на определенных радиусах размотки либо к излишнему затягиванию времени переходных процессов, либо к повышению колебательности вплоть до потери устойчивости [3].

### **Цель и задачи работы**

Целью статьи является синтез и исследование динамических характеристик робастной системы двухканального управления обмоточной машиной по каналам регулирования скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты.



редуктор с приводным механизмом (тихоходный вал);  $\beta_1, \beta_2$ -коэффициент внутреннего вязкого трения этих валов.

По сравнению с двумассовой системой новыми компонентами вектора состояния являются:  $F_{y1}, F_{y2}$ -силы упругости передаваемые быстроходными и тихоходными валами соответственно;  $V_d, V_p$  – скорости движения двигателя и редуктора;

Параметры обмоточной машины изменяются с течением времени. Наиболее сильно изменяется радиус кружка ленты  $R$  и момент инерции кружка с лентой  $I$  по мере выработки ленты в процессе обмотки. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать три варианта параметров обмоточной машины, соответствующие трем радиусам размотки - начальному  $r_n$ , среднему  $r_{cp}$  и конечному  $r_k$ .

### Метод решения

При управлении обмоточной машиной с помощью ЭВМ по исходной непрерывной модели обмоточной машины получим её дискретный аналог.

$$\bar{X}(k+1) = A_o \bar{X}(k) + B_o \bar{u}(k),$$

$$\text{где } A_o = e^{AT} = T + AT + \frac{A^2 T^2}{2!} + \dots + \frac{A^n T^n}{n!}$$

$$B_o = BT + B \frac{AT^2}{2!} + \dots + B \frac{A^{n-1} T^n}{n!}$$

$T$ -период дискретности работы ЭВМ.

Основное назначение системы управления обмоточной машиной заключается в поддержании скорости вращения приводного механизма  $\omega_n(k)$  и натяжения обмоточной ленты  $S(k)$  на заданных уровнях  $V_3$  и  $S_3$ .

Введем вектор выходных координат

$$\bar{y}(k) = C\bar{x}(k) + D\bar{u}(k),$$

компонентами которого являются

$$\bar{y}(k) = \{V(k), S(k)\}^T$$

и вектор задающих воздействий

$$\bar{y}_3(k) = \{V_3(k), S_3(k)\}^T.$$

Рассмотрим построение оптимального астатического дискретного регулятора для двумассовой системы. Введем вектор вспомогательных переменных цифрового астатического регулятора с уравнением состояния

$$\bar{z}(k+1) = \bar{z}(k) + \bar{y}_3(k) - \bar{y}(k)$$

где  $\bar{y}_3(k)$  и  $\bar{y}(k)$  - вектора заданных и фактических скоростей двигателя  $V_d(k)$  и натяжения  $S(k)$ . Рассмотрим расширенную систему, включающую исходную систему и вектор вспомогательных переменных. В блочном виде уравнение примет следующий вид:

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\bar{u}(k) + \tilde{B}_3\bar{y}_3(k)$$

компонентами вектора состояния  $\tilde{x}(k)$  расширенной системы являются вектор состояния исходной системы  $\bar{x}(k)$  и вспомогательный вектор  $\bar{z}(k)$  так, что  $\tilde{x}(k) = \{\bar{x}^T(k), \bar{z}^T(k)\}^T$ . Тогда матрица состояния  $\tilde{A}$ , управления  $\tilde{B}$  и управления  $\tilde{B}_3$  по вектору задания  $\bar{y}_3(k)$  расширенной системы примут следующий вид:

$$\tilde{A} = \begin{Bmatrix} A & \\ -C & I \end{Bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{Bmatrix} B \\ -D \end{Bmatrix}, \quad \tilde{B}_3 = \begin{Bmatrix} \\ \\ I \end{Bmatrix}.$$

### Синтез цифрового робастного регулятора

Синтезируем робастный регулятор для рассматриваемой расширенной системы. Решение задачи дискретной  $H^\infty$  оптимизации первоначально было получено в частотной

области и связано с операциями факторизации соответствующих матриц передаточных функций. Физический смысл критерия  $H^\infty$  есть энергия выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. Для системы с одним входом и одним выходом -  $H^\infty$  норма представляет максимальное значение амплитудно – частотной характеристики системы по всему частотному диапазону [5].

Рассмотрим исходный дискретный объект управления, заданный матрицей передаточных функций  $P(z)$ , связывающей вектора внешних воздействий  $\vec{w}$  и управляющих воздействий  $\vec{u}$  с векторами контролируемых параметров  $\vec{z}$  и измеряемых переменных  $\vec{y}$  соотношением

$$\begin{bmatrix} \vec{z} \\ \vec{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{w} \\ \vec{u} \end{bmatrix},$$

в котором  $P_{ij}(z)$  - блоки матрицы  $P(z)$ .

Тогда матрица передаточных функций  $G_{zw}(P(z), K(z))$ , связывающая вектор внешних воздействий  $\vec{w}(k)$  с вектором контролируемых параметров  $\vec{z}(k)$  в системе, замкнутой робастным регулятором с матрицей передаточных функций  $K(z)$  может быть записана в следующем виде

$$G_{zw}(P(z), K(z)) = P_{11}(z) + P_{12}(z) K(z) \times (I + P_{22}(z) K(z))^{-1} P_{21}(z).$$

Задача синтеза цифрового робастного регулятора формулируется как задача определения матрицы передаточной функции регулятора  $K(z)$ , обеспечивающая нижнюю грань максимального собственного значения матрицы замкнутой системы  $G_{zw}(P(z), K(z))$  так, что

$$\|G(z)\|_\infty = \sup_{\theta \in [0, 2\pi]} \sigma_{\max}(G(e^{j\theta})).$$

Эта задача решается итеративно заданием уровня толерантности робастного регулятора  $\gamma$  и решением задачи нахождения такого регулятора  $K(z)$ , который обеспечивает выполнение следующего неравенства

$$\|G_{zw}(P(z), K(z))\|_\infty < \gamma.$$

В настоящее время наиболее широкое распространение получило решение задачи цифрового робастного управления во временной области [6-8]. Рассмотрим решение задачи во временной области. Запишем для исходной дискретной системы разностное уравнение состояния, вектор контролируемых параметров  $\vec{z}(k)$  и вектор измеряемых переменных  $\vec{y}(k)$  в стандартной форме, принятой в  $H^\infty$  теории [4].

$$\begin{aligned} \vec{x}(k+1) &= A\vec{x}(k) + B_1\vec{w}_1(k) + B_2\vec{u}(k) \\ \vec{z}(k) &= C_1\vec{x}(k) + D_{11}\vec{w}_1(k) + D_{12}\vec{u}(k) \\ \vec{y}(k) &= C_2\vec{x}(k) + D_{21}\vec{w}_1(k) + D_{22}\vec{u}(k) \end{aligned}$$

Для нахождения цифрового робастного регулятора необходимо решить уравнение Риккати по управлению

$$X = \bar{C}^T \bar{J} \bar{C} + A^T X A - \bar{L}^T R^{-1} \bar{L}$$

где

$$\bar{R} = \bar{D}^T \bar{J} \bar{D} + B^T X B, \quad \bar{L} = \bar{D}^T \bar{J} \bar{C} + B^T X A$$

Здесь

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ I_l & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{J} = \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I_l \end{bmatrix}$$

Для нахождения цифрового робастного наблюдателя необходимо решить уравнение Риккати по наблюдению

$$Z_q = \widehat{B}\widehat{J}\widehat{B}^T + \widehat{A}Z\widehat{A}^T - \widehat{L}\widehat{R}^{-1}\widehat{L}^T$$

где

$$\widehat{R} = \widehat{D}\widehat{J}\widehat{D}^T + \widehat{C}Z\widehat{C}^T, \quad \widehat{L} = \widehat{B}\widehat{J}\widehat{D}^T + \widehat{A}Z\widehat{C}^T,$$

$$\widehat{J} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I_m \end{bmatrix},$$

В этих выражениях  $\widehat{A}$ ,  $\widehat{B}$ ,  $\widehat{C}$ ,  $\widehat{D}$  цифровая реализация наблюдателя примет следующий вид

$$\left[ \begin{array}{c|c} \widehat{A} & \widehat{B} \\ \hline \widehat{C} & \widehat{D} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c|c} A + B_1 R_d^{-1} L_d & B_1 V_{21}^{-1} & 0 \\ \hline V_{12} R_3^{-1} (\widehat{L}_2 - \widehat{R}_2 R_2^{-1} L_d) & V_{12} \widehat{R}_3^{-1} V_{21}^{-1} & I \\ \hline C_2 - D_{21} R_d^{-1} L_d & D_{21} V_{21}^{-1} & 0 \end{array} \right],$$

где

$$R_d = \widehat{R}_1 - \widehat{R}_2^T \widehat{R}_3^{-1} \widehat{R}_2, \quad L_d = \widehat{L}_1 - \widehat{R}_2^T \widehat{R}_3^{-1} \widehat{L}_2$$

$$V_{12}^T V_{12} = \widehat{R}_3, \quad V_{21}^T V_{21} = -\gamma^{-2} (\widehat{R}_1 - \widehat{R}_2^T \widehat{R}_3^{-1} \widehat{R}_2)$$

Тогда цифровой робастный регулятор и цифровой робастный наблюдатель представляет собой цифровой робастный компенсатор, входом которого является измеряемый вектор исходной системы  $\vec{y}(k)$ , а выходом является вектор управления исходной системы  $\vec{u}(k)$ . Робастный компенсатор с матрицами  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$ ,  $D_p$  описывается следующим уравнением состояния

$$\vec{x}_p(k+1) = A_p \vec{x}_p(k) + B_p \vec{y}(k),$$

$$\vec{u}(k) = C_p \vec{x}_p(k) + D_p \vec{y}(k)$$

где

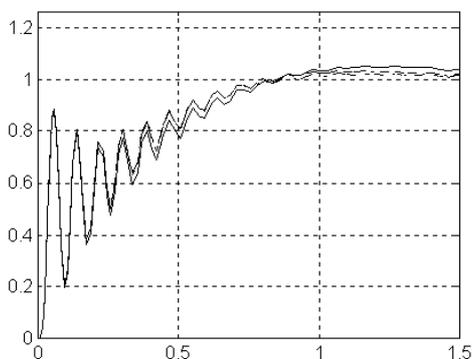
$$A_p = \widehat{A} - B_2 V_{12}^{-1} \widehat{C}_1 + B_2 V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1} \widehat{C}_2 - \widehat{L}_2 \widehat{R}_3^{-1} \widehat{C}_2$$

$$B_p = -B_2 V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1} + \widehat{L}_2 \widehat{R}_3^{-1},$$

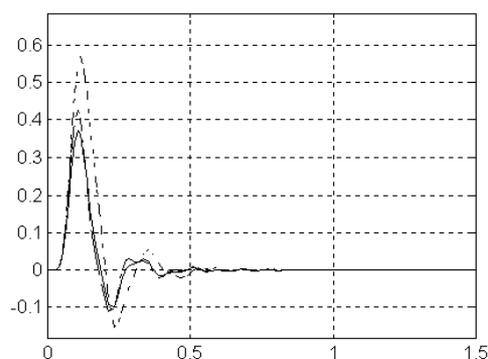
$$C_p = -V_{12}^{-1} \widehat{C}_1 + V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1} \widehat{C}_2, \quad D_p = -V_{12}^{-1} \widehat{R}_2 \widehat{R}_3^{-1}$$

здесь  $\widehat{R}_1$ ,  $\widehat{R}_2$ ,  $\widehat{R}_3$  и  $\widehat{L}_1$ ,  $\widehat{L}_2$  определяются следующими выражениями

$$\widehat{R} = \begin{bmatrix} \widehat{R}_1 & \widehat{R}_2 \\ \widehat{R}_2^T & \widehat{R}_3 \end{bmatrix}, \quad \widehat{L} = [\widehat{L}_1 \quad \widehat{L}_2]$$



а)



б)

Рисунок 1 – Переходные процессы: а) скорости вращения приводного механизма; б) натяжения обмоточной ленты в робастной трехмассовой дискретной системе бронеобмотчика ВА2 – 2/700 по заданию на робастный регулятор скорости

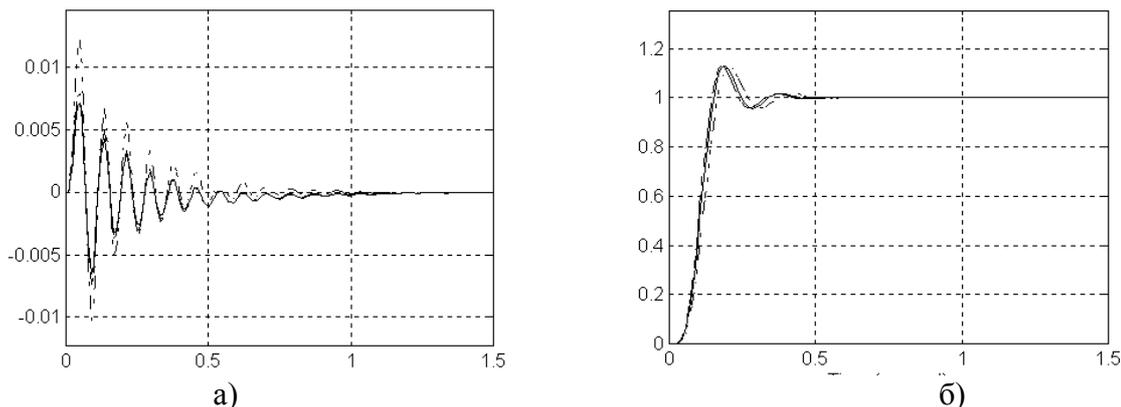


Рисунок 2 – Переходные процессы: а) скорости вращения приводного механизма; б) натяжения обмоточной ленты в робастной трехмассовой дискретной системе бронеобмотчика ВА2 – 2/700 по заданию на робастный регулятор натяжения

### Результаты моделирования

В качестве примера на рис. 1. показаны переходные процессы: скорости вращения приводного механизма (рис. 1а) и натяжения обмоточной ленты в робастной трехмассовой дискретной системе бронеобмотчика ВА2 – 2/700 по заданию на робастный регулятор скорости (рис. 1б) для трех радиусов размотки кружка ленты. На рис. 2. показаны переходные процессы: скорости вращения приводного механизма (рис. 2а) и натяжения обмоточной ленты в робастной трехмассовой дискретной системе бронеобмотчика ВА2 – 2/700 по заданию на робастный регулятор натяжения (рис. 2б) для трех радиусов размотки кружка ленты. Как видно из этих рисунков, в системе имеется астатизм по каналам регулирования скорости приводного механизма и натяжения обмоточной ленты, как по задающему, так и по возмущающему воздействию. Влияние перекрестных задающих воздействий проявляется только в переходных режимах, а в установившихся режимах выходные координаты равны задающим воздействиям. Переходные процессы скорости вращения приводного механизма сильно колебательные, что обусловлено наличием упругих элементов в трансмиссии приводного механизма.

### Выводы из проведенного исследования, перспективы этого направления

Разработана математическая модель обмоточной машины как трехмассовой электромеханической системы приводного механизма. Синтезированы цифровые астатические законы робастного управления скоростью вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты. Приведен пример синтеза робастного управления для трехмассовой модели бронеобмотчика ВА2 – 2/700.

### Список использованной литературы

1. Кузнецов Б.И. Проектирование взаимосвязанных систем управления / Б.И. Кузнецов, Б.В. Новоселов, А.А. Чаусов. – К.: Техника, 1994. - 232с.
2. Кузнецов Б.И. Проектирование систем со сложными кинематическими цепями / Б.И. Кузнецов, Б.В. Новоселов, И.Н. Богаенко. – Киев: Техника, 1996. – 282 с.
3. Кузнецов Б.И. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями / Б.И. Кузнецов, Т.Б. Никитина, В.В. Коломиец. – Харьков: УИПА, 2005. – 511 с.
4. Khargonekar P.  $H^\infty$  optimal control with state feedback / P. Khargonekar, I. Petersen, M. Rotea // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1988. - AC – 33. – P. 783 – 786.
5. State – space solutions to standard  $H^2$  and  $H^\infty$  control problems / J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, B. Francis // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1989. – AC – 34. no 8. – P. 831 – 847.

6. Doyle J.C. Synthesis of Robust Controllers and Filters / J. C. Doyle // Proc. IEEE Conf. On Decision and Control, (December 14 – 16, 1983). - San Antonio, TX, 1983.
7. Safonov M.G. “ $H^\infty$  Control Synthesis for a Large Space Structure” / M.G. Safonov, R.Y. Chiang, H. Flashner // AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics. – 1991. - 14, 3. - P. 513 – 520.
8. Stein G. Tutorial Workshop on  $H^\infty$  Control Theory. Lecture Notes / G. Stein. - Los Angeles, CA, 1987.

Надійшла до редакції:  
22.02.2013

Рецензент:  
д-р техн. наук, проф. Ковальов Є.Б.

**Б.Б. Кобилянський**

**Навчально-науковий професійно-педагогічний інститут УІПА**

*Двоканальна система робастного керування механізмами обмотувальних машин. Розроблено метод синтезу робастного керування електроприводами механізмів обмотувальних машин з урахуванням пружних елементів. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої системи.*

**Ключові слова:** обмотувальна машина, робастне керування, синтез систем управління.

**B.B. Kobilyanskiy**

**Educational and Scientific Professional Pedagogical Institute UEPA**

*Dual System of Winding Machines Mechanisms Robust Control. We developed a method of winding machine electric drive robust control synthesis taking into account resilient members. An example of synthesized system's dynamic characteristics is provided. The quality of the coating process of winding strips greatly determined by accuracy of process parameters to maintain a certain level. To maintain the speed of rotation of the driving mechanism and tension of winding tape wrapping machines are equipped with modern electromechanical systems of automatic maintenance of process parameters at a given level. Wrapping machine as an object of tension control winding tape and speed of rotation of the drive mechanism is a non-stationary object, the parameters of which vary widely in the process. The most significant change in the parameters of winding machine is in process of development winding ribbon with a mug in the winding cables. This changes the inertia moment a circle with a radius of winding tape and tape winding descent circle of. Currently, the most widespread solution to the problem of digital robust control in the time domain. Considered the problem in the time domain. Written for the original discrete system of differential equation of state, the vector control parameters and the vector of the measured variables in the standard form used in the theory. To find a robust digital controller solved Riccati management. To find the digital robust observer Riccati equations were solved by observation. Robust digital control and digital robust observer is a robust digital compensator, which is measured by the input vector of the original system, and the output is the control vector of the original system. Robust compensator matrices described by the equation of state. In this article was developed a mathematical model of winding machines as trehmassovoy electromechanical system drive mechanism. Synthesized digital astatic laws robust speed control actuator and tension winding tape. An example of the synthesis of robust control for trehmassovoy model broneobmotchika. The system has astatism via variable speed drive mechanism and tension winding tape, both are set, and in the disturbances. Effect of cross-reference variable is shown only in transient conditions, and in the steady state output coordinates are equal to the setpoint. Transients speed actuator highly oscillatory, due to the presence of elastic elements in the transmission of the drive mechanism.*

**Keywords:** winding machine, robust control, control systems synthesis.