УДК 519.63 (075.8)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ВЫХОДНОЙ ЦЕПИ УПРАВЛЯЕМОГО ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ С КОМПЛЕКСНОЙ НАГРУЗКОЙ.

Герасименко Е.Ю.; Герасименко Р.Ю.; Голованов А.А.
(Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Россия)

Управляемое электрохимическое сопротивление (УЭХС) представляет собой цилиндрический проводник (подложку) длиною l прямоугольного сечения $a \times r$, изготовленный из стеклографита. Если на боковую поверхность УЭХС наносить электрохимическим способом тонкий слой металла, то сечение слоеного проводника будет увеличиваться, а его сопротивление уменьшаться. Зависимость выходного сопротивления УЭХС от тока в цепи управления определяется формулой

$$R(t) = \frac{\rho_0 \rho_m l}{\rho_0 \dfrac{k\int\limits_0^t I_y(t)dt}{\gamma_m l} + \rho_m ar},$$

где $I_y(t)$ - ток управления,

ρ_0 - удельное сопротивление подложки,

ρ_m - удельное сопротивление осаждаемого металла,

k - электрохимический эквивалент осаждаемого металла,

γ_m - объемная плотность осаждаемого металла.

Требуется рассчитать переходной процесс в выходной цепи УЭХС с комплексной нагрузкой $R_0 - L_0 - C_0$ (рис. 1) при включении на постоянную э.д.с. E_0.

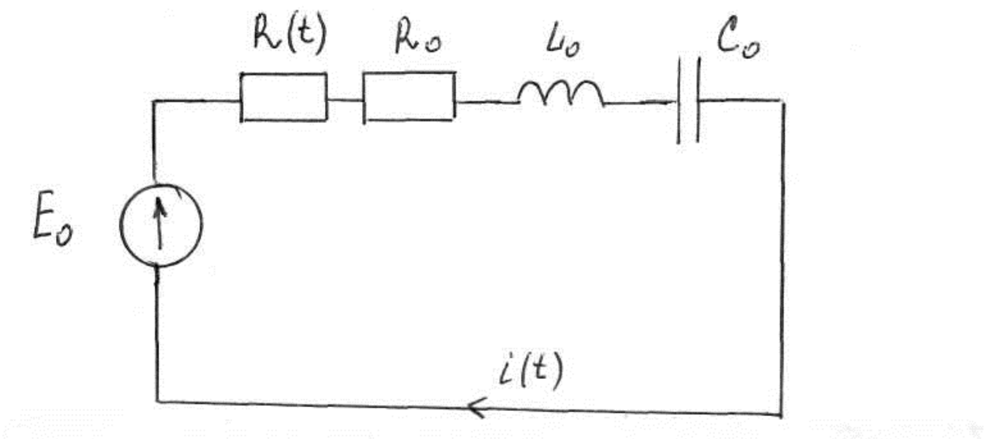

Рисунок 1 - Включение $R(t)$ с комплексной нагрузкой

Второй закон Кирхгофа для приведенной на рис. 1 схемы имеет вид

$$i(t)R(t) + i(t)R_0 + L_0 \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_0}\int\limits_0^t i(t)dt = E_0. \qquad (1)$$

Для получения дифференциального уравнения относительно $i(t)$ продифференцируем (1) по t.

$$\frac{di(t)}{dt}R(t)+i(t)\frac{dR(t)}{dt}+R_0\frac{di(t)}{dt}+L_0\frac{d^2i(t)}{dt^2}+\frac{1}{C_0}i(t)=0. \qquad (2)$$

Уравнение (2)после преобразований приобретает вид

$$L_0\frac{d^2i(t)}{dt^2}+(R_0+R(t))\frac{di(t)}{dt}+(\frac{1}{C_0}+\frac{dR(t)}{dt})i(t)=0. \qquad (3)$$

Получим начальные условия для дифференциального уравнения (3)

По законам коммутации для схемы на рис. 1 можно записать

$$i(0-0)=i(0+0)=0\,, \qquad (4)$$

$$u_{C_0}(0-0)=u_{C_0}(0+0)=0. \qquad (5)$$

Из (4) следует, что

$$i(0)=0\,. \qquad (6)$$

С помощью (4) и (5) для начального момента $t=0+0$ из (1) можно получить $L_0\frac{di(0)}{dt}=E_0$, откуда имеем

$$\frac{di(0)}{dt}=\frac{E_0}{L_0}\,. \qquad (7)$$

Дифференциальное уравнение (3) – уравнение второго порядка с переменными коэффициентами. Поэтому в общем случае оно аналитически не разрешимо. Для решения задачи Коши (3), (6), (7) используем численный метод Эйлера. Введем в рассмотрение функции

$$x^{(1)}(t)=i(t)\,,\; x^{(2)}(t)=\frac{di(t)}{dt}=\frac{dx^{(1)}}{dt}\,.$$

С учетом введенных функций задача Коши (3), (6), (7)сводится к задаче Коши для системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx^{(1)}(t)}{dt}=x^{(2)}(t) \\ \dfrac{dx^{(2)}(t)}{dt}=-(\dfrac{1}{L_0C_0}+\dfrac{1}{L_0}\dfrac{dR(t)}{dt})x^{(1)}(t)-(\dfrac{R(t)}{L_0}+\dfrac{R_0}{L_0})x^{(2)}(t) \end{cases} \qquad (8)$$

с начальными условиями

$$x^{(1)}(0)=0\,, \qquad (9)$$

$$x^{(2)}(0)=\frac{E_0}{L_0}\,. \qquad (10)$$

Введем в рассмотрение следующие векторы:

$$\overline{X}(t) = \begin{pmatrix} x^{(1)}(t) \\ x^{(2)}(t) \end{pmatrix},\ \overline{F}(x^{(1)}(t); x^{(2)}(t); t) = \begin{pmatrix} f_1(x^{(1)}(t); x^{(2)}(t); t) \\ f_2(x^{(1)}(t); x^{(2)}(t); t) \end{pmatrix},\ \overline{X}(0) = \begin{pmatrix} x^{(1)}(0) \\ x^{(2)}(0) \end{pmatrix},$$

где

$$f_1(x^{(1)}(t); x^{(2)}(t); t) = x^{(2)}(t)$$

$$f_2(x^{(1)}(t); x^{(2)}(t); t) = -\left(\frac{1}{L_0 C_0} + \frac{1}{L_0}\frac{dR(t)}{dt}\right)x^{(1)}(t) - \left(\frac{R(t)}{L_0} + \frac{R_0}{L_0}\right)x^{(2)}(t).$$

Введенные векторы позволяют задачу (8)-(10) записать в векторной форме:

$$\frac{d\,\overline{x}(t)}{dt} = \overline{F}(x^{(1)}(t); x^{(2)}(t); t) \tag{11}$$

с начальным условием

$$\overline{X}(0) = \begin{pmatrix} x^{(1)}(0) \\ x^{(2)}(0) \end{pmatrix}. \tag{12}$$

Задачу Коши (11), (12) будем решать методом Эйлера в векторной форме [1]

$$\overline{X}_{j+1} = \overline{X}_j + h\overline{F}(X_j^{(1)}; X_j^{(2)}(t); t_j), \tag{13}$$

$$\text{где } \overline{X}_0 = \overline{X}(0), \tag{14}$$

$$h = \frac{t_{\max}}{n}.$$

Векторному итерационному процессу (13), (14) соответствуют два скалярных процесса

$$\begin{cases} x_{j+1}^{(1)} = x_j^{(1)} + hf_1(x_j^{(1)}; x_j^{(2)}; t_j) \\ x_{j+1}^{(2)} = x_j^{(2)} + hf_2(x_j^{(1)}; x_j^{(2)}; t_j) \end{cases} \tag{15}$$

при начальных условиях

$$x_0^{(1)} = 0, \tag{16}$$

$$x_0^{(2)} = \frac{E_0}{L_0}. \tag{17}$$

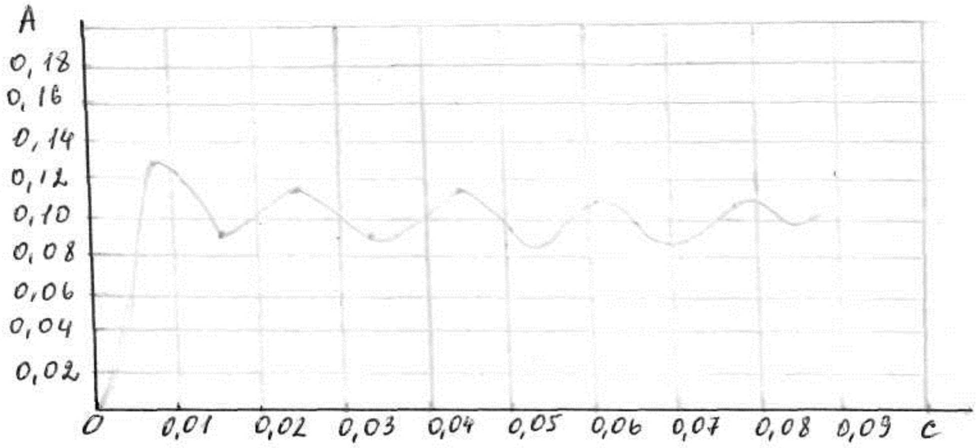

Рисунок 2 - График эквивалентности $i(t)$

При $C_0 = 10^{-2}$ Ф, $R_0 = 10$ Ом, $L_0 = 10^{-2}$ Гн $I_y(t) = I_0 = 0{,}010$ А, $E_0 = 1$ В была рассчитана зависимость тока $i(t)$ (рис. 2) в схеме, представленной на рис. 1.

Перечень ссылок

1.Герасименко Е.Ю., Скакунова Т.П., Герасименко Р.Ю. Математическое моделирование переходного процесса в выходной цепи УЭХС. Вестник ДГТУ, 2012 г, №3, г. Ростов-на-Дону.