Лєсіна М. Ю.,
доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри вищої математики ім. В. В. Пака,
Зіновьева Я. В.,
асистент вищої математики ім. В. В. Пака,
Донецький національний технічний університет.
(м. Донецьк, Україна)

РЕДУКЦИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ К УРАВНЕНИЮ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ПОСТРОЕНИЕ НОВОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ДВУХ ГИРОСКОПОВ ЛАГРАНЖА

Постановки задачи о движении двух связанных тел, ориентированные на цели и методы аналитической динамики, даны в монографии [1]. Там же предложено шесть форм уравнений движения рассматриваемой задачи, найдены девять случаев интегрируемости. В работе [2] предложена седьмая форма уравнений движения и найдено новое точное решение на основе уравнения Абеля.

Четвертая форма уравнений движения, представляющая два линейных неоднородных уравнения второго порядка

$$\lambda' - \mu\xi\,\mathrm{ctg}^2\tau = \Lambda(\xi,\tau), \qquad \mu' + \lambda\xi\,\mathrm{tg}^2\tau = M(\xi,\tau), \tag{1}$$

где

$$\Lambda(\xi,\tau) = \{(A+N)n_0 - (A_0+N)n - [(A+N)n_0 + (A_0+N)n]\xi\}\frac{\cos\tau}{H},$$

$$\mathrm{M}(\xi,\tau) = \{(A-N)n_0 + (A_0-N)n - [(A-N)n_0 - (A_0-N)n]\xi\}\frac{\sin\tau}{H}$$

(штрихом обозначено дифференцирование по τ, $\tau=\theta/2$), редуцирована к одному неоднородному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами

$$\lambda'' + [2(\mathrm{tg}\,\tau + \mathrm{ctg}\,\tau) - \xi'/\xi]\lambda' + \xi^2\lambda = f(\tau,\xi,\xi') \tag{2}$$

где

$$f(\tau,\xi,\xi') = \mathrm{M}(\tau,\xi)\xi\,\mathrm{ctg}^2\tau + \Lambda(\tau,\xi)[2(\mathrm{tg}\,\tau + \mathrm{ctg}\,\tau) - \xi'/\xi] + \Lambda'(\tau,\xi).$$

Как показано в работе [3], линейное уравнение

$$y^{(n)}(x) + p_1(x)y^{(n-1)}(x) + \ldots + p_n(x)y(x) = 0 \tag{3}$$

иногда можно свести к уравнению с постоянными коэффициентами с помощью замены

$$w = \int \sqrt[n]{p_n(x)}\,dx. \tag{4}$$

Для уравнения (2) замена (4) принимает вид $w(\tau) = \int \xi(\tau)\,d\tau$.

Задавая ξ в виде $\xi(\tau) = \dfrac{\mathrm{tg}\,\tau + \mathrm{ctg}\,\tau}{c}$, получаем уравнение с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2\lambda}{dw^2} + 2c\frac{d\lambda}{dw} + \lambda = 0. \tag{5}$$

Для этого уравнения найдены три различных решения:

$c^2=1$ — решение, указанное в монографии [1], при $c^2>1$ и $c^2<1$ указаны два новых решения рассматриваемой задачи.

Литература.

1. *Лесина М.Е. Точные решения двух новых задач аналитической динамики систем сочлененных тел. Донецк: ДонГТУ,1996.-238 с.*
2. *Лесина М.Е. ,Зиновьева Я.В. Новое точное решение задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, сочлененных упругим сферическим шарниром // Механика твердого тела.2006. Вып.36. С.41-50.*
3. *Еругин Н.П. Приводимые системы. Труды математического института им. В.А. Стеклова, т.XIII, 1946. -96 с.*