УДК 519.216; 510.2

АСПЕКТЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Гарматенко А.М., ассистент; Дегтяренко И.В., доц., к.т.н.
(ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, Украина)

Актуальность

Доклад посвящен описанию возможности построения ARFIMA моделей для фрактальных процессов. Доказана возможность использования таких моделей в задачах прогнозирования.

Вступление

Фракталы – уникальные объекты, порожденные непредстказуемыми движениями окражуещего нас хаотического мира. Фракталы находят все большее применение в науке. Основная причина этого заключается в том, что они «описывают» реальный мир лучше, чем традиционная физика или математика. К таким объектам относятся корневая структура растений, извилистое течение рек, береговая линия Великобритании и т.д [1].

Понятие фрактал было введено Бенуа Мандельбротом в 1975 году. Согласно его определению «фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому» [1]. Иными словами, если смотреть на отдельный элемент фрактала, то виден фрактал целиком. Соответственно одним из главных свойств фракталов является самоподобие. Именно это свойство описывает повторение поведения таких объектов в больших и малых масштабах приближения. Это значит, что можно предугадать поведение фрактальных процессов с определенной долей вероятности. Т.е. для таких процессов характерно наличие памяти [1,2]. Это свойство обосновывает возможность построения прогностических моделей, что является ключевой задачей при описании фрактальных процессов.

Основная часть

Одна из важнейших целей анализа временных рядов – прогнозирование. Перечислим основные параметры, влияющие на этот процесс [3]:

- исходные данные для прогноза;
- модель, описывающая данные;
- горизонт прогноза (краткосрочный или долговременный);
- характер прогноза (точечный, интервальный или плотностной);

Варьируя указанными параметрами, можно сделать задачу получения прогноза сколь угодносложной. В связи с этим неизбежно приходится делать различные упрощающие предположения.

Задача прогнозирования фрактального процесса сводится к задаче прогнозирования дискретного временного ряда, который описывает этот процесс. В силу того, что мы имеем дело с реализациями конечной длинны, точность полученого прогноза всегда имеет конечный верхний предел. С точки зрения общей теории прогнозирования [4] временной ряд конечной длины можно представить в виде:

$$Y(t) = T(t) + S(t) + C(t) + \varepsilon, \tag{1}$$

где $T(t)$ — тренд, который представляет собой плавно изменяющуюся составляющую;

$S(t)$ — сезонная составляющая, которая отражает регулярную повторяемость процессов во времени (в течение года, недели, суток и др.);

$C(t)$ — циклическая составляющая, описывающая нерегулярные подъемы и спады с различной периодичностью и интенсивностью;

$\varepsilon(t)$ — случайная составляющая.

Четкое разделение процесса $Y(t)$ на компоненты является сложнорешаемой задачей, поэтому зачастую прибегают к некоторым упрощениям. В зависимости от типа задачи прогнозирования, отдельные компоненты временного ряда (1) могут быть как информативными, так и не являтся таковыми. Сезонную составляющую *S(t)* следует использовать для задач долгосрочного прогнозирования. Применительно к задачам краткосрочного прогнозирования основная проблема сводится к оценке тенденции и случайной состваляющей [4]. Таким образом, реализация $Y(t)$ содержит минимум две компоненты: детерминированную составляющую $T(t)$ (тренд) и стохастическую $e(t)$ с некоторыми вероятностными свойствами, т.е.

$$y(t) = T(t) + e(t). \qquad (2)$$

Задача прогнозирования состоит в том, чтобы предсказать значение случайной переменной $Y(t)$, которая генерируется неизвестным процессом. Одним из наиболее эффективных подходов к описанию процессов с долговременной памятью является метод построения авторегрессионной фрактально-интегрируемой модели скользящего среднего – ARFIMA [5]. Модель ARFIMA(p,d,q) процессов может быть представлена в виде [5]:

$$\Psi(L)(1-L)^{d} x_t = \Theta(L)\varepsilon_t, \qquad (3)$$

где

$$\Psi(L) = 1-\psi_1 L - ... - \psi_p L^{p};\ \Theta(L) = 1-\theta_1 L - ... - \theta_q L^{q};$$
$$(1-L)^{d} = 1 - dL - \frac{d(1-d)}{2!}L^2 - \frac{d(1-d)(2-d)}{3!}L^3 - ... =$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{G(k-d)}{G(-d)G(k+1)} L^k;$$

L - оператор обратного сдвига, определяемый как $L^j x_t = x_{t-j}$; ψ_i – коэффициенты модели авторегрессии; d – параметр фрактальной интегрируемости; p – порядок авторегрессионной модели; q – порядок модели скользящего среднего; θ_i – коэффициенты модели скользящего среднего; ε_t - белый шум; $G(.)$ - гамма-функция.

Оперируя математической моделью можно получать необходимую нам информацию о состоянии фрактального процесса. Данный подход полученния информации можно использовать для решения многих задач, например, в системах интелектуального принятия решений для оценки безопасности ведения работ на производстве.

Выводы

Рассмотренны вопросы прогнозирования фрактальных процессов. Поставленна задача построения прогностической модели фрактального процесса.

Описана общая концепция построения ARFIMA модели.

Даны рекомендации по практическому применению методики построения прогностических моделей фрактальных процессов.

Перечень ссылок

1. Федер Е. Фракталы / Е.Федер. - пер. с англ. Ю.А. Данилова, А. Щукуров. – М.: Мир, 1991. – 254 с.

2. Шелухин О.И. Самоподобие и фракталы. Телекоммуникационные приложения. / О.И. Шелухин, А.В. Осин, С.М. Смольский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 208.- 368 с.

3. Циплаков А. Введение в прогнозирование в классических моделях временных рядов / А. Циплаков. - Новосибирск, 2006. - 19 с.

4. Enders W. Applied Econometric Time Series / W. Enders. - John Wiley & Sons, 1995.

5. Дегтяренко І.В., Гарматенко О.М. Прогностична модель послідовностей імпульсів акустичної емісії вугільних пластів // Моделювання та інформаційні технології – Київ: Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова, 2013. – С. 111-118.