

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦЕНОВОЙ  
КОНКУРЕНЦИИ МОНОПОЛИЙ

**Петренко А.Д., Петренко Е.А.**

*Донецкий национальный технический университет  
Донецкий институт железнодорожного транспорта*

*Запропоновано математичну модель міжгалузевої конкуренції монополій. Встановлено, що цінові диспропорції між ними можуть бути усунені тільки при умові зовнішнього регулювання з боку держави.*

***Постановка проблемы и ее связь с научными или практическими задачами.***

Выполняя свою непосредственную функцию – перевозки, железные дороги Украины, как системообразующая отрасль, должны поддерживать структурное равновесие национальной экономики. При этом наиболее сильное воздействие на экономику оказывают цены (тарифы) на железнодорожные перевозки. Железнодорожный транспортный тариф – это цена перевозки грузов или пассажиров, которая устанавливается на основе себестоимости перевозок, соотношения спроса и предложения с учетом цен на перевозки другими видами транспорта, а также другими способами.

Цена – это главный инструмент рыночных отношений. При переходе экономики Украины к новым условиям хозяйствования предполагалось, что ценообразование будет достигаться путем свободного торга между продавцом и покупателем и либерализация цен сама по себе установит их оптимальные пропорции («невидимая рука» [1]). В действительности же на начальном этапе реформ все пошло прямо противоположным образом – цены стали стремительно расти и так и не стали равновесными, а диспропорции между ними инициировали непрерывное раскручивание инфляционной спирали.

Как монополия и, если не будут препятствовать государственные органы, на своем сегменте транспортного рынка железные дороги в принципе могут установить на перевозки сколь угодно высокие цены. Вследствие низкой эластичности спроса на эти услуги и конечности числа потребителей прибыль монополиста растет практически пропорционально величине тарифов [2].

Стремление сделать железнодорожные перевозки более рентабельными требует повышения их стоимости, и в качестве основного аргумента здесь приводится рост цен на основные виды продукции, потребляемые отраслью. В свою очередь стоимость перевозки грузов по железной дороге непосредственно влияет на уровень доходов собственников этих предприятий, а, значит, на их прямые интересы: в продукции

пользующихся услугами железных дорог отраслей растут транспортные составляющие в себестоимости  $a$ , следовательно, и цены на нее. Тем самым возрастают и издержки в железнодорожной отрасли, и становится ясным, что ее прибыль не будет расти пропорционально тарифам.

В равной степени возможна и обратная ситуация, когда повышение цен на используемые железными дорогами материальные ресурсы вынуждает их повышать тарифы на перевозки.

Таким образом, железнодорожная отрасль Украины находится в состоянии постоянной «ценовой войны» с другими промышленными монополиями и рост цен и тарифов в них оказывает существенное влияние на ускорение инфляционных процессов в стране.

**Целью** настоящей работы является разработка математической модели межотраслевой ценовой конкуренции монополий и на этой основе установление возможных механизмов ее ослабления.

Качественный анализ характера этих взаимоотношений может быть выполнен на основе модели взаимодействия двух агентов. Один из них представляет железнодорожную отрасль, а второй – множество обеспечивающих ее поставщиков, которых можно объединить в единое целое простым суммированием стоимости их товаров. Поэтому экономические отношения между железнодорожной отраслью и промышленностью будем рассматривать как соперничество двух монополий.

В процессе своей деятельности обе конкурирующие стороны существенно зависят друг от друга и предпринимают действия, направленные на достижение собственной максимальной выгоды в том числе и за счет другой. Если эти действия связаны с повышением цен на производимую продукцию, то в результате между ними возникает состояние, которое можно обозначить как ценовую войну.

В экономических отношениях железнодорожную отрасль и обеспечивающих ее экономических агентов (поставщиков) можно считать равноправными партнерами, и для определенности индексом «1» будем обозначать поставщиков и «2» - железнодорожную отрасль.

Через  $P_1(p)$  и  $P_2(p)$  обозначим объемы прибылей, получаемые каждой из сторон от реализации своей продукции при некоторых установившихся ценах  $p$ . Будем считать, что с изменением цен прибыль каждой стороны изменяется в зависимости от трех факторов: цены на свою продукцию, цены на продукцию противоположной стороны и характера взаимодействия между сторонами. В свою очередь, доход экономического агента можно считать пропорциональным ценам на продукцию и тем самым – изменение прибылей зависящими от самых прибылей. Таким образом, темпы прироста и уменьшения прибылей каждой из сторон могут быть

описаны системой уравнений, аналогичной используемой в [3] для анализа боевых действий:

$$\begin{cases} \frac{d \Pi_1}{dp} = \alpha_1 \Pi_1 - \beta_1 \Pi_2 + \gamma_1 \\ \frac{d \Pi_2}{dp} = \alpha_2 \Pi_2 - \beta_2 \Pi_1 + \gamma_2 \end{cases} \quad (1)$$

В уравнениях (1) коэффициенты  $\alpha_{1,2}$  и  $\beta_{1,2}$  характеризуют скорости наращивания и сокращения прибылей, а  $\gamma_{1,2}$  описывают уровень взаимной связи конкурентов, которые не зависят от прибылей, и определяются другими причинами. Среди них, например, могут быть льготы на отчисления в бюджет либо наоборот – меры протекционистского характера по отношению к другой отрасли.

В дальнейшем для простоты будем рассматривать случай, когда анализ системы (1) наиболее прост и все параметры в ней являются постоянными.

Смысл уравнений этой системы состоит в том, что при увеличении цены на свою продукцию каждым из агентов его прибыль возрастает пропорционально ее величине. В свою очередь, при этом противоположная сторона вынуждена реагировать соответствующим образом, а именно также повышая свои цены; в уравнениях (1) это учитывается отрицательными членами.

Рассматриваемая модель не учитывает многие другие важные факторы, влияющие на динамику соперничества обеих монополий, однако позволяет проследить ряд существенных свойств этого процесса.

Система (1) представляет собой, так называемую нормальную систему, решение которой находится стандартными методами. Для начальных условий  $\Pi_1(p = p_0) = \Pi_1(0)$ ,  $\Pi_2(p = p_0) = \Pi_2(0)$ , где  $p_0$  – некоторая «начальная» цена, ее решение имеет вид:

$$\Pi_1(p) = -\frac{\alpha_2\gamma_1 + \beta_1\gamma_2}{k_1k_2} + \quad (2)$$

$$+ \frac{1}{k_1\Delta k} [(k_1 - \alpha_2)(k_1\Pi_1(0) + \gamma_1) - \beta_1(k_1\Pi_2(0) + \gamma_2)] \exp(k_1(p - p_0)) -$$

$$- \frac{1}{k_2\Delta k} [(k_2 - \alpha_2)(k_2\Pi_1(0) + \gamma_1) - \beta_1(k_2\Pi_2(0) + \gamma_2)] \exp(k_2(p - p_0))$$

$$\Pi_2(p) = -\frac{\alpha_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1}{k_1k_2} + \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{k_1\Delta k} [(k_1 - \alpha_1)(k_1\Pi_2(0) + \gamma_2) - \beta_2(k_1\Pi_1(0) + \gamma_1)] \exp(k_1(p - p_0)) -$$

$$- \frac{1}{k_2\Delta k} [(k_2 - \alpha_1)(k_2\Pi_2(0) + \gamma_2) - \beta_2(k_2\Pi_1(0) + \gamma_1)] \exp(k_2(p - p_0))$$

где

$$k_1 = 1/2(\alpha_1 + \alpha_2 + \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\beta_1\beta_2})$$

$$k_2 = 1/2(\alpha_1 + \alpha_2 - \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\beta_1\beta_2})$$

$$\Delta k = k_1 - k_2.$$

Решения (2) и (3) содержат шесть параметров, поэтому в общем случае их анализ весьма затруднен. Однако качественно характер изменения функций  $\Pi_1(p)$  и  $\Pi_2(p)$  можно установить, рассматривая некоторые частные случаи.

Пусть темпы роста и сокращения прибылей у обоих агентов одинаковы ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \beta_1 = \beta_2 = \beta$ ), а связь конкурентов различна. Учтем также, что  $k_1 > k_2$ . Тогда из формул (2) и (3) находим следующие асимптотические ( $p \rightarrow \infty$ ) выражения:

$$\Pi_1(p) \approx \frac{\alpha\gamma_1 + \beta\gamma_2}{\beta^2 - \alpha^2} + \frac{1}{2(\alpha + \beta)} [(\alpha + \beta)(\Pi_1(0) - \Pi_2(0)) + \gamma_1 - \gamma_2] \exp(k_1(p - p_0)), \quad (4)$$

$$\Pi_2(p) \propto \frac{\alpha\gamma_2 + \beta\gamma_1}{\beta^2 - \alpha^2} - \frac{1}{2(\alpha + \beta)} [(\alpha + \beta)(\Pi_1(0) - \Pi_2(0)) + \gamma_1 - \gamma_2] \exp(k_1(p - p_0)). \quad (5)$$

В этих соотношениях коэффициенты при экспонентах равны по абсолютной величине и противоположны по знаку. Это означает, что, если с ростом цены в одной из отраслей прибыль будет расти, то в другой – при достижении ее некоторого уровня убывать.

На рисунке 1 представлено графическое решение системы (1) для значений  $\alpha = 0.9$ ,  $\beta = 1.1$ ,  $\Pi_1(0) = 0.1$ ,  $\Pi_2(0) = 0.3$ ,  $\gamma_1 = 1.2$ ,  $\gamma_2 = 0.7$ .

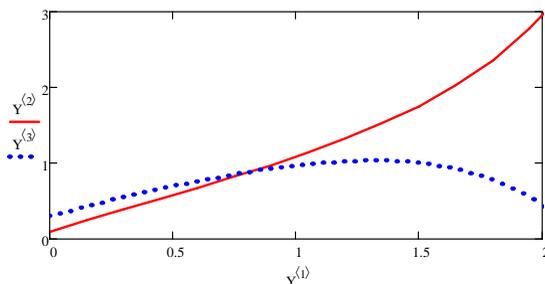


Рисунок 1 - Зависимость прибылей агентов от цены при одинаковых скоростях их наращивания и сокращения ( $Y^{(1)} - (p - p_0)$ ,  $Y^{(2)} - \Pi_1$ ,  $Y^{(3)} - \Pi_2$ ).

Как видно из этого рисунка, с общим повышением цен прибыли обоих монополистов растут, однако при дальнейшем их росте одна из сторон начинает проигрывать, и ее первоначальная прибыль может перейти в убытки.

Из формул (2) и (3) следует также, что характер хода кривых существенным образом зависит от степени договоренностей конкурентов (значений коэффициентов  $\gamma_{1,2}$ ). На рисунке 4.11 изображены графики функций  $\Pi_1(p)$  и  $\Pi_2(p)$  для  $\gamma_1 = 1$  и тех же, что и выше, значений остальных параметров:

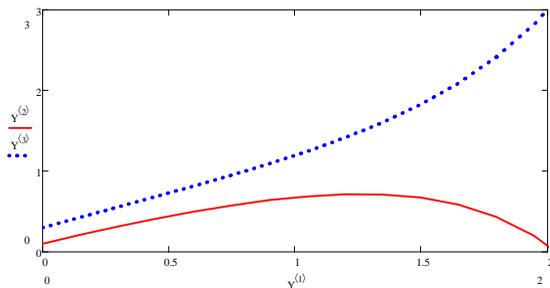


Рисунок 2 - Зависимость прибыли агентов от цены при одинаковых скоростях их наращивания и сокращения

Таким образом, даже при незначительном изменении одного из параметров  $\mathcal{Y}_i$  характер хода кривых становится противоположным: монотонный рост прибыли происходит уже во второй отрасли.

Если взаимная связь конкурентов отсутствует ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ), то

$$\Pi_1(p) \propto \frac{1}{\Delta k} [(k_1 - \alpha_2)\Pi_1(0) - \beta_1\Pi_2(0)] \exp(k_1(p - p_0)) \quad (6)$$

$$\Pi_2(p) \propto \frac{1}{\Delta k} [(k_1 - \alpha_1)\Pi_2(0) - \beta_2\Pi_1(0)] \exp(k_1(p - p_0)) \quad (7)$$

Для этого случая и значений параметров  $\alpha_1 = 0.9, \alpha_2 = 1.0, \beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.6, \Pi_1(0) = \Pi_2(0) = 0.7$  графики асимптотических решений модели приведены на рисунке 3.

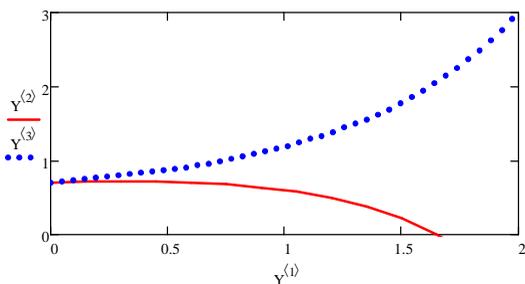


Рисунок 3 - Зависимость прибыли агентов от цены при отсутствии связи конкурентов

Наконец, в общем случае, когда все параметры модели произвольны графики функций имеют вид, аналогичный представленным на рисунках 1 и 2: в одной из отраслей прибыль монотонно растет, а в другой – сначала также возрастает, а затем начинает снижаться (рис. 4).

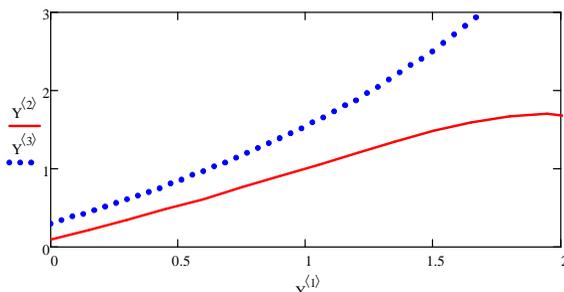


Рисунок 4 - Зависимость прибылей агентов от цены  
 $(\alpha_1 = 1,5, \alpha_2 = 1,3, \beta_1 = 0,91, \beta_2 = 1,1, \Pi_1(0) = 0,9, \Pi_2(0) = 0,7)$

Стремление к равновесному состоянию между конкурирующими сторонами в процессе заключения между ними тех или иных соглашений является одним из законов экономики. Однако выполненное рассмотрение свидетельствуют о том, что, независимо от поведения сторон, при общем повышении цен одна из сторон неминуемо начинает проигрывать.

В итоге вследствие отсутствия ценового равновесия между отраслями-монополистами возникает инфляционная спираль. Чтобы избежать этого, стороны должны каким-то образом координировать свои действия, и хотя бы относительное равновесие в их взаимоотношениях может быть достигнуто только при *условии взаимной договоренности*. Без установления «правил игры», соответствующих основным доктринам либеральной экономики, самостоятельно выйти из такой ценовой институциональной ловушки отраслям – монополистам не представляется возможным. В связи с этим для поддержания отраслей с целью обеспечения поставок ними необходимого минимума товаров и услуг власти должны предпринимать административные «нерыночные» меры.

Государственное регулирование ценовой политики отраслей в зависимости от конъюнктуры спроса на их продукцию противоречит законам рынка. Однако без государственного вмешательства в процесс разрушительного квазирыночного функционирования комплекса жизнеобеспечивающих отраслей сегодня, по-видимому, не обойтись, и государство фактически должно взять на себя выполнение тех функций нахождения экономического равновесия, которые рынок не может реализовать самостоятельно.

### *Литература*

1. Смит А. Исследования о природе и причинах богатства народов/А. Смит. - ОГИЗ, Москва, 1935 г., том II, стр. 30.
3. Петренко О.Д., Петренко О.О. Про ціноутворення в умовах монопольного ринку / Петренко О.Д., Петренко О.О. // Економіка України. – 2010. - №3. – С.36-43
2. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях / Амелькин В.В. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1987. – С. 35.