

УДК 621.883.002.56

Р.М. Грубка, канд. техн. наук, доц.,
Донецкий национальный технический университет, Украина
Тел./Факс: +38 (062) 3010805; E-mail: grubka_roman@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВЯЗИ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ, ИЗМЕРЕННЫМИ В СЕКУЩЕЙ ПЛОСКОСТИ И КООРДИНАТОЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩЕЙ ШИРИНУ ЗУБЧАТОГО ВЕНЦА ВТУЛКИ

В работе приведены зависимости для определения связи между координатами точек, принадлежащих элементам зубчатого венца втулки зубчатой муфты, измеренными в секущей плоскости параллельной базовому торцу и координатой, определяющей ширину зубчатого венца, измеренной на стойке с индикатором сравнением с концевыми мерами длины. Исследование ряда последовательных сечений зубчатого венца плоскостями параллельными плоскости базового торца и решение для каждой рассматриваемой плоскости, представленной в работе, системы уравнений позволят, после определения толщины зуба в каждом сечении, исследовать изменение толщины зуба зубчатого венца втулки в зависимости от координаты по ширине зубчатого венца.

Ключевые слова: зубчатая втулка, зубчатый венец, пространственная геометрия зубьев, ширина зубчатого венца, секущая плоскость.

Введение

Зубчатые муфты предназначены для передачи крутящего момента между валами. В силу своих конструктивных особенностей зубчатые муфты способны компенсировать угловые и радиальные погрешности монтажа валов. При этом эксплуатационные свойства зубчатых муфт зависят как от вида и величины погрешностей монтажа валов, так и от конструктивных особенностей элементов зубчатых муфт [1, 2]. Наиболее современными способами повышения эксплуатационных свойств зубчатых муфт является реализация пространственного соединения между зубьями обоймы с прямолинейной образующей и втулки с пространственной геометрией на боковой поверхности зубьев, способные компенсировать изменяющиеся погрешности монтажа валов [3, 4]. В этом случае эксплуатационные характеристики зубчатых муфт повышаются за счет равномерного распределения зазоров и нагрузки между зубьями в пределах зоны контактирования, а также при этом увеличиваются предельные значения, компенсируемых зубчатыми муфтами, углов перекаса осей валов.

Точность изготовления зубчатых колес оказывает влияние на их эксплуатационные показатели и зависит как от способа их изготовления и применяемого технологического оборудования, так и от точности настройки технологического оборудования. При этом получение зубчатых венцов с теоретически точной пространственной геометрией основываются на соблюдении двух условий второго способа Оливье [3, 4], а получение зубчатых венцов с геометриями, приближенными к заданным пространственным, возможно с применением универсального зуборезного оборудования [4].

Требования, предъявляемые к точности изготовления зубьев втулок зубчатых муфт, приведены в ДСТУ 2742—94 (ГОСТ 5006—94). В частности предусмотрено изготовление зубчатых венцов втулок различных степеней точности (от 7 до 9 степени

точности) в зависимости от окружной скорости на делительной окружности. При этом в процессе изготовления зубчатых венцов в соответствии с ДСТУ 2742—94 (ГОСТ 5006—94) должны контролироваться длина общей нормали и накопленная погрешность шага. Контроль указанных параметров зубчатых венцов должен осуществляться с применением универсальных средств измерения [5]. Однако, универсальные средства измерения не учитывают структуру ни одной известной пространственной геометрии зубьев [3, 4], которая в общем случае предполагает непрерывное изменение толщины зуба, как по его длине, так и по его высоте. Таким образом, для обеспечения возможности контроля зубьев с пространственной геометрией необходима модернизация существующих универсальных средств контроля зубьев. Поэтому, актуальной является задача по разработке способов и средств измерения для определения геометрических параметров зубчатых венцов с пространственными геометриями и параметров точности зубчатых венцов с пространственными геометриями.

Целью данной работы является определение связи между координатами точки, принадлежащей элементам зубчатого венца втулки зубчатой муфты, измеренными в секущей плоскости параллельной базовому торцу и координатой, определяющей ширину зубчатого венца.

В основу данной работы поставлена задача по определению параметров перехода от измерительной системы координат, связанной с изображением, полученным в сечении зубчатого венца втулки плоскостью параллельной плоскости базового торца к абсолютной системе координат.

Основное содержание и результаты работы

Рассмотрим сечение зубчатой втулки муфты плоскостью, параллельной плоскости базового торца. Рассматриваемая плоскость пересечет поверхность основного отверстия и поверхности зубчатого венца. При этом в секущей плоскости можно выделить контур основного отверстия втулки, контур поверхности вершин зубьев, контур поверхности впадин зубьев и два контура боковых поверхностей зубьев [6]. Сравнение толщин зубьев в различных сечениях по длине зуба возможно при однозначном определении местоположения рассматриваемых сечений зубьев в пространстве в абсолютной системе координат. При этом для определения положения секущей плоскости в пространстве необходимо определить координаты трех принадлежащих ей точек.

В свою очередь, положение любой точки в пространстве определяется тремя координатами, измерения которых удобнее проводить в привязке к имеющимся на изображении и на самом объекте измерения элементам, таких как контуры имеющихся поверхностей. Если говорить о серии измерений то их необходимо проводить на заранее помеченных трех зубьях у их ножек в месте пересечения поверхности впадин зубьев с плоскостью перпендикулярной базовому торцу, которая проходит через ось симметрии зубьев.

Координаты точки, принадлежащей оси симметрии любого зуба, в системе координат связанной с изображением в секущей плоскости, можно определить исходя из того, что они лежат на проекции поверхности впадин зубьев на плоскость торца, т.е. на эллипсе, по зависимостям:

$$\begin{aligned} x_{m.эл.} &= \cos(\alpha_{н.з.} - \alpha_{м.з.}) \sqrt{(a \cos(-\alpha_{эл.} + \alpha_{н.з.} - \alpha_{м.з.}))^2 + (b \sin(-\alpha_{эл.} + \alpha_{н.з.} - \alpha_{м.з.}))^2} + x_{ц.эл.}, \\ y_{m.эл.} &= \sin(\alpha_{н.з.} - \alpha_{м.з.}) \sqrt{(a \cos(-\alpha_{эл.} + \alpha_{н.з.} - \alpha_{м.з.}))^2 + (b \sin(-\alpha_{эл.} + \alpha_{н.з.} - \alpha_{м.з.}))^2} + y_{ц.эл.}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_{н.з.}$, $y_{н.з.}$ - координаты центра отрезка определяющего толщину неискаженного зуба;

$\alpha_{т.з.}$ — угол между осью неискаженного зуба и осью рассматриваемого зуба;

$\alpha_{эл}$ — угол между положительным направлением оси $x_{и.с.к.}$ $O_{и.с.к.}$ и большой осью эллипса (рис. 1);

a , b — значения половины длин соответственно большой и малой осей эллипса.

$x_{ц.эл.}$, $y_{ц.эл.}$ — значения координат точек центра эллипса в измерительной системе координат на плоскости, параллельной плоскости базового торца.

Знаки перед значениями углов в зависимости (1) приведены для случая расположения неискаженного зуба в первой координатной четверти и могут изменяться в зависимости от взаимного положения оси неискаженного зуба и большой оси эллипса относительно положительного направления горизонтальной оси рассматриваемой системы координат.

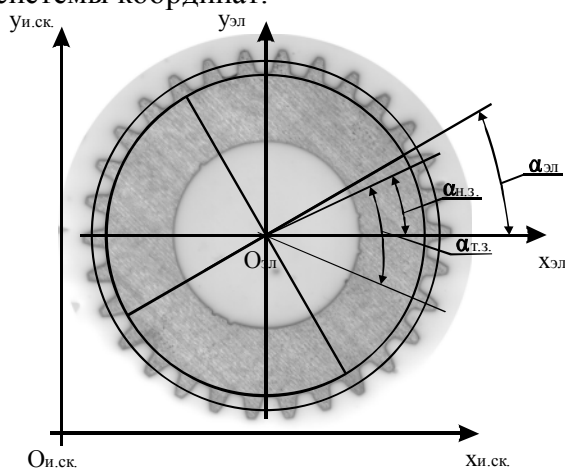


Рис. 1. Схема для определения координат точки, принадлежащей оси симметрии неискаженного зуба

Недостающую координату z можно получить непосредственным измерением. Измерение координаты z может быть выполнено на стойке при помощи многооборотной индикаторной головки МИГ 2 сравнением ширины зубчатого венца в рассматриваемой точке с концевыми мерами длины. Плоскость торца, на котором производятся измерения координаты z , в общем случае не параллельна плоскости базового торца и расположена произвольно в пространстве [6]. Зависимости (1) позволяют определить значения координат $x_{т.эл.}$ и $y_{т.эл.}$ точек, в которых определялась ширина зубчатого венца в плоскости рассматриваемого торца, связанного с системой координат изображения в секущей плоскости, значения же самой ширины зубчатого венца определены в системе координат, связанной со стойкой с индикатором, на которой проводились ее измерения в сравнении с концевыми мерами длины. Для определения положения любой точки в пространстве необходимо рассматривать все в одной – абсолютной системе координат. То есть определить связь координат $x_{т.эл.}$ и $y_{т.эл.}$, определенных в системе координат изображения, с координатой z , измеренной в сравнении с мерами в измерительной системе координат связанной со стойкой.

Приведем координаты $x_{т.эл.}$ и $y_{т.эл.}$ точек, принадлежащие осям симметрии зубьев, для которых измерялась ширина зубчатого венца из системы координат изображения в секущей плоскости к измерительной системе координат связанной со стойкой. При этом координаты z , которые определялись измерением на стойке сравнением с мерой, свое значение не изменят. При составлении уравнений следует также учесть, что все три точки, в которых измерялась ширина зубчатого венца, принадлежат эллипсу и лежат в одной плоскости.

Составим расчетную схему рис. 2. Как видно из рис. 2 для перехода от измерительной системы координат связанной со стойкой с индикатором к системе координат изображения в секущей плоскости необходимо выполнить следующее: перенести систему координат в точку с координатами $x_{ц.эл.}$, $y_{ц.эл.}$, $z_{ц.эл.}$; выполнить поворот

системы координат вокруг оси $O_{эл}x_1$ на угол ϕ_x ; выполнить поворот системы координат вокруг оси $O_{эл}y_1$ на угол ϕ_y .

Матрицы перехода от измерительной системы координат xuz связанной со стойкой к системе координат эллипса $x_{эл}y_{эл}z_{эл}$ имеют следующий вид:

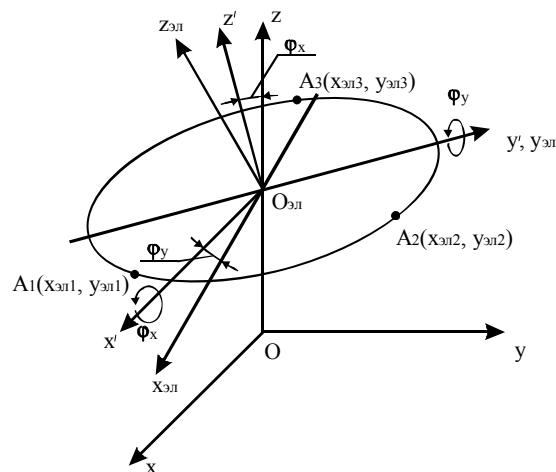


Рис. 2. Расчетная схема для определения связи координат $x_{т.эл}$ и $y_{т.эл}$ с координатой z

- при переносе системы координат в точку с координатами $x_{эл}, y_{эл}, z_{эл}$ и повороте системы координат вокруг оси $O_{эл}x_1$ на угол ϕ_x :

$$M\phi_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_x & \sin \phi_x & 0 \\ 0 & -\sin \phi_x & \cos \phi_x & z_{ц.эл} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (2)$$

- при повороте системы координат вокруг оси $O_{эл}y_1$:

$$M\phi_y = \begin{vmatrix} \cos \phi_y & 0 & \sin \phi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_y & 0 & \cos \phi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Выполнив произведение матриц $M\phi_x$ и $M\phi_y$ получим матрицу перехода от системы координат изображения в секущей плоскости $x_{эл}y_{эл}z_{эл}$ к измерительной системе координат xuz , связанной со стойкой:

$$M = M\phi_x M\phi_y = \begin{vmatrix} \cos \phi_y & 0 & \sin \phi_y & 0 \\ -\sin \phi_x \sin \phi_y & \cos \phi_x & \cos \phi_y \sin \phi_x & 0 \\ -\cos \phi_x \sin \phi_y & -\sin \phi_x & \cos \phi_x \cos \phi_y & z_{ц.эл} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4)$$

Система уравнений при переходе от системы координат изображения в секущей плоскости $x_{эл}y_{эл}z_{эл}$ к измерительной системе координат xuz связанной со стойкой имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_{эл} \cos \phi_y + z_{эл} \sin \phi_y; \\ y &= -x_{эл} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл} \cos \phi_x + z_{эл} \cos \phi_y \sin \phi_x; \\ z &= -x_{эл} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл} \sin \phi_x + z_{эл} \cos \phi_x \cos \phi_y + z_{ц.эл}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Матрица перехода от измерительной системы координат xuz связанной со стойкой к системе координат изображения в секущей плоскости $x_{эл}y_{эл}z_{эл}$ имеет вид:

$$M' = \begin{vmatrix} \cos \phi_y & -\sin \phi_x \sin \phi_y & -\cos \phi_x \sin \phi_y & z_{ц.эл} \cos \phi_x \sin \phi_y \\ 0 & \cos \phi_x & -\sin \phi_x & z_{ц.эл} \sin \phi_x \\ \sin \phi_y & \sin \phi_x \cos \phi_y & \cos \phi_x \cos \phi_y & -z_{ц.эл} \cos \phi_x \cos \phi_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (6)$$

Система уравнений при переходе от измерительной системы координат xuz связанной со стойкой к системе координат изображения в секущей плоскости $x_{эл}y_{эл}z_{эл}$ имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} x_{эл} &= x \cos \phi_y - y \sin \phi_x \sin \phi_y - z \cos \phi_x \sin \phi_y + z_{ц.эл} \cos \phi_x \sin \phi_y; \\ y_{эл} &= y \cos \phi_x - z \sin \phi_x + z_{ц.эл} \sin \phi_x; \\ z_{эл} &= x \sin \phi_y + y \sin \phi_x \cos \phi_y + z \cos \phi_x \cos \phi_y - z_{ц.эл} \cos \phi_x \cos \phi_y. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Значения координат $x_{эли}$ и $y_{эли}$, входящие в системы уравнений (5) и (7), найдем подставив соответствующие данные в зависимости (1), при этом значения координат $z_{эли}$ равны 0, так как отмечалось ранее, все точки принадлежат эллипсу и плоскости рассматриваемого сечения зубчатого венца. Значения координат z_i измерены на стойке индикатором. Значения координат $x_i, y_i, z_{ц.эл}$ и углов ϕ_x, ϕ_y неизвестны. Для определения неизвестных значений координат и углов составим систему уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_{эл1} \cos \phi_y + z_{эл1} \sin \phi_y; \\ y_1 &= -x_{эл1} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл1} \cos \phi_x + z_{эл1} \cos \phi_y \sin \phi_x; \\ z_1 &= -x_{эл1} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл1} \sin \phi_x + z_{эл1} \cos \phi_x \cos \phi_y + z_{ц.эл}; \\ x_2 &= x_{эл2} \cos \phi_y + z_{эл2} \sin \phi_y; \\ y_2 &= -x_{эл2} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл2} \cos \phi_x + z_{эл2} \cos \phi_y \sin \phi_x; \\ z_2 &= -x_{эл2} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл2} \sin \phi_x + z_{эл2} \cos \phi_x \cos \phi_y + z_{ц.эл}; \\ x_3 &= x_{эл3} \cos \phi_y + z_{эл3} \sin \phi_y; \\ y_3 &= -x_{эл3} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл3} \cos \phi_x + z_{эл3} \cos \phi_y \sin \phi_x; \\ z_3 &= -x_{эл3} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл3} \sin \phi_x + z_{эл3} \cos \phi_x \cos \phi_y + z_{ц.эл}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Подставив в систему уравнений (8) значения известных координат и проведя преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_{эл1} \cos \phi_y; \\ y_1 &= -x_{эл1} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл1} \cos \phi_x; \\ z_1 &= -x_{эл1} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл1} \sin \phi_x + z_{ц.эл}; \\ x_2 &= x_{эл2} \cos \phi_y; \\ y_2 &= -x_{эл2} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл2} \cos \phi_x; \\ z_2 &= -x_{эл2} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл2} \sin \phi_x + z_{ц.эл}; \\ x_3 &= x_{эл3} \cos \phi_y; \\ y_3 &= -x_{эл3} \sin \phi_x \sin \phi_y + y_{эл3} \cos \phi_x; \\ z_3 &= -x_{эл3} \cos \phi_x \sin \phi_y - y_{эл3} \sin \phi_x + z_{ц.эл}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Решив систему уравнений (9), найдем значения неизвестных координат и углов.

Заключение

Таким образом, система уравнений (9) позволяет определить параметры перехода от измерительной системы координат, связанной с изображением, полученным в сечении зубчатого венца втулки плоскостью, параллельной плоскости базового торца к абсолютной системе координат.

Исследование ряда последовательных сечений зубчатого венца плоскостями, параллельными плоскости базового торца и решение для каждой рассматриваемой плоскости, представленной в данной работе, системы уравнений позволят, после

определения толщины зуба в каждом сечении, исследовать изменение толщины зуба зубчатого венца втулки в зависимости от координаты по ширине зубчатого венца.

Список литературы:

1. Айрапетов Э.Л. Зубчатые соединительные муфты / Э.Л. Айрапетов, Д.Б. Миржаджанов - М.:Наука, 1991. - 250 с.
2. Ряхновский О.А. Справочник по муфтам / О.А. Ряхновский, С.С. Иванов. – Л.: Политехника, 1991. – 384 с.
3. Михайлов А.Н. Основы синтеза геометрии внутренних пространственных зацеплений с равным числом внутренних и наружных зубьев / А.Н. Михайлов, С.А. Рыбина, Д.В. Перов, Т. Оливер // Прогресивные технологии и системы машиностроения: международный сб. научных трудов. — 2000. — Вып. 10. — С. 149-161.
4. Грубка Р.М. Технологічне забезпечення формоутворення зубців втулок муфт із просторовою геометрією, що компенсує змінні похибки монтажу валів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.08 «Технологія машинобудування» / Р.М. Грубка. — Донецьк, 2010. — 22 с.
5. Тайц Б.А. Точность и контроль зубчатых передач / Б.А. Тайц, Н.Н. Марков; под ред. Гинзбурга Е.Г. — Л.: Машиностроение, 1978. — 135 с.
6. Грубка Р.М. Определение параметров линии пересечения поверхности впадин зубьев втулок муфт с плоскостью параллельной базовому торцу / Р.М. Грубка, А.Н. Михайлов, Х.А. Каюмов // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. наукових праць. — 2012. — Вип. 43. — С. 120-124.

Надійшла до редакції 18.02.2013.

Р.М. Грубка

ВИЗНАЧЕННЯ ЗВ'ЯЗКУ МІЖ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ, ВИМІРЯНИМИ В СІЧНІЙ ПЛОЩИНІ І КООРДИНАТОЮ, ЩО ВИЗНАЧАЄ ШИРИНУ ЗУБЧАТОГО ВІНЦЯ ВТУЛКИ

У роботі наведені залежності для визначення зв'язку між координатами точок, що належать елементам зубчастого вінця втулки зубчастої муфти, виміряними в січній площині паралельній базовому торцю і координатою, що визначає ширину зубчастого вінця, виміряною на стійці з індикатором порівнянням з кінцевими мірами довжини. Дослідження ряду послідовних розтинів зубчастого вінця площинами, паралельними площині базового торця і рішення для кожної розглянутої площини, що представлена в роботі, системи рівнянь дозволять, після визначення товщини зуба в кожному перерізі, досліджувати зміну товщини зуба зубчастого вінця втулки в залежності від координати по ширині зубчастого вінця.

Ключеві слова: зубчаста втулка, зубчастий вінець, просторова геометрія зубів, ширина зубчастого вінця, січна площина.

R.M. Grubka

DEFINING THE RELATIONSHIP BETWEEN THE COORDINATES OF THE POINTS MEASURED IN THE CUTTING PLANE AND THE COORDINATES DETERMINED BY THE WIDTH OF THE RING GEAR HUB

The paper shows the connection to determine the coordinates of the points between the elements belonging to the ring gear hub gear coupling, measured in a plane parallel to the cutting base end and coordinates defining face width, measured at the front with the indicator comparison with end measures of length. Study of a number of successive sections of the ring gear planes parallel to the plane of the base end and a solution for every plane under consideration provided in the system of equations will allow, after the determination of the thickness of the tooth in each section, to investigate the change in thickness of the tooth ring gear hub, depending on the location and the width of the ring gear.

Key words: gear sleeve, ring gear, geometry of the teeth, face width, cutting plane.