УДК 621.891.(031)+539.30:678

В.И. Бутенко, д-р техн. наук, проф.
Южный федеральный университет, г. Таганрог, Россия,
Тел.+7 (8634) 371622; E-mail mkk@egf.tsure.ru

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛИ ТРИБОСИСТЕМЫ

В статье приведено частное решение задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя, наносимого на поверхности деталей трибосистемы, и показано, как реологические свойства материала слоя влияют на его эксплуатационные показатели и позволяют оптимизировать их состав.

Ключевые слова: *слой, вязкоупругость, напряжения, трибосистема, деталь, условия, показатели.*

Введение

Создание на рабочих поверхностях деталей функциональных многокомпонентных слоёв, содержащих в своём составе полимер, является перспективным направлением повышения работоспособности трибосистем машин и механизмов [1]. Однако остаётся не выясненным механизм формирования и поведения таких слоёв в процессах их создания и эксплуатации. Как показывают металлографические и рентгеноструктурные исследования [1 – 3], важную роль в эффективности многокомпонентных металлополимерных слоёв играют статические и динамические явления, обусловленные механикой сформировавшейся кластерной структуры, непосредственно влияющей на эффективную удельную поверхностную энергию материала σ_c. В связи с этим решение задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентных слоёв на поверхностях деталей является актуальным и направленным на оптимизацию как их составов, так и физико-механических свойств в зависимости от условий эксплуатации конкретных трибосистем.

Цель исследований: получение приемлемого для практического использования решения нелинейной задачи вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности деталей трибосистем и разработка рекомендаций для составления соответствующих алгоритмов и рекомендаций по составу и физико-механическим свойствам компонентов, а также их рационального количества исходя из условий эксплуатации конкретной трибосистемы.

Задачи исследований:

- дать аналитическое решение квазистатической краевой задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы;
- представить решение задачи в операторной форме, позволяющей наилучшим образом выражать напряжения через вектор возможных перемещений и определять состав, физико-механические свойства и рациональное количество компонентов в зависимости от условий эксплуатации трибосистемы;
- определить наиболее рациональный метод решения поставленной задачи вязкоупругости многокомпонентного слоя, приемлемый для составления алгоритмов поиска состава и свойств компонентов.

Основное содержание и результаты работы

На базе основных уравнений механики сплошной среды и определяющих соотношений для анизотропных вязкоупругих тел [4] справедливыми являются следующие основные уравнения, определяющие постановку краевой задачи механики формируемого многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы:

уравнение движения $$\frac{\partial u_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{dt^2}; \tag{1}$$

формула Коши $$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right); \tag{2}$$

условия совместности деформаций $$\varepsilon_{ijl}\varepsilon_{pmn}\frac{\partial^2 \varepsilon_{im}}{\partial x_j \partial x_n} = 0, \tag{3}$$

где σ_{ij} - тензор напряжений; ε_{ij} – тензор деформаций; u_i – вектор перемещений; F_i – вектор плотности массовых сил, обусловленных внешним воздействием на многокомпонентный слой; ρ – средняя плотность материала многокомпонентного слоя; t – время; ε_{ijt} – символы Леви – Чивита, образующие единичный антисимметричный псевдотензор.

В статических и квазистатических задачах, к которым относится и задача определения нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы, когда инерционными членами можно пренебречь, вместо уравнений движения обычно используют уравнения равновесия вида

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i = 0. \tag{4}$$

Дополняя уравнения (4) известными зависимостями между напряжениями и деформациями, можно получить следующее выражение:

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij}\int_0^t \left[R_1(t-\tau) - \frac{1}{3}R(t-\tau)\right] d\theta(\tau) + \int_0^t R(t-\tau) d\varepsilon_{ij}(\tau), \qquad \theta = \varepsilon_{kk}. \tag{5}$$

В общем случае граничные условия, задаваемые на поверхности детали трибосистемы в пределах некоторой площади контактирования s, имеют вид:

$$\sigma_{ij} n_j \big|_s = q_i(x_s), \tag{6}$$

где q_i – плотность заданных поверхностных сил (в частном случае – закон их распределения);

n_i – внешняя единичная нормаль к поверхности s детали с многокомпонентным слоем.

Тогда, используя формулу Коши (2), из соотношения (5) находится выражение для определения напряжений σ_{ij} через некоторый условно принятый для решения задачи вектор перемещений u_i:

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij}\int_0^t \left[R_1(t-\tau) - \frac{1}{3}R(t-\tau)\right] d\left[\frac{\partial u_k(\tau)}{\partial x_k}\right] + \frac{1}{2}\int_0^t R(t-\tau) d\left[\frac{\partial u_i(\tau)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(\tau)}{\partial x_i}\right]. \tag{7}$$

Если учесть граничные условия (6) и условия равновесия элементарных объёмов (кластеров) многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы (4), то можно составить следующие уравнения, позволяющие в дальнейшем решение поставленной задачи представить в операторной форме:

$$\sigma_{ij}=\delta_{ij}\int_0^t\left[R_1(t-\tau)-\frac{1}{3}R(t-\tau)\right]d\left[\frac{\partial u_k(\tau)}{\partial x_k}\right]+\frac{1}{2}\int_0^t R(t-\tau)d\left[\frac{\partial u_i(\tau)}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j(\tau)}{\partial x_i}\right]; \quad (8)$$

$$n_i\int_0^t\left[R_1(t-\tau)-\frac{1}{3}R(t-\tau)\right]d\left[\frac{\partial u_k(\tau)}{\partial x_k}\right]+\frac{1}{2}n_i\int_0^t R(t-\tau)d\left[\frac{\partial u_i(\tau)}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j(\tau)}{\partial x_i}\right]=q_i(x_3),\ x_3\in S. \quad (9)$$

Тогда постановка в перемещениях квазистатической краевой задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы состоит в следующем: найти три функции $u_i(x_s)$, которые во всей области контакта деталей v удовлетворяют уравнениям (8), а на границе контактной зоны s – условиям (9). Для решения поставленной задачи может быть использован операторный метод (принцип Вольтерра).

Пусть заданы следующие соотношения, определяющие поведение кластеров в многокомпонентном слое на поверхности детали трибосистемы и вытекающие из нелинейной теории вязкоупругости [5]:

$$S_{ij}=2Ge_{ij}(t)-\int_0^t\Gamma(t-\tau)e_{ij}(\tau)d\tau; \quad (10)$$

$$\sigma=K_0\theta-\int_0^t\Gamma_1(t-\tau)\theta(\tau)d\tau, \quad (11)$$

где s_{ij}, e_{ij} – девиаторы тензоров напряжений и деформаций, определяемые по формулам:

$$S_{ij}=\sigma_{ij}-\sigma\delta_{ij}, \qquad e_{ij}=\varepsilon_{ij}-\frac{1}{3}\theta\delta_{ij}; \quad (12)$$

здесь σ и Θ – соответствующие инварианты, вычисляемые согласно следующим зависимостям:

$$\sigma=\frac{1}{3}\sigma_{kk}, \qquad \theta=\varepsilon_{kk}. \quad (13)$$

Рассматривая далее краевую задачу нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы в зависимости от поверхностных сил q_i и вероятных перемещений кластеров $u_i(x_s)$, уравнения (1) – (3) запишутся следующим образом:

уравнение равновесия $$\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}+\rho F_i=0; \quad (14)$$

формулаКоши $$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right); \quad (15)$$

граничные условия $$\sigma_i n_j\Big|_{s_\sigma}=q_i(x_s,t), \quad u_i\Big|_{s_u}=\varphi_i(x_s,t). \quad (16)$$

Соотношения (10) и (11) могут быть представлены в операторной форме вида

$$S_{ij}=2\widetilde{G}e_{ij}; \qquad \sigma=\widetilde{K}\theta, \quad (17)$$

где

$$\widetilde{G}=G-\frac{1}{2}\widetilde{\Gamma}, \qquad \widetilde{K}=K_0-\widetilde{\Gamma}_1, \quad (18)$$

причём интегральные операторы $\widetilde{\Gamma}$ и $\widetilde{\Gamma}_1$ определяются соотношениями вида

$$\tilde{\Gamma} f(t)=\int_0^t \Gamma(t-\tau) f(\tau) d\tau ; \qquad (19)$$

$$\tilde{\Gamma}_1 f(t)=\int_0^t \Gamma_1(t-\tau) f(\tau) d\tau . \qquad (20)$$

Представленные в операторной форме соотношения (17) позволили перейти к разработке алгоритмов решения задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы.

Общий алгоритм и рекомендации

Выполненные исследования позволили разработать общий алгоритм решения задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы при условии, что краевая задача (14) – (16) теории вязкоупругости по форме совпадает с соответствующей краевой задачей теории упругости. Отличие состоит в том, что операторы $\tilde{\Gamma}$ и $\tilde{\Gamma}_1$, определяемые по формулам (19), (20), осуществляют операцию интегрирования во времени, а решение задачи теории упругости связано с интегрированием по пространственным координатам. Эти операции переставимы, поэтому задачу теории вязкоупругости можно решать так же, как и соответствующую задачу теории упругости. Лишь в окончательном результате упругие константы нужно заменить соответствующими операторами, то есть использовать принцип Вольтерра [5], сущность которого сводится к тому, что решение квазистатической задачи нелинейной вязкоупругости может быть получено из решения соответствующей задачи теории упругости путём замены в последнем упругих констант интегральными операторами $\tilde{\Gamma}$ и $\tilde{\Gamma}_1$. Такие математические преобразования позволяют создать общий алгоритм решения задачи нелинейной вязкоупругости многокомпонентного слоя на поверхности детали трибосистемы, определить его состав и показатели физико-механических свойств в зависимости от конкретных условий эксплуатации трибосистемы через величину возникающего в слое напряжения σ_{ij}, функционально связанного с эффективной удельной поверхностной энергией материала σ_c.

Цифровые модели

В работе представлено аналитическое решение квазистатической краевой задачи нелинейной вязкоупругости, в которой требовалось найти в многокомпонентном слое, наносимом на детали трибосистем, напряжения σ_{ij} через вектор перемещений $u_k(\tau)$, используя зависимость (7) и граничные условия (14) – (16). При этом использован принцип Вольтерра, позволивший получить решение в виде зависимостей (17) – (20), в которые входят как алгебраические, так и транцендентные функции операторов $\tilde{\Gamma}$ и $\tilde{\Gamma}_1$ во времени. Расшифровка этих операторов может быть легко осуществлена в тех случаях, когда ядра являются вырожденными или представляют собой комбинации экспоненциальных функций, обыкновенных или дробного порядка. Следует отметить, что представленное решение задачи вязкоупругости позволяет определить области использования многокомпонентных слоёв, в которых напряжения σ_{ij} оказываются независящими от времени и такими же, как для соответствующего упругого тела. Благодаря этому возможна разработка расширенного алгоритма определения физико-механических свойств многокомпонентных слоёв на поверхностях деталей трибосистем. В качестве основных компонентов слоев рекомендуется использовать полиэтилен (полистирол), графит, дисульфид молибдена, сплав Вуда (сплав Розе), кристаллический йод.

Заключение

Таким образом, выполненные исследования позволили реализовать следующее:

1. Решить нелинейную задачу вязкоупругости многокомпонентного слоя, наносимого на поверхность детали трибосистемы, отличительной особенностью которой является её квазистатичность.
2. Получить решение задачи в операторной форме, позволяющей при использовании принципа Вольтерра алгоритмизировать процесс поиска количества и состава компонентов слоя, наносимого на поверхность деталей трибосистем.
3. Разработать рекомендации по составлению алгоритмов расчёта показателей вязкоупругости многокомпонентного слоя с учётом задаваемых граничных условий и определения его состава.

Список литературы:

1. Бутенко В.И. Структура и свойства поверхностного слоя деталей трибосистем. – / В.И. Бутенко. - Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. – 367 с.
2. Бутенко В.И. Трибохимические превращения в металлополимерных слоях деталей машин / В.И. Бутенко // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: междунар. сб. науч. тр. – 2012. – Вып. 43. – С. 86 – 91.
3. Бутенко В.И. Технология создания металлополимерных слоёв на контактных поверхностях деталей трибосистем / В.И. Бутенко // Наукоёмкие технологии в машиностроении. – 2011. - №12. – С. 38 – 44.
4. Седов Л.И. Механика сплошных сред / Л.И.Седов. – М.: Наука, 1973. – Ч. 1. – 536 с.
5. Огибалов П.М. Механика полимеров / П.М. Огибалов, В.А. Ломакин, Б.П. Кишкин. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 528 с.

Надійшла до редакції 25.02.2013.

В.І. Бутенко

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО ШАРУ НА ПОВЕРХНІ ДЕТАЛІ ТРИБОСИСТЕМИ

В статті приведено приватне вирішення задачі нелінійної в'язкопружності багатокомпонентного шару, який наноситься на поверхні деталей трибосистеми, та вказано, як реологічні властивості матеріалу шару впливають на його експлуатаційні показники і дозволяють оптимізувати їх склад.

Ключові слова: *шар, в'язкопружність, напруги, трибосистема, деталь, умови, показники.*

V.I.Butenko

SOLUTION OF NONLINEAR VISCOELASTICITY OF MULTILAYER SURFACE ON THE SURFACE OF TRIBOSYSTEM PARTS

This paper contains a particular solution of nonlinear viscoelastic multilayer put on the surface of parts tribosystem. It is shown that rheological properties of layer material affect its performance, and allow optimizing its composition.

Key words: *layer, viscoelasticity, stress, tribosystem, detail, condition indicators*