

УДК 004.08

*К.А. Ручкин*

Государственный университет информатики и искусственного интеллекта,  
г. Донецк, Украина  
c\_ruchkin@mail.ru

## Разработка компьютерной системы для построения и анализа сечений Пуанкаре

В данной работе продолжены начатые в [1-4] исследования построения огибающей поверхности с помощью разработанной многофункциональной интерактивной компьютерной системы, работающей в режиме реальных вычислений. При разработке компьютерной системы решаются такие сложные вычислительные задачи, как: численное интегрирование уравнений движения при произвольных начальных условиях и параметрах, построение фазовых сечений интегральных многообразий и их проекций, построение фазовых траекторий и огибающей поверхности, визуализация поведения, сохранение-загрузка больших массивов данных и т.д. Представленная программа служит универсальным инструментом для изучения ряда других динамических систем.

### Введение

Задача о движении твердого тела вокруг неподвижной точки является классической задачей механики и имеет уже более чем двухсотлетнюю историю своего развития. За этот период времени различными исследователями и учеными было получено огромное количество теоретических и практических результатов, существенно продвинувших и обогативших это направление [2], [5-7]. Основным из этих результатов является доказательство того факта, что общее теоретическое (аналитическое) решение этой задачи математическими методами получено быть не может. Благодаря быстрому развитию компьютерной техники и компьютерных информационных и вычислительных технологий интерес к этой задаче снова возрастает. Разработанное в последние годы алгоритмическое и программное обеспечение [7-9], поддерживающее геометрическую визуализацию и современные методы компьютерной графики, позволяет создавать универсальные инструментальные средства глобального анализа динамических систем, возникающих в классических задачах аналитической механики.

### Постановка задачи

Используя результаты и данные исследований, начатых в [2], [3], [8], [9], была продолжена разработка компьютерной системы трехмерного моделирования и визуализации движения твердого тела с неподвижной точкой. В качестве входных параметров должны вводиться статические и динамические параметры твердого тела – тензор инерции, координаты центра тяжести, постоянные интегрирования, направление силы тяжести, время интегрирования.

$$J\dot{\omega} = J\omega \times \omega + r \times \omega, \quad \dot{v} = v \times \omega. \quad (1)$$

Эти параметры задают систему дифференциальных уравнений (1), решение которой необходимо для построения изоэнергетической поверхности, линий уровня, расчета положения тела, построения следа траектории годографа.

Также разрабатываемая система должна исследовать характер движения твердого тела. Программа должна наглядно демонстрировать результаты работы, а также быть гибкой в использовании для изучения ряда других динамических систем. При разработке должны быть решены следующие задачи: численное интегрирование уравнений движения при произвольных начальных условиях и параметрах, построение фазовых сечений интегральных многообразий и их проекций, построение фазовых траекторий и огибающей поверхности, визуализация поведения, сохранение-загрузка больших массивов данных и т.д. Программа также должна обладать гибким и удобным интерфейсом, позволяющим решать пользователю все необходимые ему задачи, например, такие, как: загрузка-сохранение данных в файл, сохранение просчитанных изображений сечений, возможность записи результатов построения в видеофайл. Система должна работать с 3DS-файлами, для загрузки 3D-моделей, с целью визуализации их движения. Также программа должна предоставлять и двумерные результаты своей работы.

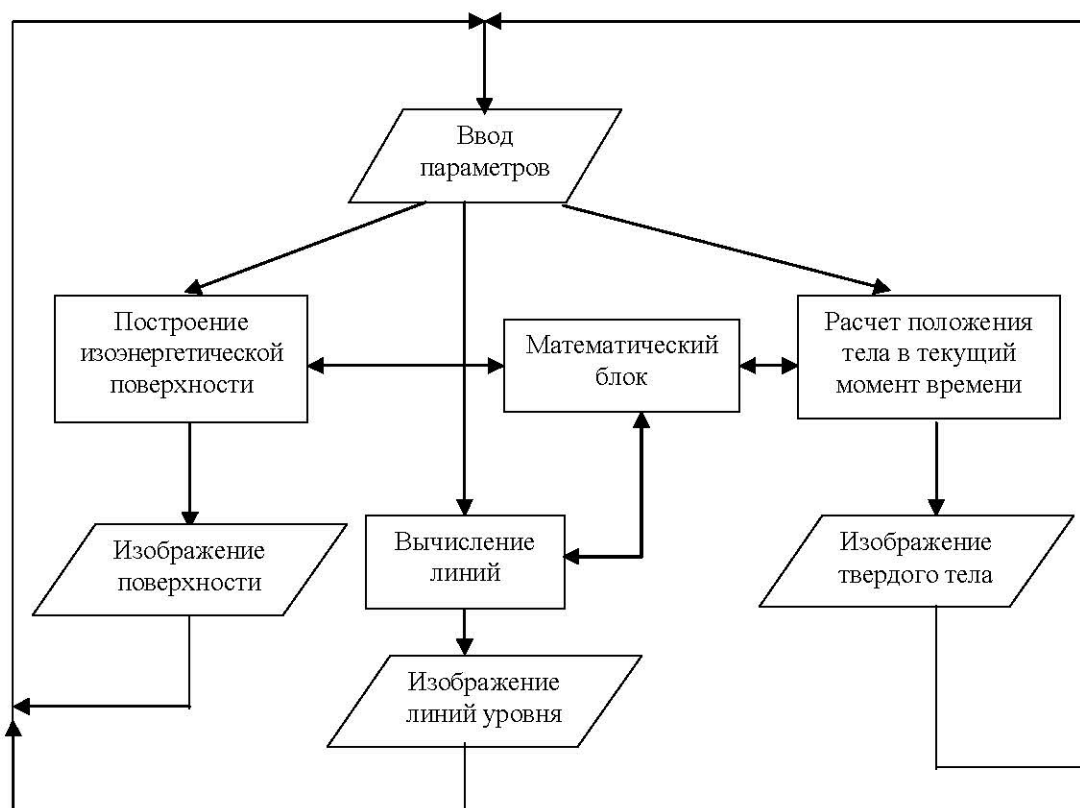


Рисунок 1 – Структурно-логическая схема программы

## Система трехмерного моделирования

Для решения задачи разработана система трехмерного моделирования и визуализации движения твердого тела с неподвижной точкой. Данная программа позволяет строить огибающую поверхность с отображением возвратов Пуанкаре непосредственно на ней, а не только на сфере Пуассона, что тоже реализовано в программе. Сфера Пуассона представлена в двух видах – двумерном и трехмерном. Двумерная сфера отображается в двух окнах – внутренняя и внешняя части. Также была реализована возможность загрузки 3DS-файлов в окно отображения движения тела.

Программа содержит блок настройки и редактирования статических и динамических параметров, что позволяет ее использовать для работы с различными динамическими системами, а также блок по определению характера траектории по изображению следа траектории на сфере Пуассона. Структурно логическая схема программы представлена на рис. 1.

Математический блок содержит необходимые функции для решения системы дифференциальных уравнений (1). Этот блок используется блоками построения изоэнергетической поверхности, построения линий уровня и расчета положения тела. Блок построения изоэнергетической поверхности, используя математический блок, рассчитывает массив точек, описывающих изоэнергетическую поверхность, вектор нормали для каждой точки, и цвет точек для последующей визуализации поверхности. Блок вычисления линий уровня, используя математический блок, рассчитывает массив точек, описывающих линии уровня, а также содержит функции для расчета следа траектории годографа на сфере Пуассона. Блок расчета положения тела, используя математический блок, вычисляет положение тела в каждый момент времени, вычисляет траекторию движения вектора угловой скорости в подвижной и неподвижной системах координат.

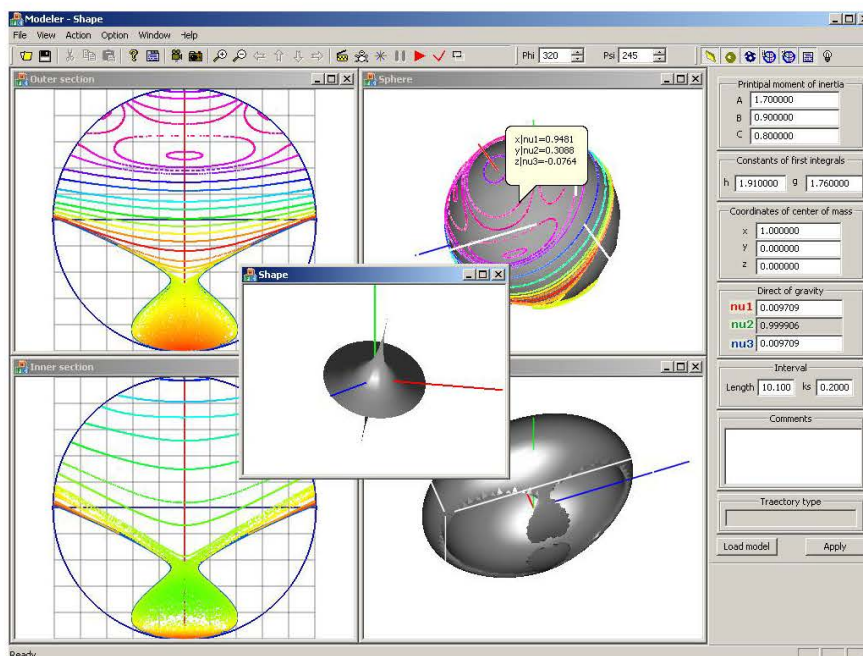


Рисунок 2 – Общий вид программ

Система реализована с использованием графической библиотеки OpenGL, что позволяет достаточно наглядно отображать результаты работы. Помимо основных вычислительных функций, программа обладает удобным интерфейсом, позволяющим гибко настраивать программу, а также «Панель инструментов», содержащая основные функции программы, позволяющая пользователю достаточно быстро выполнить необходимые ему действия. С использованием этой библиотеки, были реализованы функции настройки освещения и текстурирования, с целью более качественного изображения огибающих, сечений, моделей объектов и сфер Пуассона (рис. 2).

Функции построения огибающей поверхности реализованы с высокой точностью, что позволяет получать достаточно точные и наглядные модели (рис. 3), над которы-



ми существует возможность производить различные операции, например, отсечение плоскостью, масштабирование, поворот и т.д.

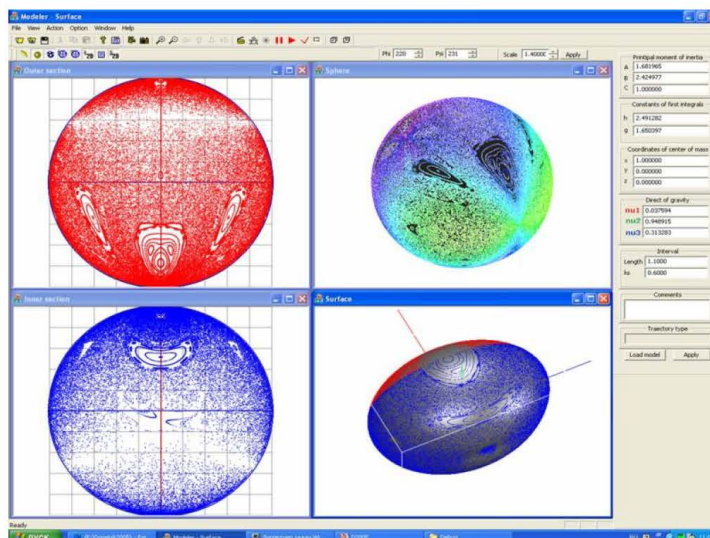


Рисунок 3 – Использование освещения и текстур

В программе также была реализована функция визуализации движения твердого тела с неподвижной точкой для наглядной демонстрации всех его траекторий. Эта функция не привязана к определенному объекту, т.к. в программе реализована функция загрузки 3DS-файла, поэтому пользователь может загрузить любой интересный его объект и пронаблюдать за ним (рис. 4).

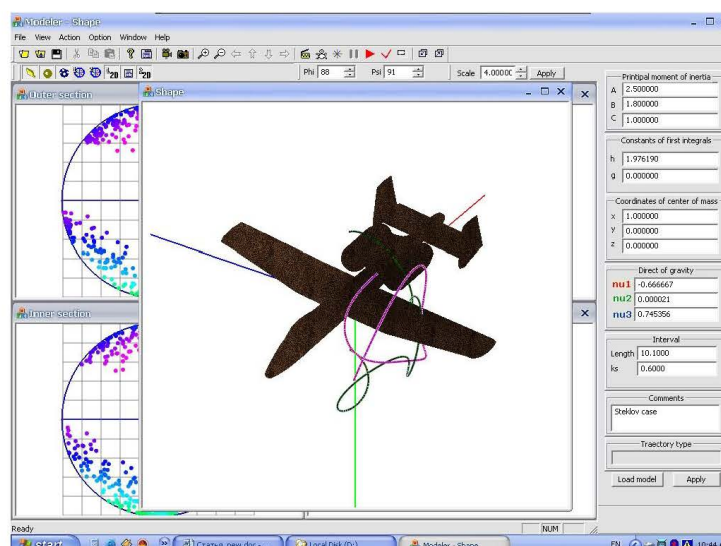


Рисунок 4 – Общий вид программы с загруженной моделью самолета

Одной из важных функций программы является сохранение результатов построения в видеофайл. Возможно, пользователю будет необходимо следить за построением сечений достаточно долгое время, но при этом у него не будет такой возможности. Ему достаточно будет включить сохранение изображения в видео, через такой промежуток времени, какой ему нужно. Позже он сможет посмотреть результаты построения в считанные секунды в тех моментах, какие ему будут интересны.

Система компьютерного моделирования также обладает возможностью сохранения-загрузки просчитанных результатов. Данная система является уникальной.

Так как просчитываемые массивы данных очень велики и их просчет занимает долгое время и большие объемы оперативной памяти, которой не всегда может быть достаточно для отображения всей полноты результатов, в программе реализована функция сохранения результатов данных на жесткий диск «по частям».

Пользователь самостоятельно выбирает количество точек либо промежутков времени, через который необходимо сохранить данные на диск. Программа автоматически будет выполнять эти действия, что предотвращает потерю данных, даже вследствие перепада напряжения. Данные в файл могут дописываться постоянно, т.е. после работы с программой, пользователь сохраняет результаты и завершает работу. При работе с программой в следующий раз, он просто загружает свои сохраненные данные и они тут же отображаются на экране. Пользователь продолжает расчет с последней просчитанной точки, а не заново, что дает более детальные результаты и не требует дополнительных затрат времени.

## Выводы

Создание универсальной интерактивной компьютерной системы позволило проводить качественный и графический анализ поведения динамических систем с помощью: расчета основных динамических характеристик вращающегося тела, компьютерного моделирования и визуализации движения тела в подвижном и неподвижном пространствах, построения фазовых портретов, построения сечений Пуанкаре, построения поверхности, огибающей фазовые траектории. В процессе разработки решены проблемы, связанные с обработкой больших объемов данных, а также сложности визуализации огибающих поверхностей с нанесенными на них сечениями Пуанкаре.

## Литература

1. Gashenko I.N., Richter P.H., Schmidt S. The study of non-integrable rigid body problems. – 2004. – P. 6-7.
2. Гашененко И.Н. Огибающие поверхности в задаче о движении тяжелого гиростата // Механика твердого тела. – 2002. – Вып. 32. – С. 39-49.
3. Ручкин К.А. Методы компьютерного моделирования и анализа решений задач хаотической динамики // Искусственный интеллект. – 2004. – № 4. – С. 175-181.
4. Ручкин К.А., Трофимов В.В. Численный анализ характеристических показателей системы уравнений Эйлера – Пуассона // Искусственный интеллект. – 2005. – № 2. – С. 56-64.
5. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1974.
6. Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. – Ижевск: Удм. ун-т, 1999. – Т. 2.
7. Каток С.Б. Бифуркационные множества и интегральные многообразия в задаче о движении тяжелого твердого тела // Успехи мат. наук. – 1972. – Вып. 2.
8. Гашененко И.Н., Лапенко С.В., Ручкин К.А. Визуальное моделирование хаотической динамики тяжелого твердого тела // Труды укр. матем. конгресса. – 2001. – С. 14-15.
9. Ручкин К.А. Компьютерное моделирование динамики твердого тела с неподвижной точкой // Классические задачи динамики твердого тела. – 2004. – С. 48-49.

*К.А. Ручкин*

### **Development Computer System of Modeling and Analysis of Poincare Sections**

In the present papers of an envelope of a surface with the help of the designed multifunction interactive computer system working in a mode of substantial calculations are prolonged initiated in [1-4]. By development of the computer system such composite computational problems, as are decided: a numerical integration of equations of motion at the arbitrary initial conditions and parameters, construction of phase sections of integral varieties and their projections, construction of phase trajectories and an envelope of a surface, visualization of conduct, conservation - loading of large scale arrays of data, etc. The Introduced program ministers the universal tool for study of some other dynamic systems.

*Статья поступила в редакцию 17.10.2008.*