

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПНЕВМОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТРАКТАХ НАСОСНО-ЭРЛИФТНОЙ УСТАНОВКИ В ПЕРИОД ПУСКА

Логвинов Н.Г. докт. техн. наук, проф.,

Игнатов А.В. канд. тех. наук, доц.,

Донецкий государственный технический университет

Исследованы переходные процессы в пневмогидравлических трактах насосно-эрлифтной установки в период пуска.

The transients in pneumohydraulic pathes of pump-air-lift installation are investigated during start-up.

Рассмотрим переходные процессы в пневмогидравлических трактах насосно-эрлифтной установки, схема которой приведена на рисунке, где 1 – нагнетательный трубопровод насоса и питающий трубопровод эрлифта; 2 – подъемная труба; 3 – питающий воздухопровод.

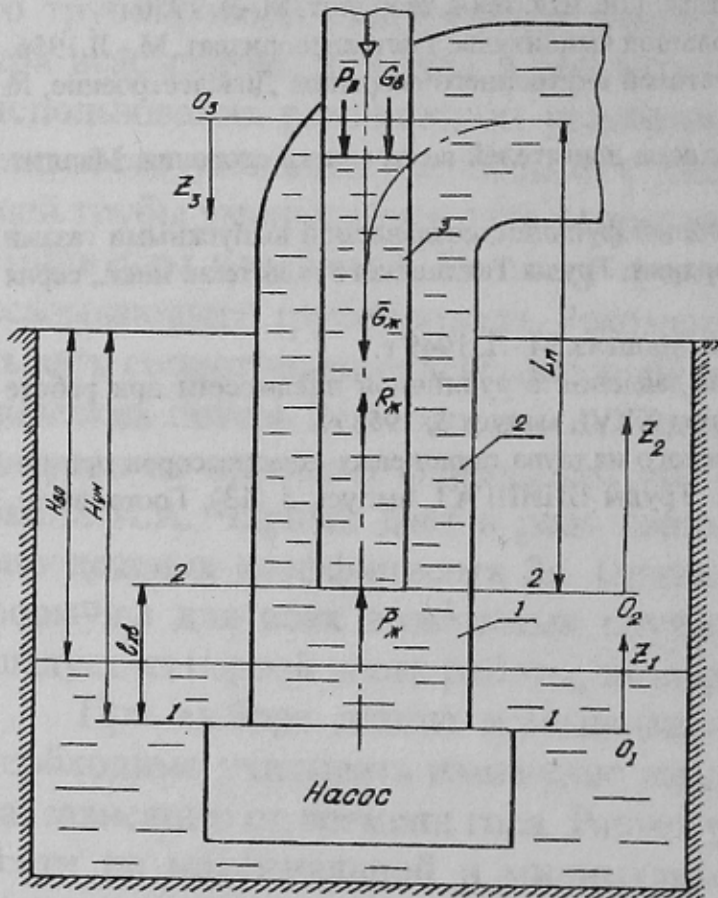


Рисунок – Расчетная схема насосно-эрлифтной установки

Переходные процессы в период пуска рассматриваются в предположении, что насос уже работает и начинает осуществляться подача сжатого воздуха в воздухопровод эрлифта. Исследуется период вытеснения жидкости из воздухопровода сжатым воздухом вплоть до его прорыва через смеситель в подъемную трубу эрлифта. При этом насос трактуется как безинерционное звено.

Движение жидкости в подводящем трубопроводе описывается при помощи уравнения Бернулли для неустановившегося движения [1]. Для подводящего трубо-

провода это уравнение имеет вид

$$H_H + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = l_{xв} + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} + \Delta h_{ном} + \alpha_0 \frac{l_{xв}}{g} \frac{dV_1}{dt}, \quad (1)$$

где H_H -напор, развиваемый насосом, м; p_1 -гидростатическое давление в сечении 1-1, Па; V_1 -скорость жидкости в подводящем трубопроводе, м/с; ρ - плотность жидкости, кг/м³; g -ускорение свободного падения, м/с²; α - коэффициент Кориолиса; α_0 - коэффициент Буссинеска; $l_{xв}$ - длина подводящего трубопровода, м; p_2 -гидростатическое давление в сечении 2-2, Па; $\Delta h_{ном}$ - потери напора в подводящем трубопроводе, м; t - время, с.

По рекомендациям, приведенным в [1], принимаем $\alpha \approx 1$, $\alpha_0 \approx 1$.

Для определения $\Delta h_{ном}$ применяется зависимость

$$\Delta h_{ном} = \lambda_1 \frac{l_{xв}}{d_{xв}} \cdot \frac{V_1^2}{2g}, \quad (2)$$

где λ_1 - коэффициент гидравлического трения для подводящего трубопровода; $d_{xв}$ - диаметр подводящего трубопровода, м.

Напор, развиваемый центробежным насосом, выражается зависимостью [2]

$$H_H = e_0 + e_1 Q + e_2 Q^2 = e_0 + e_1 F_{xв} V_1 + e_2 (F_{xв} V_1)^2, \text{ Па} \quad (3)$$

где Q -подача насоса, м³/с; $F_{xв}$ - площадь сечения подводящего трубопровода, м².

С учетом выбранной оси отсчета Z_1

$$p_1 = \rho g (H_{ун} - H_{во} - z_1 \frac{F_{xв}}{F_{ств}}), \text{ Па} \quad (4)$$

где $H_{ун}$ - глубина установки насоса, м; $H_{во}$ - уровень воды в стволе перед пуском, м; $F_{ств}$ - площадь поперечного сечения ствола, м².

С учетом (2)...(4) уравнение (1) преобразуется в следующее выражение

$$e_0 + e_1 F_{xв} \dot{Z}_1 + e_2 (F_{xв} \cdot \dot{Z}_1)^2 + H_{ун} - H_{во} - Z_1 \frac{F_{xв}}{F_{ств}} = \\ = l_{xв} + \frac{p_2}{\rho g} + \lambda_1 \frac{l_{xв}}{d_{xв}} \cdot \frac{\dot{Z}_1^2}{2g} + l_{xв} \frac{\ddot{Z}_1}{2g}$$

или, после преобразования,

$$D_1 \ddot{Z}_1 + D_2 \dot{Z}_1^2 + D_3 \dot{Z}_1 + D_4 Z_1 = p_2 + D_5, \quad (5)$$

где $D_1 = -\rho \cdot l_{xв}, \quad D_2 = -\rho \cdot g(e_2 F_{xв}^2 - \lambda_1 \frac{l_{xв}}{2gd_{xв}}),$

$$D_3 = -\rho g e_1 F_{xв}, \quad D_4 = \rho g \frac{F_{xв}}{F_{сгв}},$$

$$D_5 = -\rho g(e_0 + H_{ун} - H_{во} - l_{xв}).$$

Для подъемного трубопровода уравнение Бернулли имеет вид

$$\frac{p_2}{\rho g} + \alpha \frac{V_2^2}{2g} = L_n + \lambda_2 \frac{L_n}{d_n} \cdot \frac{V_2^2}{2g} + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + \alpha_0 \frac{L_n}{g} \cdot \frac{dV_2}{dt}, \quad (6)$$

где λ_2 - коэффициент гидравлического трения для подъемной трубы; V_2 - скорость движения жидкости в подъемной трубе, м/с.

С учетом принятой оси отсчета Z_2 и выполненных преобразований уравнение (6) принимает вид

$$M_1 \ddot{Z}_2 + M_2 \dot{Z}_2^2 = p_2 + M_3, \quad (7)$$

где $M_1 = \rho \cdot L_n, \quad M_2 = \lambda_2 \frac{L_n}{d_g} \cdot \rho \cdot g, \quad M_3 = -\rho \cdot g L_n.$

Для составления дифференциального уравнения движения жидкости в воздухопроводе используем уравнение динамики тела переменной массы, записанное в проекциях на ось Z_3 /3-4/

$$m \ddot{Z}_3 = \sum F_{kz_3}^e + \frac{dm}{dt} \cdot U_{z_3}, \quad (8)$$

где m - масса жидкости в воздухопроводе, кг; Z_3 - координата свободной поверхности жидкости в воздухопроводе; $\sum F_{kz_3}^e$ - сумма проекций на ось Z_3 внешних сил, действующих на движущуюся в воздухопроводе жидкость, Н; U_{z_3} - проекция на ось Z_3 вектора скорости движущейся в воздухопроводе массы воды в процессе ее отделения, м/с.

Переменная масса жидкости в воздухопроводе

$$m = \rho \cdot (L_n - Z_3) F_{сз}, \quad (9)$$

где $F_{сз}$ - площадь поперечного сечения воздухопровода, м².

Отсюда

$$\frac{dm}{dt} = -\rho \cdot \dot{Z}_3 F_{\text{вз}}, \quad (10)$$

$$\sum F_{kz_3}^e = P_{\text{вз}} + G_{\text{в}} + G_{\text{жс}} - P_{\text{жс}} - R_{\text{жс}},$$

где $P_{\text{вз}}$ - сила давления сжатого воздуха, Н; $G_{\text{в}}$ - сила тяжести объема воздуха, Н; $G_{\text{жс}}$ - сила тяжести объема жидкости, Н; $P_{\text{жс}}$ - сила давления, действующая на массу жидкости в воздухопроводе со стороны подводящего трубопровода; $R_{\text{жс}}$ - сила сопротивления движению жидкости в воздухопроводе, Н.

Давление сжатого воздуха на верхнюю поверхность жидкости $P_{\text{вз}} = P_{\text{в}} \cdot F_{\text{вз}}$, где $P_{\text{в}}$ - избыточное давление сжатого воздуха, Па.

Считая, что подача сжатого воздуха компрессором объемного действия есть величина постоянная, получим

$$P_{\text{в}} = \frac{V_0}{\dot{Z}_3} \cdot \frac{P_a}{F_{\text{вз}}} - P_a, \quad (11)$$

где V_0 - производительность компрессора при атмосферном давлении $P_a = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$, $\text{м}^3/\text{с}$.

$$G_{\text{жс}} = \rho \cdot g(L_n - Z_3)F_{\text{вз}}, \quad (12)$$

$$G_{\text{в}} = \rho_{\text{вз}} g Z_3 F_{\text{вз}},$$

где $\rho_{\text{вз}}$ - плотность сжатого воздуха, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Принимаем

$$\rho_{\text{вз}} = \rho_0 \cdot \frac{P_{\text{в}} + P_a}{P_a} = \rho_0 \cdot \frac{V_0}{\dot{Z}_3 F_{\text{вз}}},$$

где ρ_0 - плотность воздуха при нормальных условиях, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Тогда
$$G_{\text{в}} = \rho_0 V_0 g \frac{Z_3}{\dot{Z}_3}, \quad (13)$$

$$P_{\text{жс}} = P_2 F_{\text{вз}}, \quad (14)$$

$$R_{\text{жс}} = \lambda_3 \frac{L_n - Z_3}{d_{\text{вз}}} \cdot \frac{\dot{Z}_3^2}{2} \rho \cdot F_{\text{вз}}, \quad (15)$$

где λ_3 - коэффициент гидравлического сопротивления при движении жидкости в воздухопроводе; $d_{\text{вз}}$ - диаметр воздухопровода, м.

Подставив (9)...(15) в (8), получим

$$(10) \quad \ddot{Z}_3 = \frac{1}{(N_1 + N_2 Z_3)} \cdot \left(\frac{N_3}{\dot{Z}_3} + N_4 \frac{Z_3}{\dot{Z}_3} + N_6 Z_3^2 + N_8 + N_9 P_2 \right) + N_5 + N_7 \dot{Z}_3^2, \quad (16)$$

где $N_1 = \rho \cdot L_n F_{\text{вз}}$, $N_2 = -\rho \cdot F_{\text{вз}}$,

$N_3 = V_0 P_a$, $N_4 = \rho_0 V_0 g$,

$N_5 = g$, $N_6 = -\rho \cdot F_{\text{вз}}$, $N_7 = -\lambda_3 / (2d_{\text{вз}})$,

$N_8 = -P_a F_{\text{вз}}$, $N_9 = -F_{\text{вз}}$.

Таким образом, с учетом уравнения неразрывности потока движение жидкости в пневмогидравлических трактах насосно-эрлифтной установки описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 \ddot{Z}_1 + D_2 \dot{Z}_1^2 + D_3 \dot{Z}_1 + D_4 Z_1 = P_2 + D_5, \\ M_1 \ddot{Z}_2 + M_2 \dot{Z}_2^2 = P_2 + M_3, \\ \ddot{Z}_3 = \frac{1}{(N_1 + N_2 Z_3)} \cdot \left(\frac{N_3}{\dot{Z}_3} + N_4 \frac{Z_3}{\dot{Z}_3} + N_6 \dot{Z}_3^2 + N_8 + N_9 P_2 \right) + N_5 + N_7 \dot{Z}_3^2, \\ \dot{Z}_1 F_{xв} + \dot{Z}_3 F_{\text{вз}} = \dot{Z}_2 F_n, \end{array} \right.$$

Список источников.

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика: Учебник для вузов. - Л. Энергоиздат, 1982. - 672с.
2. Игнатов А.В., Бондарь Ю.В. Определение коэффициентов уравнений, аппроксимирующих характеристические кривые шахтных насосов/ВНИГМ им. М.М.Федорова. - Донецк, 1980 - 5с. - Деп. в ЦНИЭИуголь 04.08.80, №1834.
3. Мещерский И.В. Работы по механике тел переменной массы.-М. - Л.: Гостехтеориздат, 1949.-270 с.
4. Петров Г.А. Гидравлика переменной массы Харьков: ХГУ, 1964.-224с.