

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КАНАЛЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

Смирнов В.А., канд. тех. наук., доц.,
Донецкий государственный технический университет

В безындукционном приближении решена задача о распределении электрического поля в прямоугольном канале устройства для выщелачивания. Канал конечной длины заполнен двумя несмешивающимися жидкостями с различной проводимостью. Уравнение Лапласа решено методом разделения переменных в виде бесконечных рядов по тригонометрическим и гиперболическим функциям.

In non-inductive approach is solved a task of distribution of electric field in rectangular device canal for leach. A Canal of final length filled by two non-mixed liquids with diverse conductivity. Equalisation Laplace solved by division method of endless rows variable in appearance on trigonometrically and hyperbolic functions

Рассматривается задача о распределении электрического поля в прямоугольном канале конечной длины, заполненном неподвижными несмешивающимися жидкостями с различной проводимостью (рис.1).

Стенки канала неэлектропроводны, ток I вводится электродами конечных размеров через противоположные стенки канала, плотность тока в электродах однородна и постоянна.

Такой случай может быть реализован, например, при выщелачивании руд кислотами в поле электрического тока, когда концентрация взвешенных частиц и проводимость раствора изменяются по высоте канала.

При решении задачи приняты следующие допущения:

- жидкость в канале неподвижна,
- проводимость жидкости в слое изотропна.

При принятых допущениях потенциал электрического поля в областях 1 и 2, вследствие малой величины индуцированных токов, будет удовлетворять уравнению Лапласа

$$\nabla^2 U_{1,2} = 0 \quad (1)$$

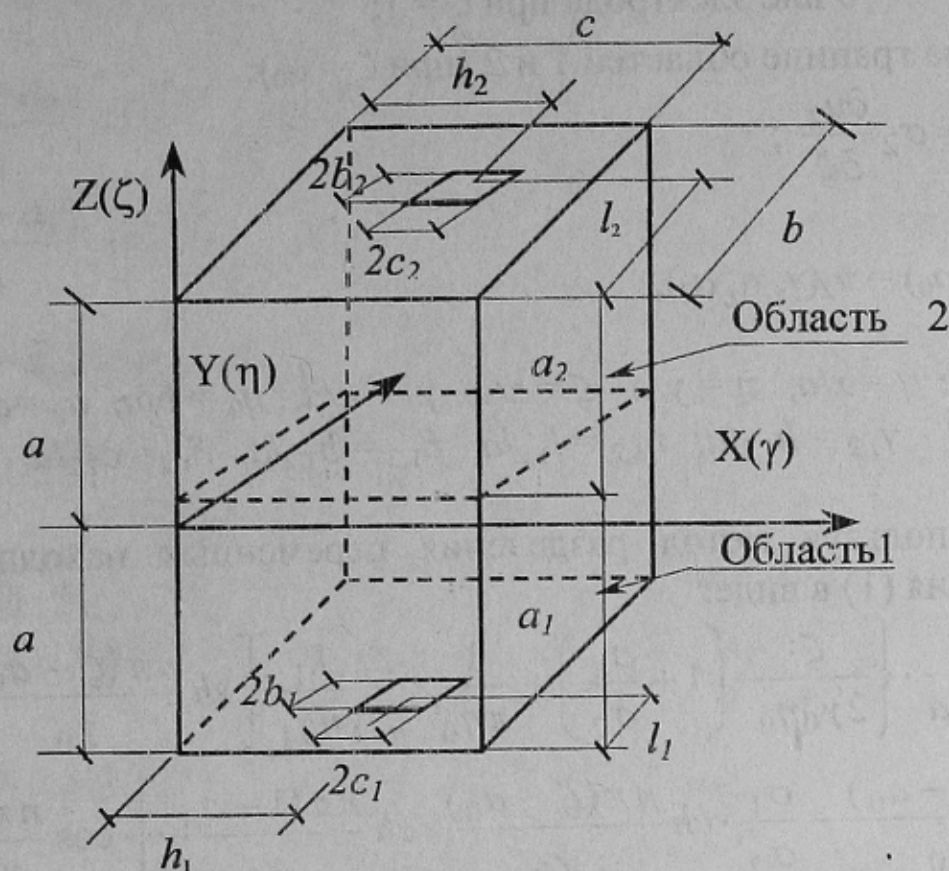


Рисунок 1 – Расчетная схема

при следующих граничных условиях:

- область 1:

$$\frac{\sigma_1}{a} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial \gamma} = 0 \quad \text{при } \gamma = 0 \text{ и } \gamma = \gamma_0; \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_1}{a} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial \eta} = 0 \quad \text{при } \eta = 0 \text{ и } \eta = \eta_0; \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_1}{a} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial \zeta} = \begin{cases} +j_1 & \text{при } \gamma_1 - \delta_1 \leq \gamma \leq \gamma_1 + \delta_1, \eta_1 - \beta_1 \leq \eta \leq \eta_1 + \beta_1, \zeta = -1; \end{cases} \quad (4)$$

$$0 \quad \text{вне электрода при } \zeta = -1; \quad (5)$$

- область 2:

$$\frac{\sigma_2}{a} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial \gamma} = 0 \quad \text{при } \gamma = 0 \text{ и } \gamma = \gamma_0; \quad (6)$$

$$\frac{\sigma_2}{a} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial \eta} = 0 \quad \text{при } \eta = 0 \text{ и } \eta = \eta_0; \quad (7)$$

$$\frac{\sigma_2}{a} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial \zeta} = \begin{cases} +j_2 & \text{при } \gamma_2 - \delta_2 \leq \gamma \leq \gamma_2 + \delta_2, \eta_2 - \beta_2 \leq \eta \leq \eta_2 + \beta_2, \zeta = 1; \end{cases} \quad (8)$$

$$0 \text{ вне электрода при } \zeta = 1; \quad (9)$$

- на границе областей 1 и 2 (при $\zeta = a_0$):

$$\sigma_1 \frac{\partial u_1}{\partial \zeta} = \sigma_2 \frac{\partial u_2}{\partial \zeta}; \quad (10)$$

$$u_1(\gamma, \eta, a_0) = u_2(\gamma, \eta, a_0), \quad (11)$$

где $\gamma = x/a$, $\eta = y/a$, $\zeta = z/a$, $\gamma_0 = c/a$, $\eta_0 = b/a$, $a_0 = a_1/a$,
 $\gamma_{1,2} = h_{1,2}/a$, $\eta_{1,2} = l_{1,2}/a$, $\beta_{1,2} = b_{1,2}/a$, $\delta_{1,2} = c_{1,2}/a$.

Используя метод разделения переменных находим решение уравнения (1) в виде:

$$U_1 = \frac{I}{\sigma_1 a} \cdot \left\{ \frac{\zeta}{2\gamma_0 \eta_0} \cdot \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) + \frac{1}{\pi \eta_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1}{n \tau_1} \cdot \left[\operatorname{sh} \frac{n\pi(\zeta - a_0)}{\gamma_0} \times \right. \right. \\ \left. \left. \operatorname{sh} \frac{n\pi(1 - a_0)}{\gamma_0} - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \operatorname{ch} \frac{n\pi(\zeta - a_0)}{\gamma_0} \cdot \operatorname{ch} \frac{n\pi(1 - a_0)}{\gamma_0} \right] \cdot \cos \frac{n\pi\gamma}{\gamma_0} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi\gamma_0} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_2}{m \tau_2} \cdot \left[\operatorname{sh} \frac{m\pi(\zeta - a_0)}{\eta_0} \cdot \operatorname{sh} \frac{m\pi(1 - a_0)}{\eta_0} - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{ch} \frac{m\pi(\zeta - a_0)}{\eta_0} \cdot \operatorname{ch} \frac{m\pi(1 - a_0)}{\eta_0} \right] \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} + \frac{2}{\gamma_0 \eta_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_3}{P_{nm} \tau_3} \times \right. \\ \left. \times \left[\operatorname{sh} p_{nm}(\zeta - a_0) \cdot \operatorname{sh} p_{nm} \times (1 - a_0) - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \operatorname{ch} p_{nm}(\zeta - a_0) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{ch} p_{nm}(1 - a_0) \right] \cos \frac{n\pi\gamma}{\gamma_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} \right\} \quad (12)$$

$$U_2 = -\frac{I}{\sigma_2 a} \cdot \left\{ -\frac{\zeta}{2\gamma_0 \eta_0} \cdot \left(1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) + \frac{1}{\pi \eta_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1}{n \tau_1} \cdot \operatorname{ch} \frac{n\pi(1 - \zeta)}{\gamma_0} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma}{\gamma_0} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi\gamma_0} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_2}{m \tau_2} \cdot \operatorname{ch} \frac{m\pi(1 - \zeta)}{\eta_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} + \frac{2}{\gamma_0 \eta_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_3}{P_{nm} \tau_3} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch} p_{nm}(1 - \zeta) \cdot \cos \frac{n\pi\gamma}{\gamma_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} \right\} \quad (13)$$

где

$$\tau_1 = sh \frac{n\pi(1-a_0)}{\gamma_0} \cdot ch \frac{n\pi(1+a_0)}{\gamma_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot ch \frac{n\pi(1-a_0)}{\gamma_0} \cdot sh \frac{n\pi(1+a_0)}{\gamma_0}$$

$$\tau_2 = sh \frac{m\pi(1-a_0)}{\eta_0} \cdot ch \frac{m\pi(1+a_0)}{\eta_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot ch \frac{m\pi(1-a_0)}{\eta_0} \cdot sh \frac{m\pi(1+a_0)}{\eta_0} \quad (14)$$

$$\tau_3 = sh p_{nm}(1-a_0) \cdot ch p_{nm}(1+a_0) + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot ch p_{nm}(1-a_0) \cdot sh p_{nm}(1+a_0)$$

$$k_1 = \cos \frac{n\pi\gamma_1}{\gamma_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_1 / \gamma_0}{n\pi\delta_1 / \gamma_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma_2}{\gamma_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_2 / \gamma_0}{n\pi\delta_2 / \gamma_0}$$

$$k_2 = \cos \frac{m\pi\eta_1}{\eta_0} \cdot \frac{\sin m\pi\beta_1 / \eta_0}{m\pi\beta_1 / \eta_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{m\pi\eta_2}{\eta_0} \cdot \frac{\sin m\pi\beta_2 / \eta_0}{m\pi\beta_2 / \eta_0} \quad (15)$$

$$k_3 = \cos \frac{n\pi\gamma_1}{\gamma_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta_1}{\eta_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_1 / \gamma_0}{n\pi\delta_1 / \gamma_0} \cdot \frac{\sin m\pi\beta_1 / \eta_0}{m\pi\beta_1 / \eta_0} +$$

$$+ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma_2}{\gamma_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta_2}{\eta_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_2 / \gamma_0}{n\pi\delta_2 / \gamma_0} \cdot \frac{\sin m\pi\beta_2 / \eta_0}{m\pi\beta_2 / \eta_0}$$

$$p = [(n/\gamma_0)^2 + (m/\eta_0)^2]^{0,5} \quad (16)$$

При одинаковых размерах контактных площадок ($\delta_1=\delta_2=\delta$; $\beta_1=\beta_2=\beta$; $\eta_1=\eta_2=\eta$) выражения (15) примут вид:

$$k_1 = \frac{\sin n\pi\delta / \gamma_0}{n\pi\delta / \gamma_0} \left(\cos \frac{n\pi\gamma_1}{\gamma_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma_2}{\gamma_0} \right)$$

$$k_2 = 0 \quad (17)ë$$

$$k_3 = \frac{\sin n\pi\delta / \gamma_0}{n\pi\delta / \gamma_0} \cdot \frac{\sin m\pi\beta / \eta_0}{m\pi\beta / \eta_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} \cdot \left(\cos \frac{n\pi\gamma_1}{\gamma_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma_2}{\gamma_0} \right)$$

В двумерном случае ($2b_1=2b_2=b$) имеем:

$$k_1 = \frac{\sin n\pi\delta / \gamma_0}{n\pi\delta / \gamma_0} \left(\cos \frac{n\pi\gamma_1}{\gamma_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma_2}{\gamma_0} \right);$$

$$k_2 = 0;$$

$$k_3 = 0. \quad (18)$$

При малой величине контактных площадок ($\delta \ll 1$):

$$\begin{aligned} k_1 &= \cos \frac{n\pi\gamma_1}{\gamma_0} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma_2}{\gamma_0}; \\ k_2 &= 0; \\ k_3 &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Если жидкость однородна, выражения (12) и (13) примут вид:

$$\begin{aligned} U = & -\frac{I}{\sigma a} \cdot \left\{ \frac{\zeta}{\gamma_0 \eta_0} + \frac{1}{\pi \eta_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1}{n} \cdot \frac{\text{ch}[n\pi(1-\zeta)]/\gamma_0}{\text{sh}2n\pi/\gamma_0} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma}{\gamma_0} + \right. \\ & + \frac{1}{\pi\gamma_0} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_2}{m} \cdot \frac{\text{ch}[m\pi(1-\zeta)]/\eta_0}{\text{sh}2m\pi/\eta_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} + \frac{2}{\gamma_0 \eta_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_3}{P_{nm}} \times \\ & \left. \times \frac{\text{ch}p_{nm}(1-\zeta)}{\text{sh}2p_{nm}} \cdot \cos \frac{n\pi\gamma}{\gamma_0} \cdot \cos \frac{m\pi\eta}{\eta_0} \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

При прохождении электрического тока через проводящую жидкость, находящуюся в канале устройства для выщелачивания согласно закону Джоуля-Ленца в ней выделяется некоторое количество тепла:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial U}{\partial t} \cdot It, \quad (21)$$

которое может быть определено при совместном решении уравнений (12), (13) и (21).

Полученные выражения позволяют осуществить выбор электрических и технологических параметров канала устройства для выщелачивания с целью эффективного воздействия на обрабатываемую систему.

Список источников.

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики.- М.: Высшая школа, 1970. - 712 с.
2. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля.- М.: Энергия, 1968. - 488 с.