

УДК 681.542

**Н.Н. Чернышев**

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк  
кафедра автоматике и телекоммуникаций  
E-mail: [kolyachernishov@mail.ru](mailto:kolyachernishov@mail.ru)

## МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ СЕРНИСТОГО АНГИДРИДА В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

### *Аннотация*

**Чернышев Н.Н.** Модель процесса получения сернистого ангидрида в пространстве состояний. Разработаны модели технологических участков процесса получения сернистого ангидрида в пространстве состояний. Проведено исследование технологических модулей как локальных объектов управления на выполнение условий наблюдаемости и управляемости.

**Ключевые слова:** сернистый ангидрид, пространство состояний, управляемость, наблюдаемость.

**Введение.** Технологический процесс получения сернистого ангидрида в схеме производства серной кислоты методом мокрого катализа с точки зрения теории автоматического управления является многомерным многосвязным объектом [1], для которого возможен синтез системы управления на основе современных методов управления в пространстве состояний. Эффективное управление рассматриваемым технологическим процессом возможно только в результате сочетания определенных свойств системы управления, обеспечивающей режимы работы в области оптимальных параметров и, в то же время, восприимчивой к управляющим воздействиям и робастной “грубой” по отношению к изменению параметров и действию внешних возмущений. Представление математической модели в пространстве состояний позволит описать и учитывать кроме внешних переменных (входной, выходной и возмущений), а и все внутренние переменные системы. Дополнительными аргументами в пользу моделирования системы в переменных состояний являются следующие [2,3,4]:

- модель в переменных состояний для системы высокого порядка позволяет легко решать задачи анализа и синтеза с помощью ЭВМ;
- модель в переменных состояний предоставляет больше информации об объекте управления (о его внутренних переменных) следовательно, процедура проектирования системы управления может быть выполнена более эффективно, нежели при использовании передаточной функции;
- почти все методы проектирования оптимальных и робастных систем управления основаны на использовании моделей в переменных состояний.

**Цель работы.** Получение описания процессов протекающих в установке сжигания сероводородного газа в технологической схеме производства серной кислоты методом мокрого катализа.

**Постановка задачи.** Для достижения поставленной цели необходимо для каждого технологического участка рассматриваемого процесса получить уравнения взаимосвязи управляющих, возмущающих, внутренних и выходных переменных в пространстве параметров состояний.

**Получение математической модели.** В общем случае объект управления описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в переменных состояний.

Если же предположить, что уравнения динамики линейны относительно переменных состояния, управляющих и возмущающих воздействий, то их можно привести к виду [2,5]

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + B_1\bar{w}(t) + B_2\bar{u}(t), \\ \bar{z}(t) = C_1\bar{x}(t) + D_{11}\bar{w}(t) + D_{12}\bar{u}(t), \\ \bar{y}(t) = C_2\bar{x}(t) + D_{21}\bar{w}(t) + D_{22}\bar{u}(t). \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{x}(t)$  –  $n$ -мерный вектор переменных состояния;

$\bar{u}(t)$  –  $m$ -мерный вектор управляющих воздействий;

$\bar{w}(t)$  –  $r$ -мерный вектор входных возмущений;

$\bar{y}(t)$  –  $p$ -мерный вектор выходных переменных;

$\bar{z}(t)$  –  $k$ -мерный вектор управляемых выходов;

$A$  – квадратная матрица динамики объекта, размерности  $(n \times n)$ ;

$B_1, B_2$  – матрица коэффициентов входных возмущений,  $(n \times r)$  и управляющих воздействий, размерности  $(n \times m)$ ;

$C_1, C_2$  – матрицы измерения выходных величин, размерности  $(k \times n)$  и  $(p \times n)$ ;

$D_{11}, D_{21}, D_{12}$  и  $D_{22}$  – матрицы обхода, размерности  $(k \times r)$ ,  $(p \times r)$ ,  $(k \times m)$  и  $(p \times m)$ .

Систему уравнений (1) можно представить в виде векторно-матричной схемы представленной на рис. 1.

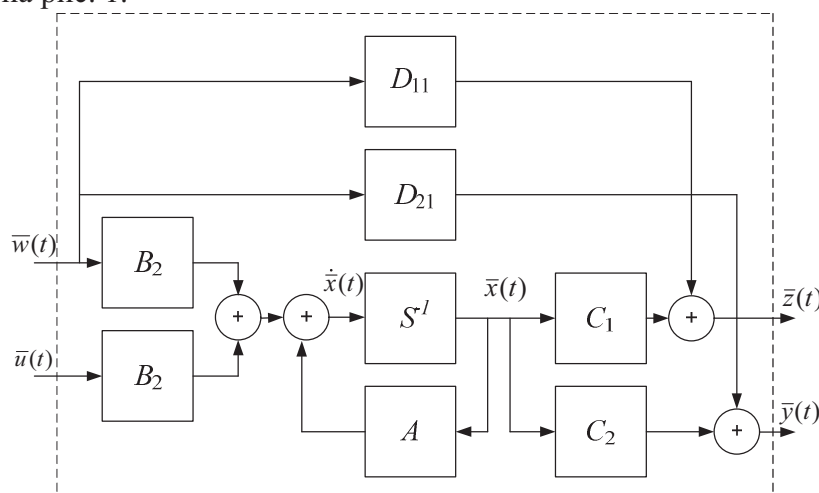


Рисунок 1 - Векторно-матричная схема объекта в пространстве состояния

Математическое описание процесса получения сернистого ангидрида состоящего из технологических участков: печь-котла, камеры дожигания и смешения получены на основании уравнений материального и теплового балансов, представленных в дифференциальном виде и описывающих динамику процесса. При выводе уравнений математической модели принят гидродинамический режим идеального перемешивания, температура изменяется линейно по длине аппарата и коэффициент теплоотдачи теплоносителей постоянен [6]. Поскольку поддержка стационарного режима работы установки предполагает малые отклонения параметров от их стационарных значений, имеет смысл применить линейную аппроксимацию для линеаризации нелинейных элементов, входящих в состав установки. Непрерывную функцию в окрестности рабочей точки можно разложить в ряд Тейлора и отбрасывая члены разложения выше первого порядка малости.

Введем обозначения отклонений переменных от установившихся значений:

1) для печь-котла:

- переменные состояния:

$$x_{1(1)} = T_2 - T_2^0, \quad x_{2(1)} = T_{cm} - T_{cm}^0, \quad x_{3(1)} = T_{n.z.1} - T_{n.z.1}^0, \quad x_{4(1)} = T_{nap} - T_{nap}^0,$$

$$x_{5(1)} = G_{n.z.1} - G_{n.z.1}^0.$$

- управляющие воздействия:

$$u_{1(1)} = G_{\text{возд}1} - G_{\text{возд}1}^0, \quad u_{2(1)} = G_{\text{вод}} - G_{\text{вод}}^0.$$

- возмущения:

$$d_{1(1)} = G_{\text{мон}} - G_{\text{мон}}^0, \quad d_{2(1)} = T_{\text{возд}} - T_{\text{возд}}^0.$$

- выходные переменные:

$$y_{1(1)} = T_{n.z.1} - T_{n.z.1}^0, \quad y_{2(1)} = G_{n.z.1} - G_{n.z.1}^0, \quad y_{3(1)} = T_{\text{нар}} - T_{\text{нар}}^0.$$

Уравнения динамики для переменных  $x_{1(1)}$ ,  $x_{2(1)}$ ,  $x_{3(1)}$ ,  $x_{4(1)}$  и  $x_{5(1)}$  равны

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1(1)} = & -\frac{G_{n.z.1}^0 c_{n.z.1}}{V c_{n.z.1}} x_{1(1)} - \frac{c_{n.z.1} T_z^0}{V c_{n.z.1}} x_{5(1)} + \frac{T_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}}}{V c_{n.z.1}} u_{1(1)} + \\ & + \frac{c_{\text{мон}} T_{\text{мон}} + q_{\text{см}1}}{V c_{n.z.1}} d_{1(1)} + \frac{G_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}}}{V c_{n.z.1}} d_{2(1)}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{x}_{2(1)} = \frac{\alpha F}{2 M_{\text{см}} c_{\text{см}}} x_{1(1)} - \frac{2 \alpha F}{M_{\text{см}} c_{\text{см}}} x_{2(1)} + \frac{\alpha F}{2 M_{\text{см}} c_{\text{см}}} x_{3(1)} - \frac{\alpha F}{2 M_{\text{см}} c_{\text{см}}} x_{4(1)}. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{3(1)} = & -\frac{G_{n.z.1}^0 c_{n.z.1} + k_m F_1}{V_m c_{n.z.1}} x_{3(1)} - \frac{c_{n.z.1} T_{n.z.1}^0}{V_m c_{n.z.1}} x_{5(1)} + \frac{T_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}}}{V_m c_{n.z.1}} u_{1(1)} + \\ & + \frac{c_{\text{вод}} T_{\text{вод}} - i_{\text{м}}}{V_m c_{n.z.1}} u_{2(1)} + \frac{c_{\text{мон}} T_{\text{мон}} + q_{\text{см}1}}{V_m c_{n.z.1}} d_{1(1)} + \frac{G_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}} + k_m F_1}{V_m c_{n.z.1}} d_{2(1)}. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\dot{x}_{4(1)} = \frac{\alpha F}{V_{\kappa} c_{\text{нар}}} x_{2(1)} - \frac{\alpha F}{2 V_{\kappa} c_{\text{нар}}} x_{4(1)} + \frac{c_{\text{вод}} T_{\text{вод}} - i_{\text{н}}}{V_{\kappa} c_{\text{нар}}} u_{2(1)}. \quad (5)$$

$$\dot{x}_{5(1)} = -\frac{1}{T_1} x_{5(1)} + \frac{1}{T_1} u_{1(1)} + \frac{1}{T_1} d_{1(1)}. \quad (6)$$

Составим матрицы  $(A, B, C, D)$  в соответствии с уравнениями (2) – (6)

$$A_{(1)} = \begin{bmatrix} -\frac{G_{n.z.1}^0 c_{n.z.1}}{V c_{n.z.1}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{c_{n.z.1} T_z^0}{V c_{n.z.1}} \\ \frac{\alpha F}{2 M_{\text{см}} c_{\text{см}}} & -\frac{\alpha F}{M_{\text{см}} c_{\text{см}}} & \frac{\alpha F}{2 M_{\text{см}} c_{\text{см}}} & -\frac{\alpha F}{2 M_{\text{см}} c_{\text{см}}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G_{n.z.1}^0 c_{n.z.1} + k_m F_1}{V_m c_{n.z.1}} & 0 & -\frac{c_{n.z.1} T_z^0}{V_m c_{n.z.1}} \\ 0 & \frac{\alpha F}{V_{\kappa} c_{\text{нар}}} & 0 & -\frac{\alpha F}{2 V_{\kappa} c_{\text{нар}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix},$$

$$B_{1(1)} = \begin{bmatrix} \frac{c_{mon}T_{mon} + q_{cm1}}{Vc_{n.z.1}} & \frac{G_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}}}{Vc_{n.z.1}} \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{mon}T_{mon} + q_{cm1}}{V_m c_{n.z.1}} & \frac{G_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}} + k_m F_1}{V_m c_{n.z.1}} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{T_1} & 0 \end{bmatrix}, B_{2(1)} = \begin{bmatrix} \frac{T_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}}}{Vc_{n.z.1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{T_{\text{возд}1}^0 c_{\text{возд}}}{V_m c_{n.z.1}} & \frac{c_{\text{возд}}T_{\text{вод}} - i_{nn}}{V_m c_{n.z.1}} \\ 0 & \frac{c_{\text{возд}}T_{\text{вод}} - i_{nn}}{V_k c_{\text{нар}}} \\ \frac{1}{T_1} & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{1(1)} = C_{2(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_{11(1)} = D_{12(1)} = D_{21(1)} = D_{22(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2) для камеры дожига:

- переменные состояния:

$$x_{1(2)} = T_{n.z.2} - T_{n.z.2}^0, x_{2(2)} = G_{n.z.2} - G_{n.z.2}^0.$$

- управляющие воздействия:

$$u_{1(2)} = G_{\text{возд}2} - G_{\text{возд}2}^0.$$

- возмущения:

$$d_{1(2)} = T_{n.z.1} - T_{n.z.1}^0, d_{2(2)} = G_{n.z.1} - G_{n.z.1}^0, d_{3(2)} = T_{\text{возд}} - T_{\text{возд}}^0,$$

$$d_{4(2)} = G_{mon} - G_{mon}^0.$$

- выходные переменные:

$$y_{1(2)} = T_{n.z.2} - T_{n.z.2}^0, y_{2(2)} = G_{n.z.2} - G_{n.z.2}^0.$$

Уравнения динамики для переменных  $x_{1(2)}$  и  $x_{2(2)}$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1(2)} = & -\frac{G_{n.z.2}^0 c_{n.z.2} + k_{kd} F_2}{V_{kd} c_{n.z.2}} x_{1(2)} - \frac{c_{n.z.2} T_{n.z.2}^0}{V_{kd} c_{n.z.2}} x_{2(2)} + \frac{c_{\text{возд}} T_{\text{возд}}^0}{V_{kd} c_{n.z.2}} u_{1(2)} + \\ & + \frac{G_{n.z.1}^0 c_{n.z.1}}{V_{kd} c_{n.z.2}} d_{1(2)} + \frac{c_{n.z.1} T_{n.z.1}^0}{V_{kd} c_{n.z.2}} d_{2(2)} + \frac{G_{\text{возд}2}^0 c_{\text{возд}} + k_{kd} F_2}{V_{kd} c_{n.z.2}} d_{3(2)} + \frac{q_{cm2}}{V_{kd} c_{n.z.2}} d_{4(1)}. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\dot{x}_{2(2)} = -\frac{1}{T_2} x_{2(2)} + \frac{1}{T_2} u_{1(2)} + \frac{1}{T_2} d_{2(2)}. \quad (8)$$

Составим матрицы  $(A, B, C, D)$  в соответствии с уравнениями (7) – (8)

$$A_{(2)} = \begin{bmatrix} -\frac{G_{n.z.2}^0 c_{n.z.2} + k_{kd} F_2}{V_{kd} c_{n.z.2}} & -\frac{c_{n.z.2} T_{n.z.2}^0}{V_{kd} c_{n.z.2}} \\ 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix},$$

$$B_{1(2)} = \begin{bmatrix} \frac{G_{n.z.1}^0 c_{n.z.1}}{V_{кд} c_{n.z.2}} & \frac{c_{n.z.1} T_{n.z.1}^0}{V_{кд} c_{n.z.2}} & \frac{G_{возд2}^0 c_{возд} + k_{кд} F_2}{V_{кд} c_{n.z.2}} & \frac{q_{см2}}{V_{кд} c_{n.z.2}} \\ 0 & \frac{1}{T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{2(2)} = \begin{bmatrix} \frac{c_{возд} T_{возд}^0}{V_{кд} c_{n.z.2}} \\ \frac{1}{T_2} \end{bmatrix},$$

$$C_{1(2)} = C_{2(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D_{11(2)} = D_{21(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12(2)} = D_{22(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3) для камеры смешения:

- переменные состояния:  $x_{1(3)} = T_{c.z} - T_{c.z}^0, x_{2(3)} = G_{c.z} - G_{c.z}^0.$
- управляющие воздействия:  $u_{1(3)} = G_{возд3} - G_{возд3}^0.$
- возмущения:  $d_{1(3)} = T_{n.z.2} - T_{n.z.2}^0, d_{2(3)} = G_{n.z.2} - G_{n.z.2}^0, d_{3(3)} = T_{возд} - T_{возд}^0.$
- выходные переменные:

$$y_{1(3)} = T_{c.z} - T_{c.z}^0, y_{2(2)} = G_{c.z} - G_{c.z}^0.$$

Уравнения динамики для переменных  $x_{1(3)}$  и  $x_{2(3)}$

$$\dot{x}_{1(3)} = -\frac{G_{c.z.}^0 c_{c.z.} + k_{кс} F_3}{V_{кс} c_{c.z.}} x_{1(3)} - \frac{c_{c.z.} T_{c.z.}^0}{V_{кс} c_{c.z.}} x_{2(3)} + \frac{c_{возд} T_{возд}^0}{V_{кд} c_{n.z.2}} u_{1(2)} + \frac{G_{n.z.2}^0 c_{n.z.2}}{V_{кс} c_{c.z.}} d_{1(2)} +$$

$$+ \frac{c_{n.z.2} T_{n.z.2}^0}{V_{кс} c_{c.z.}} d_{2(2)} + \frac{G_{возд3}^0 c_{возд} + k_{кс} F_3}{V_{кс} c_{c.z.}} d_{3(2)}. \quad (9)$$

$$\dot{x}_{2(3)} = -\frac{1}{T_3} x_{2(2)} + \frac{1}{T_3} u_{1(2)} + \frac{1}{T_3} d_{2(2)}. \quad (10)$$

Составим матрицы  $(A, B, C, D)$  в соответствии с уравнениями (9) – (10)

$$A_{(3)} = \begin{bmatrix} -\frac{G_{c.z.}^0 c_{c.z.} + k_{кс} F_3}{V_{кс} c_{c.z.}} & -\frac{c_{c.z.} T_{c.z.}^0}{V_{кс} c_{c.z.}} \\ 0 & -\frac{1}{T_3} \end{bmatrix},$$

$$B_{1(3)} = \begin{bmatrix} \frac{G_{n.z.2}^0 c_{n.z.2}}{V_{кс} c_{c.z.}} & \frac{c_{n.z.2} T_{n.z.2}^0}{V_{кс} c_{c.z.}} & \frac{G_{возд3}^0 c_{возд} + k_{кс} F_3}{V_{кс} c_{c.z.}} \\ 0 & \frac{1}{T_3} & 0 \end{bmatrix}, B_{2(3)} = \begin{bmatrix} \frac{c_{возд} T_{возд}^0}{V_{кд} c_{n.z.2}} \\ \frac{1}{T_3} \end{bmatrix},$$

$$C_{1(3)} = C_{2(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D_{11(3)} = D_{21(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12(3)} = D_{22(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Полученное представление математической модели объекта управления в пространстве состояния описывает случай линейного стационарного объекта.

При решении задач управления методами теории пространства состояний учитываются некоторые фундаментальные свойства динамических систем, которые не встречаются в классической теории управления, этими свойствами являются управляемость и наблюдаемость систем.

Необходимое и достаточное условие для управляемости и наблюдаемости объектов управления заключается в том, чтобы матрицы управляемости  $Q_R$  и наблюдаемости  $Q_p$ , непрерывных динамических систем имели ранг равный порядку системы [3,4]

$$Q_R = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B], \quad Q_p = [C^T \ A^T C^T \ \dots \ (A^{n-1})^T C^T]. \quad (11)$$

Результаты расчетов показали, что все рассматриваемые объекты управления являются полностью наблюдаемыми и управляемыми.

#### **Выводы.**

1. Разработаны модели технологических участков в пространстве состояний. Представление моделей в пространстве состояния позволит применять анализ и синтез многомерной системы управления технологическим процессом на основе методов современной теории управления.

2. Исследования технологических модулей как локальных объектов управления на наблюдаемость и управляемость позволили сделать вывод, что объекты технологического процесса производства сернистого газа являются полностью наблюдаемыми и управляемыми при использовании предложенного способа построения моделей технологических модулей в пространстве состояний.

#### **Литература**

1. Чернышев Н.Н. Системная декомпозиция процесса производства серной кислоты как объекта автоматизации. / Н.Н. Чернышев // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер. обчислювальна техніка та автоматизація. – 2010. – Вип. 19 (153). – С. 27-33.

2. Поляк Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 330 с.

3. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н.Т. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.

4. Рафіков Г.Ш. Основи сучасної теорії управління безперервних динамічних систем: навчальний посібник / Г.Ш. Рафіков. – Донецьк: ДонНТУ, 2003. – 196 с.

5. Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение: перевод с английского / Д. Сю, А. Мейер; под ред. др-а тех. наук проф. Ю.И. Топчиева. – М.: Машиностроение, 1972. – 544 с.

6. Ткаченко В.Н., Чернышев Н.Н. Разработка и исследование математической модели технологического процесса производства серной кислоты / В.Н. Ткаченко, Н.Н. Чернышев // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер. обчислювальна техніка та автоматизація. – 2009. – Вип. 16 (148). – С. 22-29.

Надійшла до редакції:  
24.01.2011

Рекомендовано до друку:  
д-р техн.наук, проф. Ткаченко В.М.

#### **Abstract**

**Chernyshev N.N. Model of the process of obtaining sulfur dioxide in the state space. The models of technological process of obtaining plots of sulfur dioxide in the state space. The investigation process modules as local control objects on the conditions of observability and controllability.**

**Keywords:** sulfur dioxide, the state space, controllability, observability.

#### **Анотація**

**Чернышев М.М. Модель процесу отримання сірчистого ангідриду в просторі станів. Розроблено моделі технологічних ділянок процесу отримання сірчистого ангідриду в просторі станів. Проведено дослідження технологічних модулів як локальних об'єктів управління на виконання умов спостережності і керованості.**

**Ключові слова:** сірчистий ангідрид, простір стану, керованість, спостережність.

© Чернышев М.М., 2011