

УДК 622.674.17

**В.А. Яценко** (канд. техн. наук, ст. преподаватель)  
Донецкий национальный технический университет

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОДЪЕМНОЙ МАШИНЫ С УПРУГИМИ ПОДШИПНИКОВЫМИ ОПОРАМИ**

*Показано, что при работе подъемной машины подшипниковые узлы коренного вала находятся в довольно интенсивном вибрационном состоянии. Длительный срок ее эксплуатации свидетельствует о податливости подшипниковых опор. Вибрация подшипниковых опор ротора электродвигателя сравнительно мала. Это объясняется наличием в трансмиссии машины зубчатой муфты, являющейся эффективным виброизолятором. Приведено математическое описание движения вала машины с барабаном исходя из того, что он подобен «волчку» с одной неподвижной точкой. Основываясь на системе уравнений Лагранжа, получены уравнения в вариациях, описывающие устойчивость вращения коренного вала шахтной подъемной машины. Решение этих уравнений позволило определить динамические вариации нутации и прецессии и построить области устойчивых решений системы в поле, технически реализуемых значений параметров, и это дает возможность на практике отстраиваться от неблагоприятных и опасных режимов движения.*

**Ключевые слова:** шахтная подъемная машина, подшипниковые опоры, математическая модель, коэффициенты жесткости, прецессия, нутация, устойчивость вращения

***Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.***  
Безаварийная эксплуатация подъемной машины при непрерывно возрастающих технических показателях может быть обеспечена лишь при гармоничном сочетании всех ее параметров на основе учета в тяжело нагруженных элементах, вызванных периодически изменяющимися или повторяющимися силовыми факторами. Одним из основных элементов шахтной подъемной машины (ШПМ) являются опорные узлы, фиксирующие положение коренного вала и обеспечивающие его вращение. Их состояние во многом определяет срок службы всей машины. Существующая система планово – предупредительного ремонта (ППР) обладает обобщенными способами и средствами определения технического состояния. Для нормальной эксплуатации ШПМ необходимо применять систему непрерывного мониторинга и анализа комплекса диагностических параметров, однозначно определяющих дефекты в опорных узлах. К таким параметрам

относятся вибродиагностические параметры: виброперемещение; виброскорость; виброускорение. Состояние опорных узлов во многом зависит от динамических нагрузок, но и они, в свою очередь, влияют на динамические процессы, происходящие в подъемных машинах. Такого рода взаимосвязанные динамические процессы отличаются достаточно большим разнообразием, зависящим от типа машин и соотношения параметров всей подъемной системы. Исследованием этих процессов занимались многие ученые, применяя различные подходы и модели, получая при этом ту или иную точность и степень обобщенности. Но до настоящего времени отсутствует приемлемый для практического применения метод расчета фактических сил динамического воздействия на опорные узлы коренного вала.

**Анализ исследований и публикаций.** Вопросами динамики подъемных машин занимались Г.Н. Савин, О.А. Горошко, Н.Г. Гаркуша, В.И. Белобров, В.И. Самуся, С.Р. Ильин. Значительный вклад в разработку динамики внесли В.И. Дворников и его ученики. Исходя из принятых ими рабочих гипотез, подъемная машина представляется как система пяти дискретных масс. Выведены дифференциальные уравнения динамического состояния этой механической системы.

**Постановка задачи.** Целью является разработка математической модели многоканатной подъемной установки и определение неблагоприятных сочетаний параметров, вызывающих неустойчивое вращение коренного вала и нахождение границы области устойчивых движений.

**Изложение материала и результаты.** То обстоятельство, что при работе машины подшипниковые узлы коренного вала находятся в довольно интенсивном вибрационном состоянии, является экспериментальным фактом, проверенным и подтвержденным многочисленными приборными измерениями. Это свидетельствует о податливости подшипниковых опор машины. Будем считать такое утверждение первой посылкой, принятой в основу разрабатываемой математической модели.

Вместе с тем, вибрации подшипниковых опор ротора электродвигателя сравнительно мала, если делать оценку по измеряемым амплитудам виброскорости. Объясняется это тем, что, во-первых, наличие в трансмиссии машины специальной зубчатой муфты со сферической кромкой зубьев шестерни, приводят к тому, что в данном случае муфта является эффективным виброизолятором. Во-вторых, на ротор двигателя в поперечном направлении, кроме его собственного веса,

не действуют никакие нагрузки, тем более, вибрационного характера. Это является второй посылкой.

А так как в силу кинематики зацепления исключается любая возможность малых радиальных смещений шестерни относительно венца даже при наличии регламентируемых боковых зазоров в зацеплении, то, в целом, коренной вал машины вместе с барабаном, используя терминологию классической механики, можно уподобить волчку с неподвижной точкой в полумуфте этого вала. Это будет третьей посылкой. [1]

Математическое описание движения вала машины с барабаном, основывается на представлении, что вал машины подобен « волчку » с одной неподвижной точкой.

Коренной вал машины опирается на податливые опоры подшипников в точках А и В, а вал ротора на недеформируемые опоры в точках С и D.

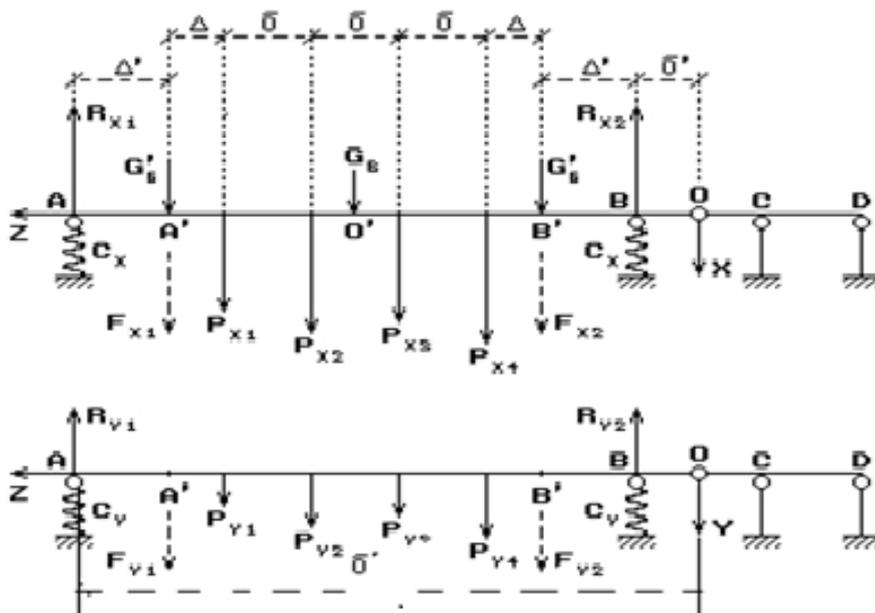


Рис. 1. Схема действия сил на коренной вал машины

Опоры вала в точках А и В имеют коэффициенты жесткости  $C_X$  и  $C_Y$  соответственно направлениям осей координат. Силы  $G'_B = G_B / 2$ , где  $G_B$  – вес барабана машины, поровну распределенный на две ступицы в точках А', В'. Сила  $G_B$  – вес коренного вала, который предполагается сосредоточенным в точке О', являющейся серединой пролета АВ. Силы  $P_{Xk}$  и  $P_{Yk}$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) – проекции на соответствующие оси суммарных усилий в набегающей и сбегающей

ветвях  $k$ -го каната при общем их количестве, равном  $n$  Силы  $F_{X1}, F_{X2}, F_{Y1}, F_{Y2}$  являются проекциями сил воздействия соответствующих ступиц на коренной вал в точках  $A', B'$ .

Так как радиус-вектор  $OA$  в подвижной системе имеет компоненты  $0, 0, \delta''$ , тогда компоненты этого же вектора  $X_A, Y_A, Z_A$  в неподвижных осях находят при помощи преобразования  $a_k = A_{ki}a'_i$ , где  $A_{ki}$  – матрица направляющих косинусов в системе углов Эйлера, то есть:

$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \gamma) & -\sin(\alpha + \gamma) & \beta \sin \alpha \\ \sin(\alpha + \gamma) & \cos(\alpha + \gamma) & -\beta \cos \alpha \\ \beta \sin \gamma & \beta \cos \gamma & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta'' \end{pmatrix} = \delta'' \begin{pmatrix} \beta \sin \alpha \\ -\beta \cos \alpha \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – угол собственного вращения вала, следовательно,  $X_A = \delta''\beta \sin \alpha$ ,  $Y_A = -\delta''\beta \cos \alpha$ , при помощи чего динамические компоненты реакции правого подшипника определяются как

$$R_{X1} = -C_X \delta'' \beta \sin \alpha, \quad R_{Y1} = C_Y \delta'' \beta \cos \alpha. \quad (2)$$

Аналогичным образом записываются подобные соотношения для левого подшипника:

$$R_{X2} = -C_X \delta' \beta \sin \alpha, \quad R_{Y2} = C_Y \delta' \beta \cos \alpha. \quad (3)$$

Квазидинамические величины углов прецессии  $\alpha$  и нутации  $\beta$  находятся с помощью соотношений (2) как решения системы уравнений

$$\tilde{R}_{X1} = -C_X \delta'' \tilde{\beta} \sin \tilde{\alpha}, \quad \tilde{R}_{Y1} = C_Y \delta'' \tilde{\beta} \cos \tilde{\alpha}. \quad (4)$$

Компоненты аксиального вектора моментов внешних сил  $\vec{M}$  относительно точки  $O$  (см. рис. 1) определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} M_X &= R_{Y1} \delta'' + R_{Y2} \delta' - F_{Y1} (\delta'' - \Delta') - F_{Y2} (\delta' + \Delta'), \\ M_Y &= -R_{X1} \delta'' - R_{X2} \delta' + F_{X1} (\delta'' - \Delta') + F_{X2} (\delta' + \Delta') + G_B (\delta'' + \delta') / 2, \\ M_Z &= M_{\mathcal{E}} - (F_{наб} - F_{сб}) R, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $M_{\mathcal{E}}$  – электродинамический момент двигателя,  $F_{наб}, F_{сб}$  – суммарные усилия в набегающих и сбегающих ветвях канатов.

Уравнения Лагранжа для рассматриваемого вала как твердого тела (волчка), имеющего одну неподвижную точку, записываются с использованием (5) в форме

$$\frac{d}{dt} (I_X \Omega'_X) = M_X, \quad \frac{d}{dt} (I_Y \Omega'_Y) = M_Y, \quad \frac{d}{dt} (I_Z \Omega'_Z) = M_Z, \quad (6)$$

где  $\Omega'_X, \Omega'_Y, \Omega'_Z$  - проекции аксиального вектора угловой скорости на оси подвижной системы координат, жестко связанной с вращающимся валом,  $I_X, I_Y, I_Z$  - кинетические моменты инерции вала с барабаном машины относительно соответствующих осей.

При исследовании устойчивости вращения коренного вала шахтной подъемной машины, описываемой системой уравнений Лагранжа (6), в представлении  $\beta = \tilde{\beta} + (\delta\beta)$ ,  $\alpha = \tilde{\alpha} + (\delta\alpha)$ , были получены уравнения в вариациях:

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \frac{d^2(\delta\beta)}{d\tau^2} - (\delta\beta)[\cos(v\tau) + \varepsilon \cos(v\tau - 2\tilde{\alpha})] \right\} + \\ & + \left\{ v \frac{d(\delta\alpha)}{d\tau} + (\delta\alpha)[\sin(v\tau) - \varepsilon \sin(v\tau - 2\tilde{\alpha})] \right\} \tilde{\beta} = 0, \\ & \left\{ \frac{d^2(\delta\alpha)}{d\tau^2} - (\delta\alpha)[\cos(v\tau) - \varepsilon \cos(v\tau - 2\tilde{\alpha})] \right\} \tilde{\beta} - \\ & - \left\{ v \frac{d(\delta\beta)}{d\tau} + (\delta\beta)[\sin(v\tau) + \varepsilon \sin(v\tau - 2\tilde{\alpha})] \right\} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где обозначено

$$\tau = \tilde{\omega} t, \quad v = \frac{\Omega_{Z0}}{\tilde{\omega}}, \quad \varepsilon = \frac{C_X - C_Y}{C_X + C_Y}, \quad \tilde{\omega}^2 = [(\delta'')^2 + (\delta')^2] \frac{C_X + C_Y}{2I},$$

причем  $\Omega_{Z0}$  - постоянная частота вращения вала,  $I = I_X = I_Y$ .

Решение системы уравнений (7) относительно функций  $\delta\beta$ ,  $\delta\alpha$  позволяет определить динамические вариации нутации и прецессии вала, что в итоге приводит к построению областей устойчивых решений системы (7) в поле технически реализуемых значений параметров  $v$  и  $\varepsilon$ , что дает возможность на практике отстраиваться от неблагоприятных и опасных режимов движения. На рис. 2. в координатах  $v$  и  $\varepsilon$  построены границы области устойчивых движений рассматриваемой системы (заштрихованная область). Как видно, область устойчивости является практически симметричной относительно алгебраической величины дисторсионного параметра  $\varepsilon$ . [2]

Расчет областей устойчивых вариаций нутации и прецессии коренного вала машины выполнены для подъемной машины ЦШ 5×4 ОАО «Угольная компания «Шахта Красноармейская - Западная №1».

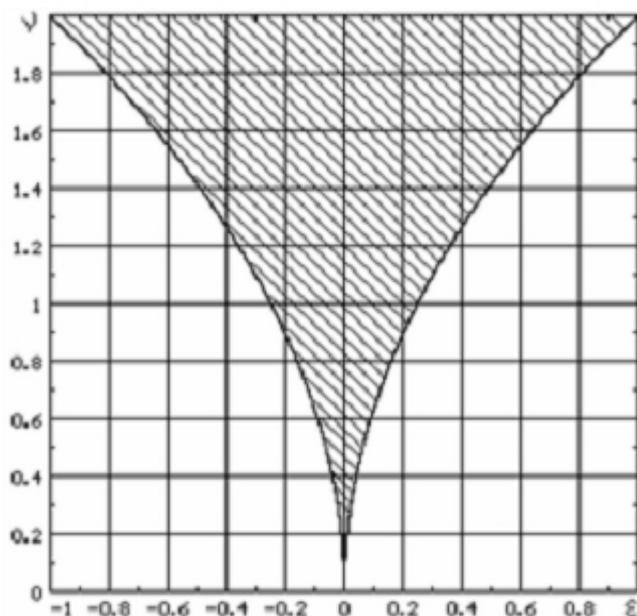


Рис. 2. Область устойчивых вариаций нутации и прецессии коренного вала машины

**Выводы и направления дальнейших исследований.** В данной статье приведена математическая модель подъемной машины с упругими подшипниковыми связями. Она легла в основу разработанного программного модуля определения динамических нагрузок на опоры коренного вала шахтных подъемных машин. С помощью разработанного программного модуля можем для новых подъемных машин, а также находящихся в эксплуатации строить зоны устойчивых вариаций прецессии и нутации коренного вала и таким образом избегать нежелательных параметрических колебаний.

#### Список литературы

1. Белобров В.И. Динамика шахтных подъемных установок / В.И. Белобров, В.И. Самуся, С.Р. Ильин // Издательство Днепропетровского университета. – 2000. – 384 с.
2. Шахтный подъем / В.Р. Бежок, В.И. Дворников, И.Г. Манец, В.А. Пристром // Юго–Восток ЛТД. – 2007. – 624 с.
3. Дворников В.И. Уравнение динамики коренного вала шахтной подъемной машины / В.И. Дворников, В.А. Яценко // Сборник научных трудов «Вести Донецкого горного института». – 2006. – №1. – С. 139 – 143.
4. Дворников В.И. Создание математической модели силовых факторов, действующих на вал подъемной машины / В.И. Дворников, В.А. Яценко // Наукові праці ДНТУ. Серія: «Гірничо – електромеханічна». – 2006. – Вип. 12. – С. 99 -104.

Стаття надійшла до редакції 08.10.2012

**В.О. Яценко. Донецький національний технічний університет**

**Моделювання динаміки підйомних машин з пружними підшипниковими опорами**

*Показано, що при роботі підйомної машини підшипникові вузли корінного вала знаходяться у досить інтенсивному вібраційному стані. Тривалий термін її експлуатації свідчить про податливість підшипникових опор. Вібрація підшипникових опор ротора електродвигуна порівняно мала. Це пояснюється наявністю в трансмісії машини зубчастой муфти, що є ефективним віброізолятором. Приведено математичний опис руху вала машини з барабаном виходячи з того, що він подібний «вовчку» з однією нерухомою точкою. Грунтуючись на системі рівнянь Лагранжа, отримані рівняння в варіаціях, що описують стійкість обертання корінного вала шахтної підйомної машини. Рішення цих рівнянь дозволило визначити динамічні варіації нутації і прецесії і побудувати області стійких рішень системи в полі значень параметрів, що технічно реалізуються, і це дає можливість на практиці відбудовуватися від несприятливих і небезпечних режимів руху.*

**Ключові слова:** шахтна підйомна машина, підшипникові опори, математична модель, коефіцієнти жорсткості, прецесія, нутація, стійкість обертання.

**V.Yatsenko. Donetsk National Technical University**

**Modeling the Dynamics of a Lifting Machine with Elastic Bearing Supports.**

*When a lifting machine operates, the main shaft bearing units are in quite intense vibrational state. The long term of its operation shows bearing support compliance. Vibration of motor rotor bearings is relatively small. It can be explained by the presence of a gear clutch in the machine transmission, this clutch being an effective vibration isolator. Proceeding from Lagrange equations system we obtained the equations, which describes the rotational stability of a lifting machine main shaft. Having solved these equations we defined dynamic variations of nutation and precession and created a stable solution region for a system in the field of values of the parameters, which are implemented technically. And in practice it gives the possibility of avoiding unfavorable and dangerous modes of motion.*

**Keywords:** lifting machine, bearing support, mathematical model, stiffness, precession, nutation, rotation stability.