

УДК 621.928.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ОДНОМАССОВОГО БИГАРМОНИЧЕСКОГО ВИБРОГРОХОТА

Букин С.Л., канд. техн. наук, доц.,

Донецкий государственный технический университет

Разработана математическая модель бигармонического виброгрохота как колебательной системы с пятью степенями свободы.

Elaborated of mathematics model bigarmonic vibroscreen as vibrating system with five generalization coordinats.

Одним из основных динамических параметров вибрационных грохотов является форма траекторий колебаний короба - круговая, направленная (линейная), эллиптическая и др. Во многом форма траектории определяет область применения машины. Так, виброгрохоты с направленными колебаниями могут использоваться как для классификации, так и для обезвоживания, а грохоты с круговыми траекториями - только для сухого подготовительного, предварительного и окончательного грохочения.

В настоящее время наибольшее распространение получили вибрационные машины с гармоническими колебаниями рабочего органа. Однако все большее развитие приобретает один из способов интенсификации разнообразных технологических процессов - использование полигармонических режимов колебаний.

В некоторых странах мира грохоты с негармоническими колебаниями нашли применение. Прежде всего к ним следует отнести бигармонические виброгрохоты типа DF (ФРГ) [1] и VFT (Чехия) [2], называемые за рубежом "многочастотными" из-за характерного вибропривода в виде двух дебалансных возбудителей колебаний, вращающихся с разными угловыми скоростями. По сравнению с гармоническими эти машины имеют более высокую удельную производительность и эффективность грохочения при сухом разделении влажных трудногрохотимых материалов [2, 3].

Несмотря на значительные технологические преимущества бигармонических виброгрохотов, исследованиям этих машин в нашей стране должного внимания не уделялось. Данная работа, целью которой является разработка математической модели одномассовой виб-

ромашины с двумя дебалансными вибровозбудителями, должна в какой-то мере восполнить этот пробел.

Рассмотрим одномассовый бигармонический инерционный виброгрохот, расчетная схема которого представлена на рис.1. При разработке ее и математической модели колебательной системы приняты следующие допущения:

- система имеет вертикальную продольную плоскость симметрии, что позволяет изучать только плоское движение колеблющихся масс;
- короб грохота представляет собой абсолютно твердое тело;
- деформации упругих элементов осуществляются в пределах их линейных характеристик;
- влиянием технологической нагрузки пренебрегаем.

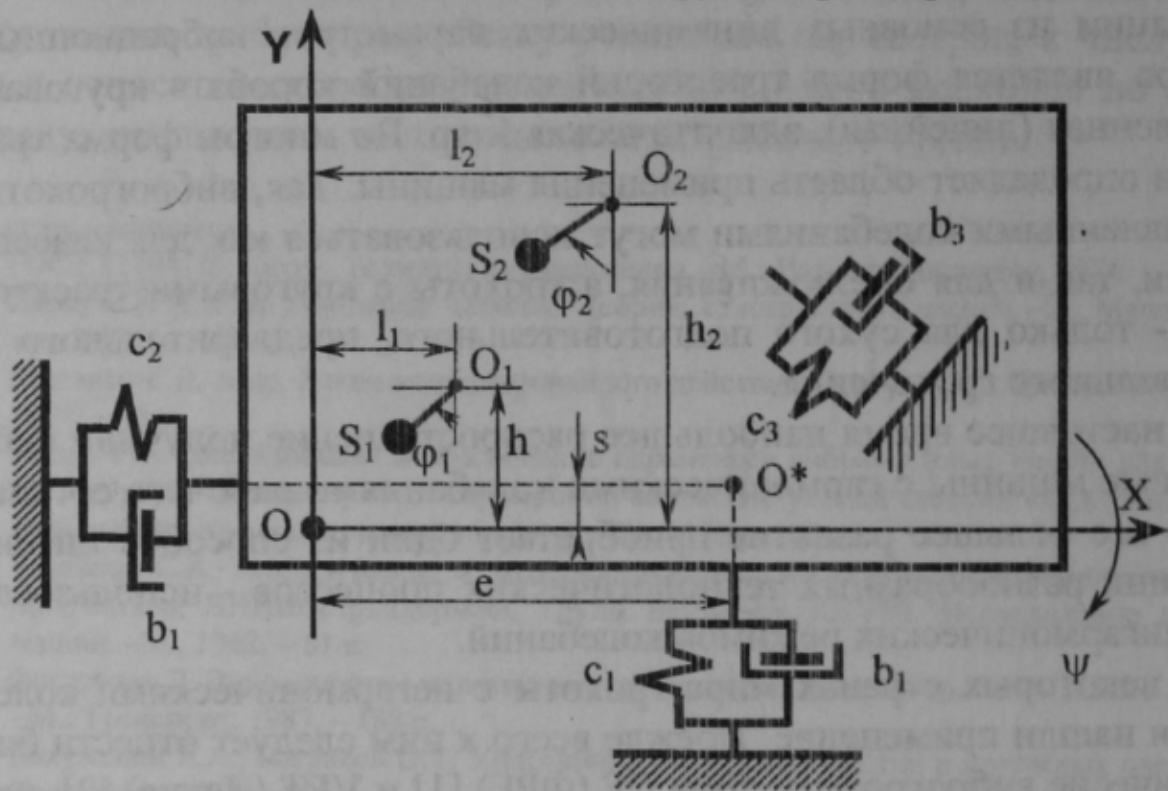


Рис. 1 – Расчетная схема виброгрохота

Введем следующие обозначения. Короб грохота имеет массу M^* и центральный момент инерции I^* . Опорные виброизоляторы характеризуются приведенными коэффициентами жесткости (диссипации) по осям X и Y соответственно c_1, c_2 и b_1, b_2 , а также на кручение (по координате ψ) - c_3 и b_3 . Так как составляющие коэффициентов диссипации близки друг к другу, можно принять $b_1=b_2=b_3=\mu$. Статические моменты масс центробежных вибровозбудителей равны $S_1 = m_{B1} r_1$ и $S_2 = m_{B2} r_2$, а их центральные моменты инерции $-I_{B1}^*$

$I_{B_2}^*$. Коэффициенты σ_1 и σ_2 учитывают направление вращения вибро-возбудителей. Начало неподвижной системы координат ХОУ разместим в точке О, совпадающей с центром масс грохота в статически равновесном положении, а центр жесткости опорных виброизоляторов разместим в точку O^* с координатами e и s в системе координат ХОУ, при этом оси вращения вибровозбудителей O_1 и O_2 определяются координатами l_1, h_1 и l_2, h_2 .

Положение подвижных тел на плоскости в любой момент времени однозначно определяются совокупностью обобщенных координат: абсолютным смещением центра масс короба x и y , абсолютным углом его поворота вокруг центра О (галопированием) - Ψ , а также отклонением дебалансов вибровозбудителей от вертикали - φ_1 и φ_2 .

При составлении уравнений движения воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода.

Для этого найдем кинетическую T и потенциальную Π энергии, а также функцию рассеяния энергии Φ в виде диссипативной функции Рэлея:

$$\begin{aligned}
 T &= 0,5[M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + I\dot{\psi}^2 + I_{B_1}\dot{\phi}_1^2 + I_{B_2}\dot{\phi}_2^2] + \\
 &+ [m_{B_1}(h_1\dot{x} - l_1\dot{y}) + m_{B_2}(h_2\dot{x} - l_2\dot{y})]\dot{\psi} - \\
 &- \{S_1\sigma_1[(\dot{x} + h_1\dot{\psi})\cos\varphi_1 - (\dot{y} - l_1\dot{\psi})\sin\varphi_1]\}\dot{\phi}_1 - \\
 &- \{S_2\sigma_2[(\dot{x} + h_2\dot{\psi})\cos\varphi_2 - (\dot{y} - l_2\dot{\psi})\sin\varphi_2]\}\dot{\phi}_2; \\
 \Pi &= 0,5[c_1y^2 + c_2x^2 + (c_1e^2 + c_2s^2 + c_3)\psi^2] + \\
 &+ (c_2sx - c_1ey)\psi + [S_1(1 - \cos\varphi_1) + S_2(1 - \cos\varphi_2)]g; \\
 \Phi &= 0,5\mu[c_1\dot{y}^2 + c_2\dot{x}^2 + (c_1e^2 + c_2s^2 + c_3)\dot{\psi}^2] + \\
 &+ \mu(c_2s\dot{x} - c_1e\dot{y})\dot{\psi};
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 M &= M^* + m_{B_1} + m_{B_2}; \\
 I &= I^* + m_{B_1}(h_1^2 + e_1^2) + m_{B_2}(h_2^2 + e_2^2); \\
 I_{B_{1,2}} &= I_{B_{1,2}}^* + m_{B_{1,2}}r_{1,2}^2.
 \end{aligned}$$

Обобщенные силы по координатам x, y, ψ отсутствуют, а по координатам φ_1 и φ_2 равны

$$Q_{\varphi_{1,2}} = M_{D_{1,2}} - M_{T_{1,2}},$$

где $M_{D_{1,2}}$ - моменты вращения электродвигателей, приведенные

к валам вибровозбудителів; $M_{T_{1,2}}$ – моменти сил трення в подшипниках вибровозбудителів.

После соответствующих преобразований получим уравнения движения подвижных масс грохота по пяти обобщенным координатам:

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} + (m_{B_1} h_1 + m_{B_2} h_2)\ddot{\psi} + \mu c_2(\dot{x} + s\dot{\psi}) + c_2(x + s\psi) = \\
 = S_1\sigma_1(\dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 + \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1) + S_2\sigma_2(\dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 + \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2); \\
 M\ddot{y} - (m_{B_1} l_1 + m_{B_2} l_2)\ddot{\psi} + \mu c_1(\dot{y} + e\dot{\psi}) + c_1(y + e\psi) = \\
 - S_1\sigma_1(\dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 + \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1) - S_2\sigma_2(\dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 + \ddot{\phi}_2 \sin \phi_2); \\
 (m_{B_1} h_1 + m_{B_2} h_2)\ddot{x} - (m_{B_1} l_1 + m_{B_2} l_2)\ddot{y} + I\ddot{\psi} + \mu[c_2 s\dot{x} - \\
 - c_1 e\dot{y} + (c_1 e^2 + c_2 s^2 + c_3)\dot{\psi}] = S_1[(h_1 \cos \phi_1 + l_1 \sin \phi_1)\ddot{\phi}_1 - \\
 - (h_1 \sin \phi_1 - l_1 \cos \phi_1)\dot{\phi}_1^2] + S_2[(h_2 \cos \phi_2 + l_2 \sin \phi_2)\ddot{\phi}_2 - \\
 - (h_2 \sin \phi_2 - l_2 \cos \phi_2)\dot{\phi}_2^2] \\
 I_{B_1} \ddot{\phi}_1 - S_1\sigma_1[(\ddot{x} + h_1\ddot{\psi})\cos \phi_1 - (\ddot{y} - l_1\ddot{\psi} + g)\sin \phi_1] = M_{d_1} - M_{T_1}; \\
 I_{B_2} \ddot{\phi}_2 - S_2\sigma_2[(\ddot{x} + h_2\ddot{\psi})\cos \phi_2 - (\ddot{y} - l_2\ddot{\psi} + g)\sin \phi_2] = M_{d_2} - M_{T_2}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Ввиду нелинейности системы уравнений (1) она не имеет точного решения, поэтому для ее анализа используем широко распространенный метод Рунге–Кутты. Рассмотрим численное решение системы дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих движение подвижных масс грохота, для чего систему (1) приведем к виду

$$A\ddot{q} = F(\dot{q}, q), \tag{2}$$

где $F(\dot{q}, q)^T = (F_1; F_2; F_3; F_4; F_5)$,

$$F_1 = -\mu c_2(\dot{x} + s\dot{\psi}) - c_2(x + s\psi) + S_1\sigma_1\dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 + S_2\sigma_2\dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2;$$

$$F_2 = -\mu c_1(\dot{y} - e\dot{\psi}) - c_1(y - e\psi) - S_1\sigma_1\dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - S_2\sigma_2\dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2;$$

$$\begin{aligned}
 F_3 = -\mu[c_2 s\dot{x} - c_1 e\dot{y} + (c_1 e^2 + c_2 s^2 + c_3)\dot{\psi}] - c_2 s\dot{x} + c_1 e\dot{y} - \\
 - (c_1 e^2 + c_2 s^2 + c_3)\dot{\psi} - m_{B_1} r_1 \sigma_1 (h_1 \sin \phi_1 + l_1 \cos \phi_1) \dot{\phi}_1^2 - \\
 - m_{B_2} r_2 \sigma_2 (h_2 \sin \phi_2 + l_2 \cos \phi_2) \dot{\phi}_2^2;
 \end{aligned}$$

$$F_4 = -m_{B_1} r_1 \sigma_1 g \sin \phi_1 + M_{d_1} - M_{T_1};$$

$$F_5 = -m_{B_2} r_2 \sigma_2 g \sin \phi_2 + M_{d_2} - M_{T_2},$$

$$A = \begin{bmatrix} M & 0 & m_{b_1}h_1 + m_{b_2}h_2 & -S_1\sigma_1 \cos\varphi_1 & -S_2\sigma_2 \cos\varphi_2 \\ 0 & M & -m_{b_1}l_1 - m_{b_2}l_2 & S_1\sigma_1 \sin\varphi_1 & S_2\sigma_2 \sin\varphi_2 \\ m_{b_1}h_1 + m_{b_2}h_2 & -m_{b_1}l_1 - m_{b_2}l_2 & I & -S_1\sigma_1(h_1 \cos\varphi_1 + l_1 \sin\varphi_1) & -S_2\sigma_2(h_2 \cos\varphi_2 + l_2 \sin\varphi_2) \\ -S_1\sigma_1 \cos\varphi_1 & S_1\sigma_1 \sin\varphi_1 & -S_1\sigma_1(h_1 \cos\varphi_1 + l_1 \sin\varphi_1) & I_{B_1} & 0 \\ -S_2\sigma_2 \cos\varphi_2 & S_2\sigma_2 \sin\varphi_2 & -S_2\sigma_2(h_2 \cos\varphi_2 + l_2 \sin\varphi_2) & 0 & I_{B_2} \end{bmatrix}$$

Начальными условиями данной задачи являются:

$$x(t_0) = \sum_{i=1}^2 \lambda_{1i} \sin(\omega_{p_i} t_0 + \alpha_{1i}); y(t_0) = \sum_{i=1}^2 \lambda_{2i} \sin(\omega_{p_i} t_0 + \alpha_{2i});$$

$$\psi(t_0) = \sum_{i=1}^2 \lambda_{3i} \sin(\omega_{p_i} t_0 + \alpha_{3i}); \varphi_1(t_0) = \sum_{i=1}^2 \lambda_{4i} \sin(\omega_{p_i} t_0 + \alpha_{4i});$$

$$\varphi_2(t_0) = \sum_{i=1}^2 \lambda_{5i} \sin(\omega_{p_i} t_0 + \alpha_{5i}),$$

где t_0 – некоторый момент времени, принимаемый за начальный; ω_{p_i} – i -я исследуемая частота; λ_i, α_i – амплитуда колебаний и сдвиг фазы соответственно при работе грохота с исследуемой частотой.

Значения λ_i и α_i могут быть взяты из АЧХ и ФЧХ, полученных при анализе линейной системы. Приведем систему (2) к виду, удобному для нахождения решения методом Рунге-Кутты.

$$\begin{cases} \dot{Y} = \dot{q}; \\ \dot{Y} = A^1 F(q, Y), \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\dot{q}^T = (\dot{x}; \dot{y}; \dot{\psi}; \dot{\varphi}_1; \dot{\varphi}_2); Y^T = (y_1; y_2; y_3; y_4; y_5); \dot{Y}^T = (y_6; y_7; y_8; y_9; y_{10}).$$

Решение системы дифференциальных уравнений (3) позволяет исследовать стационарные и переходные режимы одномассового виброгрохота инерционного типа как при бигармоническом возбуждении, так и при гармоническом. Данная математическая модель может быть использована в составе САПР вибромашин инерционного типа.

Список источников

1. Пат.21 12 577 ФРГ, МКИ В 07В 1/30. Siebmashine/Kranse R., Erlenstaedt G. - P 2112577424; Заявл. 16.93.71; Оpubл. 26.04.74. - 5 с.
2. Старек С., Шмеглик Й., Турек О. Новое поколение вибрационных грохотов серии VFT // Чехословацкая тяжелая промышленность. - 1987. - XIII. - С. 26 - 28.
3. Erlenstadt G. Die DF - Siebmashine // Aufbereitungs - Technik. - 1972. - V.13. - N7. - S.432 - 434