УДК 621.867.13

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ФЕРРОМАГНИТНОГО ГРУЗА ДВИЖУЩИМСЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Грудачев А.Я., канд. техн. наук., Ткачук А.Н., инж., Донецкий государственный технический университет, Максецкий А.И., канд. техн. наук., Донецкий техникум промышленной автоматики

Исследована кинематика движения ферромагнитной частицы под воздействием движущегося магнитного поля.

The kinematics of motion of a ferromagnetic fragment under effect of a driving magnetic field is investigated.

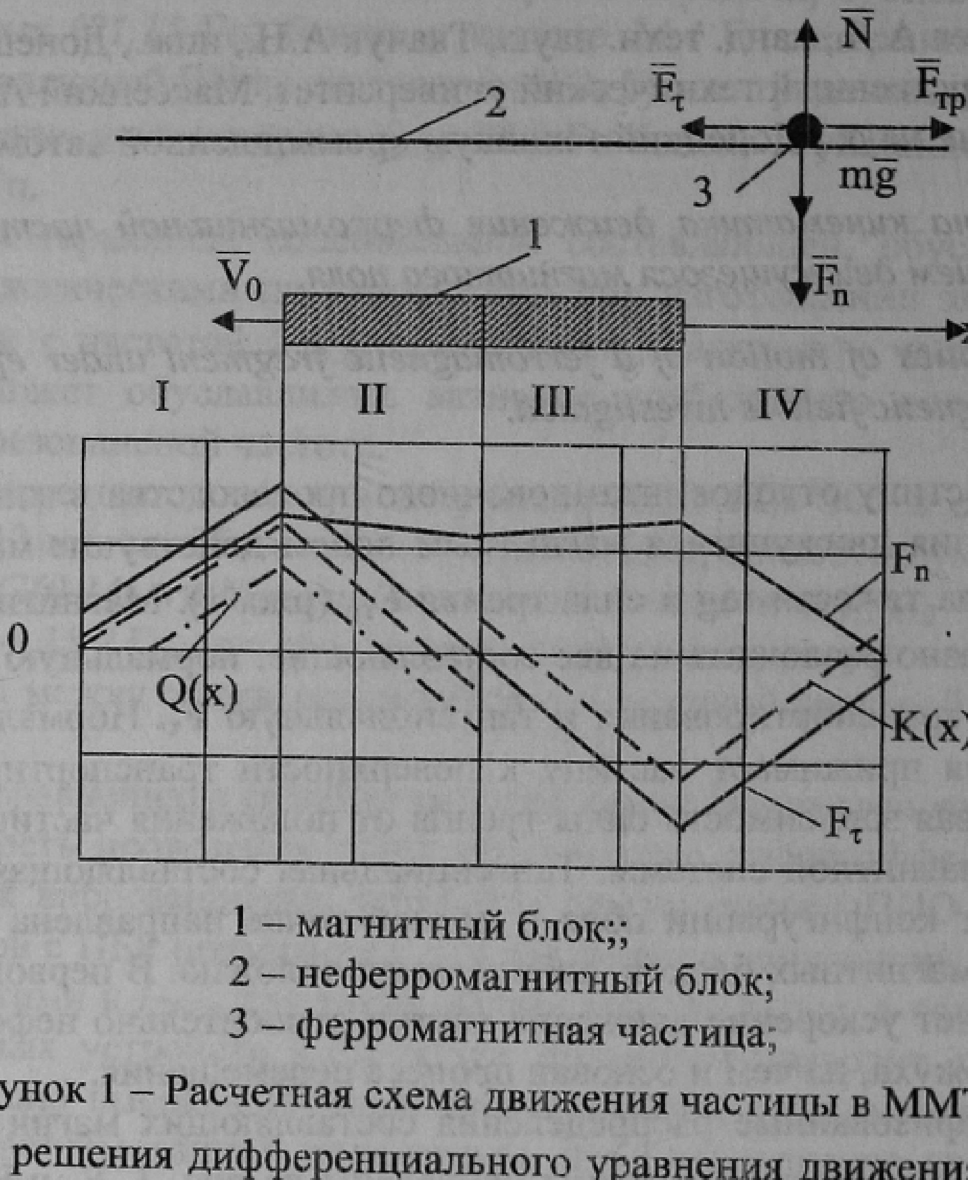
На частицу отходов штамповочного производства в зоне транспортирования движущимся магнитным полем действуют: магнитная сила **F**, сила тяжести **mg** и сила трения $\mathbf{F_{тр}}$ (рис. 1). Магнитную силу целесообразно разложить на две составляющие: нормальную $\mathbf{F_n}$ к поверхности транспортирования и тангенциальную $\mathbf{F_\tau}$. Нормальная составляющая прижимает частицу к поверхности транспортирования, обусловливая зависимость силы трения от положения частицы относительно магнитной системы. Тангенциальная составляющая в зависимости от конфигурации поля в данной точке направлена по ходу движения магнитных блоков, либо противоположно. В первом случае она вызывает ускорение движения частиц относительно неферромагнитного кожуха, на чем и основан процесс перемещения.

Линеаризованные распределения составляющих магнитной силы по длине магнитной системы приведены на рис. 1. F_n и F_τ достигают наибольших значений на краях магнитной системы, где высокие значения напряженности магнитного поля сочетаются с его неоднородностью. Понижение значений магнитной силы в центральной части системы обусловлено большей неоднородностью поля. Силу трения представим в виде

$$F_{тр} = \omega(N + C) = \omega(F_n + mg + C),$$

где ω - коэффициент сопротивления; N - нормальная реакция; m - масса частицы; C - сила сцепления частицы с неферромагнитным кожухом.

Сила трения скольжения зависит от скорости относительного перемещения трущихся поверхностей. В рассматриваемом случае различие между силой трения покоя и силой трения движения учиты вается путем введения различающихся коэффициентов сопротивления движению $\omega_г$ и сопротивления покоя $\omega_п$.



1 – магнитный блок;;
2 – неферромагнитный блок;
3 – ферромагнитная частица;

Рисунок 1 – Расчетная схема движения частицы в ММТУ

Для решения дифференциального уравнения движения частицы в зоне действия магнитного блока характерные распределения составляющих магнитной силы линеаризованы на четырех участках возрастания и убывания (рис. 1). Зону действия соответственно направлению тангенциальной составляющей магнитной силы (по ходу движения магнитных блоков, либо против) можно разделить на две части: зону втягивания (участки I и II), где частице сообщается ускорение, направленное против магнитных блоков, и зону транспортирования (участки III и IV), где $F_г$ обуславливает перемещение частиц по ходу магнитных блоков.

Рассмотрим относительное движение частицы в системе координат, жестко связанной с магнитной системой.

Срыв частицы произойдет на участке I. Дифференциальное уравнение движения после срыва:

$$m\ddot{x} = F_\tau - F_{тр} = F_\tau(x) - \omega_г F_n(x) - \omega_г mg - \omega_г C. \qquad (1)$$

Уравнение (1) после преобразований можно представить в следующей форме:

$$\ddot{x} - \omega_1^2 x = d_1, \qquad (2)$$

где
$$\omega_1^2 = \frac{k_{к1}}{m} = \frac{k_{\tau 1} - \omega_г k_{n1}}{m};$$

$$d_1 = \frac{к(0) - \omega_г mg - \omega_г C}{m} = \frac{F_\tau(0) - \omega_г F_n(0) - \omega_г mg - \omega_г C}{m}.$$

Решение дифференциального уравнения (2)

$$x = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{-\omega_1 t} - \frac{d_1}{\omega_1^2}. \qquad (3)$$

В момент времени $t = t_1$ частицы перейдут на участок II, при этом $x(t_1) = l_1$, где l_1 - длина первого участка.

Время t_1 определим, подставив $x = l_1$ в выражение (3):

$$A_1 e^{2\omega_1 t_1} - \left(\frac{d_1}{\omega_1^2} + l_1\right) \cdot e^{\omega_1 t_1} + A_2 = 0. \qquad (4)$$

Уравнение (4) является квадратным относительно $e^{\omega_1 t_1}$ и имеет решение:

$$t_1 = \frac{1}{\omega_1} \ln \frac{\left(\frac{d_1}{\omega_1^2} + l_1\right) \pm \sqrt{\left(\frac{d_1}{\omega_1^2} + l_1\right)^2 - 4A_1 A_2}}{2A_1}.$$

Движение частицы на участке II описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\ddot{x} + \omega_2^2 x = d_2, \qquad (5)$$

где
$$\omega_2^2 = \frac{k_{\tau 2} - \omega_г k_{n2}}{m} = \frac{k_{к2}}{m};$$

$$d_2 = \frac{F_\tau(l_1) - \omega_г F_n(l_1) - \omega_г mg - \omega_г C + (k\tau_2 - \omega_г k_{n2}) l_1}{m} =$$

$$= \frac{k(l_1) - \omega_г mg - \omega_г C}{m}.$$

Решение дифференциального уравнения (5) имеет вид:

$$x = A_3 \sin\omega_2 t + A_4 \cos\omega_2 t + \frac{d_2}{\omega_2^2}.$$

Введем новую переменную Q(x):

$$Q(x) = F_\tau(x) - F_{тр.д} = K(x) - \omega_т mg - \omega_г C,$$

причем $Q(x) > 0$ при $F_\tau(x) > F_{тр.д}$ и $Q(x) < 0$ при $F_\tau(x) < F_{тр.д}$.

В первом случае скорость частицы растет, а во втором – замедляется. При $Q(x) = 0$ в момент времени $t = t_2$ разгон частицы прекратится, т.е. $\dot{x}\big|_{t=t_2} = \max$ и $\ddot{x}\big|_{t=t_2} = 0$. Тогда $x\big|_{t=t_2} = \dfrac{d_2}{\omega_2^2}$.

В момент времени $t = t_3$ в точке с координатой $x\big|_{t=t_3}$ частица остановится относительно неподвижной системы координат, а в системе координат, жестко связанной с магнитной системой, $\dot{x}\big|_{t=t_3} = V_0$.

Сравним величины пути разгона $\left]x_0; \dfrac{d_2}{\omega_2^2}\right[$ и пути торможения $\left]\dfrac{d_2}{\omega_2^2}; x\big|_{t=t_3}\right[$, воспользовавшись равенством работ всех сил, действующих на частицу на этих отрезках, т.е. равенством соответствующих площадей, ограниченных графиком Q(x).

Отсутствие скачка силы трения соответствует максимальному пути разгона и торможения, при этом $Q(x_0) = 0$.

Из условия равенства работ имеем:

$$\int_{x_0}^{l_1} Q(x)dx + \int_{l_1}^{\frac{d_2}{\omega_2^2}} Q(x)dx = -\int_{\frac{d_2}{\omega_2^2}}^{x|t=t_3} Q(x)dx,$$

причем для участка I: $Q(x) = Q(0) + k_{Q_1} x$.;

для участка II: $Q(x) = Q(l_1) + k_{Q_2}(x - l_1)$,

где k_{Q_1} и k_{Q_2} - угловые коэффициенты, характеризующие наклон прямых Q(x) соответственно на участке I и II.

После преобразования имеем:

$$\frac{k_{Q_1}}{k_{Q_2}}(x_0;l_1)^2+\left(l_1;\frac{d_2}{\omega_2^2}\right)^2=\left(\frac{d_2}{\omega_2^2};x\Big|_{t=t_3}\right)^2.$$

Учитывая, что $k_{Q_1}\le k_{Q_2}$, имеем:

$$(x_0;l_1)+\left(l_1;\frac{d_2}{\omega_2^2}\right)>\left(\frac{d_2}{\omega_2^2};x\Big|_{t=t_3}\right).$$

Таким образом, путь разгона частицы больше пути торможения.

Анализ магнитных систем показывает, что $\left(x_0;\frac{d_2}{\omega_2^2}\right)<<l_1+l_2$.

Тогда получаем:

$$\left(x_0;\frac{d_2}{\omega_2^2}\right)+\left(\frac{d_2}{\omega_2^2};x\Big|_{t=t_3}\right)<l_1+l_2.$$

Таким образом, к моменту выхода на участок III частица будет иметь скорость относительно магнитных систем, равную V_0.

На участках III и IV направление F_τ совпадает с направлением V_0. Дифференциальное уравнение движения частицы после срыва имеет вид:

$$m\ddot{\varepsilon}=-F_\tau+F_{тр.д}=-F_\tau(\varepsilon)+\omega_г mg+\omega_г C. \quad (6)$$

В целях упрощения математических выкладок при описании движения частиц начало третьего участка примем за начало координат, а отсчет будем вести с момента срыва частицы.

Введем обозначение:

$$K(\varepsilon)=F_\tau(\varepsilon)-\omega_г F_n(\varepsilon). \quad (7)$$

Зависимость $K(\varepsilon)$ в пределах участка III имеет вид:

$$K(\varepsilon)=K(0)+k_{кз}\varepsilon, \quad (8)$$

где $k_{кз}$ – положительный коэффициент, определяющий наклон прямой $K(\varepsilon)$ на участке III.

С учетом (7) и (8) уравнение (6) приводится к виду:

$$\ddot{\varepsilon}+\omega_3^2\varepsilon=d_3,$$

где
$$\omega_3^2=\frac{k_{кз}}{m};\quad d_3=\frac{-K(0)+\omega_г mg+\omega_г C}{m}.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$\varepsilon=A_5\sin\omega_3 t+A_6\cos\omega_3 t+\frac{d_3}{\omega_3^2}. \quad (9)$$

После преобразований получим:

$$x\Big|_{t=0} = \frac{\omega_n F_n(0) + \omega_n mg + \omega_n C}{k_{\tau_3} - \omega_n k_{n_3}}. \qquad (10)$$

Положив $A_6 = L\cdot\sin\beta$ и $A_5 = L\cdot\cos\beta$, имеем

$$\dot{\varepsilon} = \omega_3 \sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} \cdot \cos(\omega_3 t + \beta),$$

$$\ddot{\varepsilon} = -\omega_3^2 \sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} \cdot \sin(\omega_3 t + \beta).$$

В промежутке времени от $t = 0$ до $t = t_1$ (с учетом выбора нового начала отсчета), когда $\dot{\varepsilon}$ становится равной нулю, ε возрастает, т.е.

$$\sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 \cdot \omega_3^2 + V_0^2} \cdot \cos(\omega_3 t_1 + \beta) = 0,$$

откуда $\omega_3 t_1 + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ и $t_1 = \dfrac{\pi - 2\beta}{2\omega_3}$.

При $t = t_1$

$$\varepsilon\Big|_{t=t_1} = \sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} + \frac{d_3}{\omega_3^2};$$

$$\ddot{\varepsilon}\Big|_{t=t_1} = -\omega_3^2 \sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0}{\omega_3^2}}.$$

При обратном ходе максимум скорости достигается при $\ddot{\varepsilon}\Big|_{t=t_2} = 0$:

$$0 = -\omega_3^2 \sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} \cdot \sin(\omega_3 t_2 + \beta),$$

откуда $\omega_3 t_2 + \beta = \pi$ и $t_2 = \dfrac{\pi - \beta}{\omega_3}$.

В этом случае

$$\dot{\varepsilon}\Big|_{t=t_2} = -\omega_3 \sqrt{\left(\varepsilon\Big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}}.$$

Обратный ход частицы заканчивается при $t = t_3$, когда $\dot{\varepsilon}\big|_{t=t_3} = 0$, то есть

$$0 = \omega_3 \sqrt{\left(\varepsilon\big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} \cdot \cos(\omega_3 t_3 + \beta),$$

откуда $\omega_3 t_3 + \beta = \dfrac{3\pi}{2}$ и $t_3 = \dfrac{1{,}5\pi - \beta}{\omega_3}$.

В этом случае

$$\varepsilon\big|_{t=t_3} = -\sqrt{\left(\varepsilon\big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} + \frac{d_3}{\omega_3^2};$$

$$\ddot{\varepsilon}\big|_{t=t_3} = \omega_3^2 \sqrt{\left(\varepsilon\big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}}.$$

Далее частица движется вправо.

В момент времени $t = t_4$ скорость частицы становится равной V_0, т.е. в неподвижной системе координат частица останавливается.

Тогда $$\dot{\varepsilon}\big|_{t=t_4} = V_0 = \omega_3 \sqrt{\left(\varepsilon\big|_{t=0} - \frac{d_3}{\omega_3^2}\right)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_3^2}} \cdot \cos(\omega_3 t_4 + \beta),$$

откуда

$$\omega_3 t_4 + \beta = 2\pi - \beta \quad \text{и} \quad t_4 = 2\frac{\pi - \beta}{\omega_3},$$

и $$\varepsilon\big|_{t=t_4} = \frac{2d_3}{\omega_3^2} - \varepsilon\big|_{t=0} \le \varepsilon\big|_{t=0},$$

учитывая, что $\varepsilon\big|_{t=0} - \dfrac{d_3}{\omega_3^2} \ge 0$.

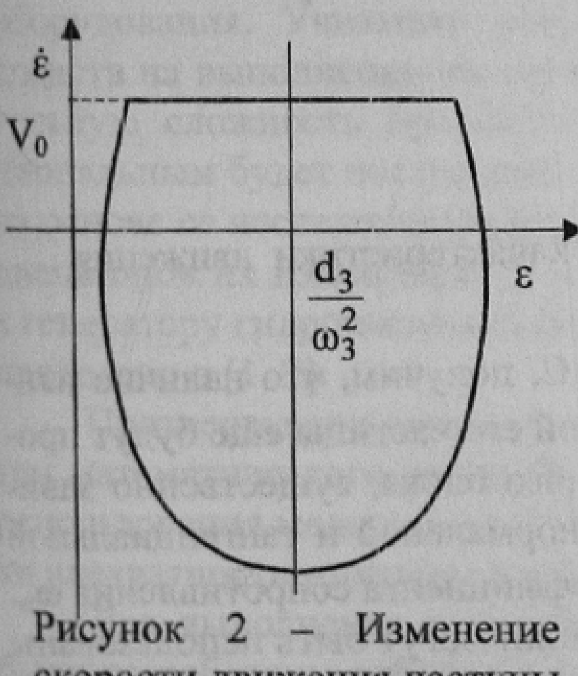


Рисунок 2 – Изменение скорости движения частицы по длине желоба

Одиночная частица, удержанная в зоне действия магнитного блока, совершает автоколебания. Характер изменения во времени координаты ε, скорости $\dot{\varepsilon}$ и ускорения $\ddot{\varepsilon}$ иллюстрируют графики (рис.2 и рис.3). Математически условие срыва частицы с неферромагнитного кожуха записывается следующим образом:

$$\varepsilon\big|_{t=0} \le l_3 .$$

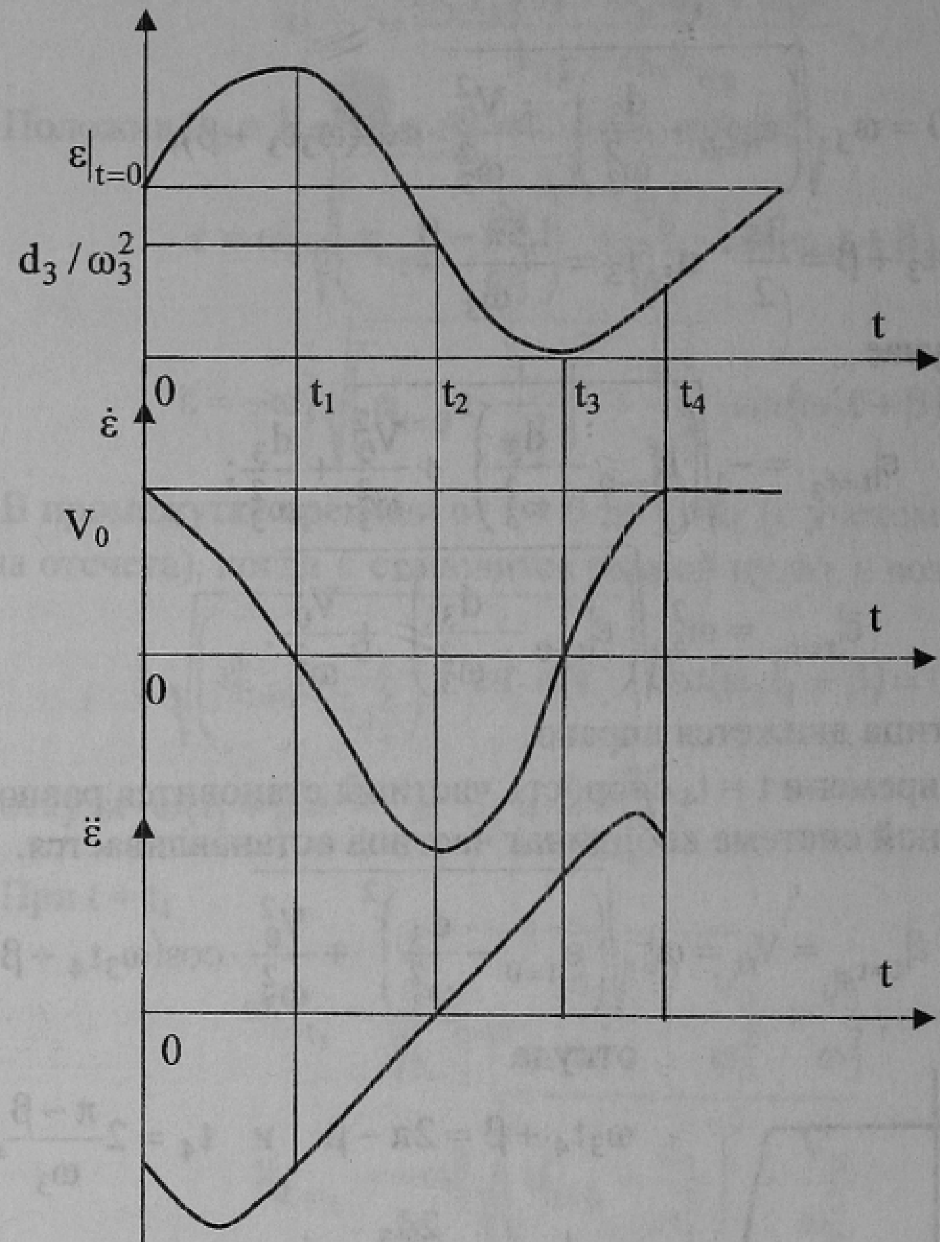


Рисунок 3 – Кинематические характеристики движения частицы на III и IV участках

Решая неравенство относительно С, получим, что наличие наибольшей липкости груза $C_{сд}$, при которой его частицы еще будут проскальзывать по кожуху в зоне магнитного блока, существенно зависит от распределения по длине блока нормальной и тангенциальной составляющих магнитной силы и от коэффициента сопротивления $\omega_п$.

Результаты полученных исследований могут быть использованы при расчете параметров магнитно-механического транспортного средства, перемещающего ферромагнитный груз движущимся магнитным полем.