

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС РЕДУКТОРА ПРИВОДА РАБОЧЕГО ОРГАНА МАШИНЫ

Бойко Н.Г., докт. тех. наук, проф., Сивер Л.Н.

Донецкий государственный технический университет

Разработана математическая модель напряженно – деформированных зубьев зубчатых колес, позволяющая установить основные виды повреждений и характер их развития и причины возникновения.

The mathematical model tight - deformed finger of cog-wheels permitting to establish the main kinds of damages and nature of their development and the cause of originating is designed.

Габариты редуктора привода исполнительного органа очистных комбайнов ограничены мощностью разрабатываемого угольного пласта. Кроме того, размеры поворотного редуктора, несущего на выходном валу исполнительный орган, должны быть минимальны для обеспечения выгрузки угля на конвейер. Поэтому несущая способность зубчатых передач редуктора привода не может быть повышена за счет увеличения их размеров.

В результате анализа повреждений зубчатых колес горных машин установлены основные виды повреждений, характер их развития и причины возникновения.

В результате развития поднутрения и абразивного изнашивания на рабочей поверхности зуба образуется так называемый "хребет" между изношенными его участками у ножки и у головки (рис. 1). "Хребет" образуется в районе полюса, т.к. в этой фазе зацепления отсутствует взаимное скольжение профилей, а следовательно, и абразивное изнашивание. За счет этого уменьшается радиус кривизны профиля в полюсе зацепления и возникают повышенные контактные напряжения, что приводит к усталостному выкрашиванию цементационного слоя на "хребте".

Степень развития описанных выше повреждений зуба в общем случае неодинакова по ширине зубчатого венца и зависит от неравномерности распределения нагрузки по ширине зуба. Согласно данным дефектации зубчатых колес горных машин [1] 70-80% колес имели локализованные разрушения. Наличие локализованных по ши-

рине зуба разрушений свидетельствует о том, что в процессе работы передачи не происходит снижения степени неравномерности нагрузки вследствие приработки зубьев. Наиболее существенным в количественном отношении видом повреждений является усталостное выкрашивание цементационного слоя зубьев в районе полюсной контактной линии [1]. Следовательно, для повышения несущей способности зубчатых колес критерием выбора продольных профилей зубьев должна быть контактная выносливость их рабочих поверхностей в полюсе зацепления.

В процессе работы передачи распределение нагрузки по ширине зубьев постоянно изменяется. Это обусловлено деформацией элементов редуктора под действием изменяющейся нагрузки, а также погрешностью направления отдельных зубьев колес. Из этого следует, что при определении оптимального продольного профиля зубьев необходимо моделировать процесс накопления повреждения их рабочими поверхностями от действия изменяющейся удельной нагрузки.

Определяющее влияние на формирование распределения нагрузки в передаче оказывают компенсирующие прогибы зубьев, в общем случае неодинаковые по ширине зубчатого венца. Такое сложное напряженно-деформированное состояние зуба обуславливает трудности в его описании и учете изгибной податливости зубьев при определении удельной нагрузки по длине контактной линии. Использование точных (в постановке задачи) методов теории упругости, например, метода конечных элементов для определения пространственного напряженно-деформированного состояния зуба применительно к решаемой задаче нерационально, так как они очень громоздки.

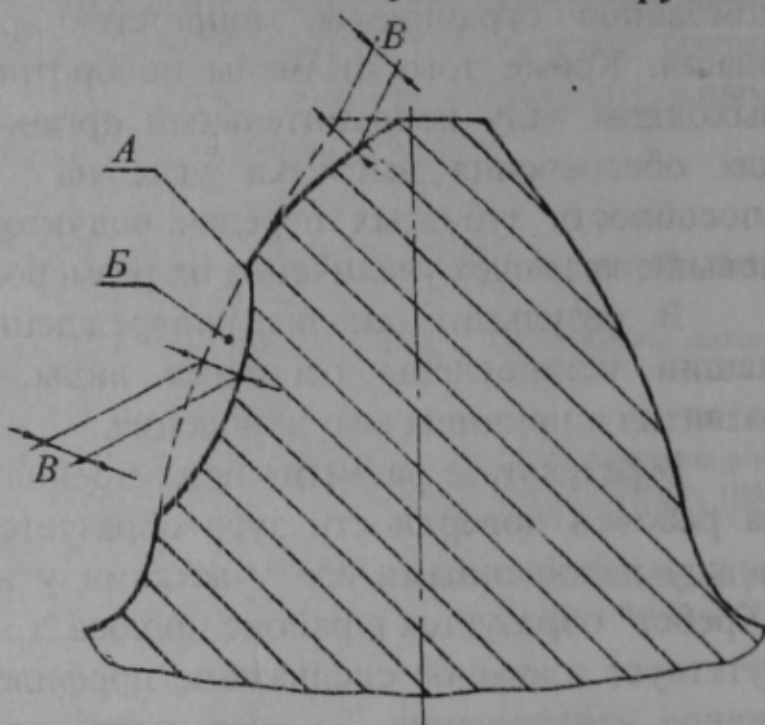


Рисунок 1 - Схема износа рабочего профиля зуба зубчатого колеса: А — “хребет” в полюсе зацепления; Б — поднутрение; В — износ.

Задача учета изгибной податливости зубьев при определении распределения нагрузки по ширине зубчатого венца сводится к описанию прогибов контактной линии зуба при приложении сосредоточенной силы в произвольной ее точке. Условно разделим зуб поперечными сечениями на ряд консольных пластин (рис. 2,а). В результате деформации зуба эти сечения занимают новые положения и на их боковых площадках возникают реакции связи в виде распределенных нормальных и касательных сил. Очевидно, что под действием

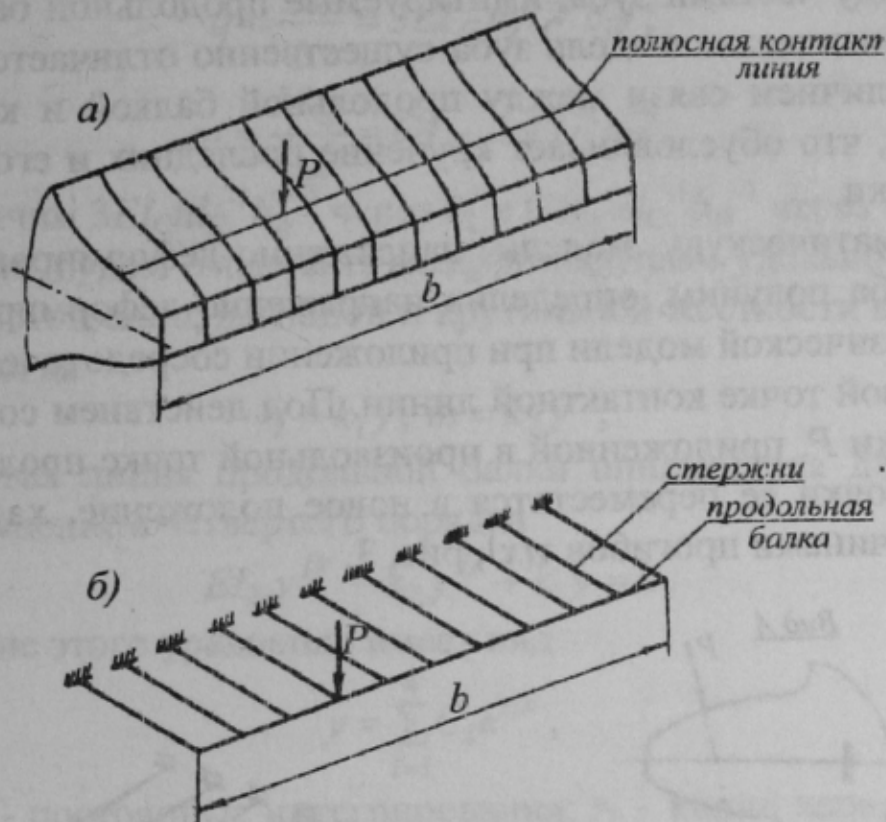


Рисунок 2 - Вид зуба цилиндрического зубчатого колеса (а) и его физическая модель (б)

внешней нагрузки и реакций связи пластины испытают деформации изгиба и кручения. Приняв, что распределенные по боковым площадкам пластин реакции связи приложены в одной точке на уровне полюсной контактной линии по высоте зуба, получим достаточно простую и удобную для описания применительно к решению поставленных задач конструкцию, заменяющую зуб. Эта конструкция схематично представляет собой раму, состоящую из параллельно расположенных стержней, одни концы которых жестко защемлены, а другие связаны между собой упругой продольной балкой, (рис. 2,б). Длина балки равна ширине зубчатого венца. Так как поперечные сечения зуба по его ширине одинаковы, а контактная линия параллельна основанию зуба, то консольные стержни, имитирующие изгибную же-

сткость зуба на отдельных участках по ширине, должны быть одинаковой длины, иметь одинаковые сечения и располагаться с равными интервалами, а продольная балка должна иметь постоянное по длине сечение.

При приложении к продольной балке той же нагрузки, что и к зубу, консольные стержни рамы испытывают те же виды деформации — изгиб и кручение, — что и соответствующие им части зуба. Причем, в предлагаемой конструкции рамы сохранены основные виды связей между частями зуба, имитируемые продольной балкой. Предлагаемая физическая модель зуба существенно отличается от известной [2] наличием связи между продольной балкой и консольными стержнями, что обуславливает кручение последних и его влияние на прогиб балки.

Математическую модель напряженно-деформированного состояния зуба получим, определив напряженно-деформированное состояние физической модели при приложении сосредоточенной силы в произвольной точке контактной линии. Под действием сосредоточенной нагрузки P , приложенной в произвольной точке продольной балки $x_p=a$, точки ее переместятся в новое положение, характеризующееся величинами прогибов $y(x)$, рис. 3.

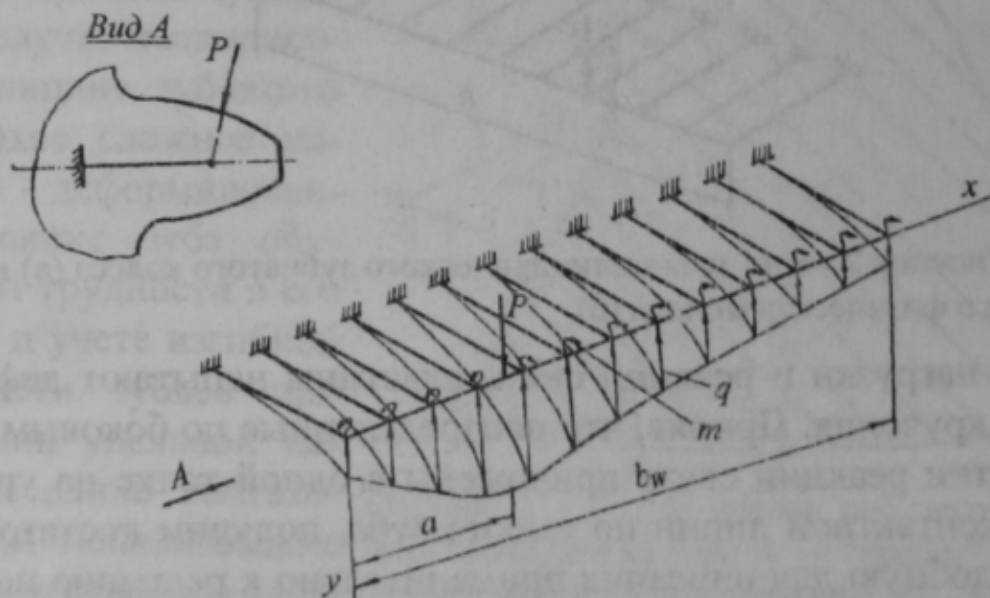


Рисунок 3 — Схема сил и моментов, действующих на продольную балку физической модели зуба

В результате деформации изгиба и кручения консольных стержней со стороны каждого из них на продольную балку будут действовать: поперечная сила $Q_c=3EI_c l_c^{-3}y$ и момент $M_c=GI_{пс}y$, где y — прогиб балки в точке соединения со стержнем; I_c - осевой момент

инерции сечения стержня; l_C - длина стержня; E, G — модули упругости соответственно первого и второго рода; $I_{пс}$ - полярный момент инерции сечения стержня.

Каждый стержень физической модели соответствует элементарному участку зуба $\Delta x = b_W n^{-1}$, где n — количество стержней в физической модели зуба; b_W — ширина зубчатого венца. Тогда получим, что на балку со стороны стержней действуют распределенные по ее длине сила и момент соответственно:

$$q = \frac{Q_C}{\Delta x} = 3EI_C n y l_C^{-3} b_W^{-1}; \quad (1)$$

$$m = \frac{M_C}{\Delta x} = GI_{пс} n y' l_C^{-1} b_W^{-1}. \quad (2)$$

Обозначим $3EI_C n l_C^{-3} b_W^{-1}$ через k_1 и $GI_{пс} n l_C^{-1} b_W^{-1}$ через k_2 , которые в дальнейшем будем именовать коэффициентами удельной по длине балки, соответственно, изгибной и крутильной жесткости консольных стержней. Тогда

$$q = k_1 y; \quad m = k_2 y', \quad (3)$$

а упругая линия продольной балки описывается дифференциальным уравнением четвертого порядка

$$EI_\delta y^{IV} - k_2 y'' + k_1 y = 0. \quad (4)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$y = \sum_{i=1}^4 C_i e^{r_i x}, \quad (5)$$

где C_i - постоянные интегрирования; r_i - корни характеристического уравнения:

$$EI_\delta r^4 - k_2 r^2 + k_1 = 0. \quad (6)$$

В случае действительных корней характеристического уравнения последние являются попарно противоположными по знаку: $r_1 = s$; $r_2 = -s$; $r_3 = z$; $r_4 = -z$ и решение уравнения (4) имеет вид

$$y = C_1 e^{sx} + C_2 e^{-sx} + C_3 e^{zx} + C_4 e^{-zx}. \quad (7)$$

Если корни характеристического уравнения комплексные, то они должны быть комплексно сопряженными $r_1 = q + i\mu$; $r_2 = q - i\mu$; $r_3 = -q - i\mu$; $r_4 = -q + i\mu$ и решение уравнения (4) в действительной форме имеет вид

$$y = C_1 e^{gx} \cos \mu x + C_2 e^{gx} \sin \mu x + C_3 e^{-gx} \cos \mu x + C_4 e^{-gx} \sin \mu x. \quad (8)$$

Постоянные интегрирования C_i для каждого из интервалов $0 \leq x \leq a$ и $a \leq x \leq b$ (см.рис. 3) определяются из граничных условий на концах этих интервалов:

$$Q(x)|_{x=0} = 0; \quad Q(x)|_{x=b} = 0; \quad M(x)|_{x=0} = 0; \quad M(x)|_{x=b} = 0;$$

$$Q(x)|_{x \rightarrow a}^{x > a} - Q(x)|_{x \rightarrow a}^{x < a} = P; \quad M(x)|_{x \rightarrow a}^{x > a} - M(x)|_{x \rightarrow a}^{x < a} = 0; \quad (9)$$

$$y(x)|_{x \rightarrow a}^{x > a} - y(x)|_{x \rightarrow a}^{x < a} = 0; \quad y'(x)|_{x \rightarrow a}^{x > a} - y'(x)|_{x \rightarrow a}^{x < a} = 0;$$

где P - величина усилия, действующего на зуб; Q, M — соответственно поперечная сила и изгибающий момент в сечении продольной балки с координатой x . Таким образом, разработанная математическая модель дает основание описывать распределение величин прогибов зуба по ширине зубчатого венца (рис. 4).

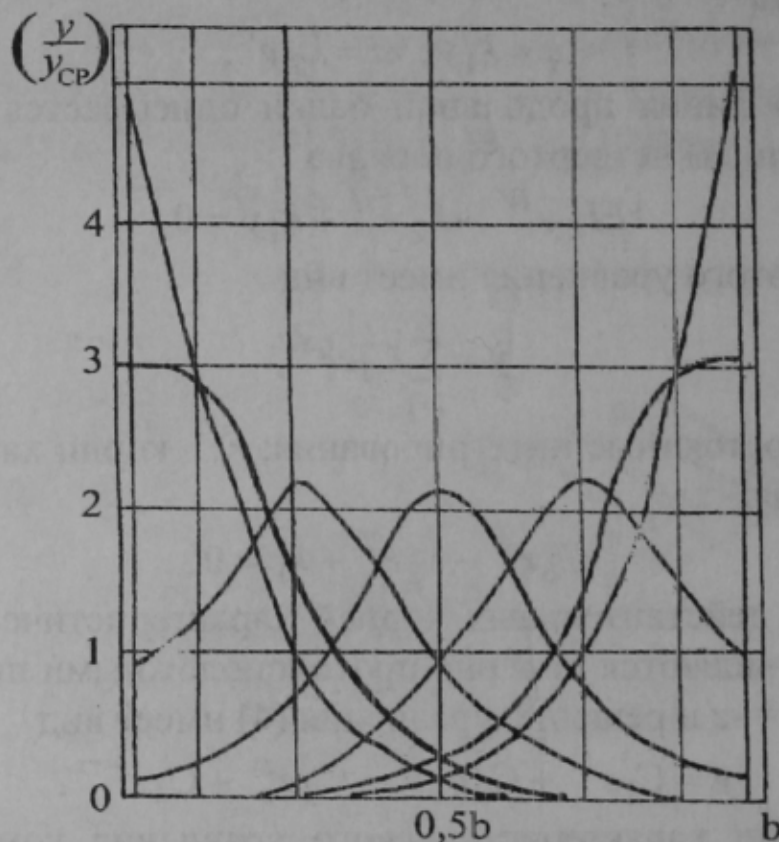


Рисунок 4 - Графики относительных величин деформаций, полученных по разработанной модели напряженно-деформированного состояния зуба

Разработанная математическая модель напряженно - деформированного состояния зуба содержит три параметра EI_δ, k_1, k_2 , один из которых k_1 можно определить по известным методикам, поставив в

соответствие его физический смысл известным параметрам зуба. Жесткость консольных стержней соответствует изгибной жесткости зуба, которую можно определить, например, по методике [3], учитывающей форму поперечного сечения зуба и положение контактной линии на его рабочей поверхности по высоте.

Параметры EI_{δ} , и k_2 носят условный характер. Поэтому они определялись при обработке экспериментальных данных. По результатам эксперимента, проведенного на натуральных колесах редуктора привода исполнительного органа проходческого комбайна 4ПП-2, аналогичных по конструкции колесам очистных комбайнов, предложены зависимости для определения этих параметров

$$k_2 = Ak_1 m^2; \quad (10)$$

$$EI_{\delta} = m^4 (C + Dk_1^2); \quad (11)$$

где m — модуль зубчатого венца; $A = 1,7$; $C = 4 \cdot 10^4$ Н/мм²; $D = 1,7 \cdot 10^{-5}$ мм²/Н — регрессионные коэффициенты.

Сравнением прогибов, полученных экспериментально, со значениями этих величин, определенными по модели, установлено, что разработанная математическая модель напряженно - деформированного состояния зуба адекватно описывает его реальное напряженно - деформированное состояние при нагружении зуба сосредоточенной силой в любом сечении по ширине зубчатого венца.

Таким образом, разработанная модель напряженно-деформированного состояния зуба позволяет без проведения экспериментальных исследований на стадии проектирования учитывать изгибную податливость зубьев при определении оптимальных параметров их продольной модификации.

Список литературы:

1. Молдавский Л.А., Финкельштейн З.Л., Верклов Б.А. Виды повреждений и долговечность трансмиссий горных машин. — М.: Недра, 1981. — 192 с.
2. Осетров Л.В. Жесткость зубьев конечной длины // колебания механизмов с зубчатыми передачами. М.: Наука, 1977. — С. 132 — 135.
3. Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д., Колин Д.И. Податливость прямозубого зубчатого зацепления // Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами. — М.: Наука, 1971. — С. 13-59.