

УДК 622.674.17

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ГОЛОВНЫХ КАНАТАХ ПОДЪЕМНЫХ УСТАНОВОК.

Шахтарь П.С. докт. тех. наук., проф.,

Селивра С.А. канд. техн. наук, доц.,

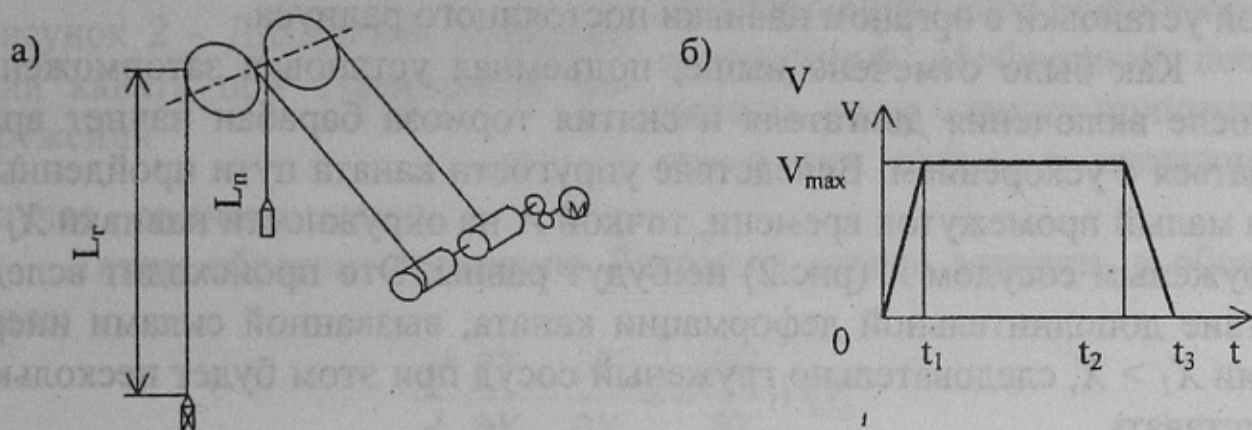
Донецкий государственный технический университет

Определены зависимости колебательных процессов в головных канатах подъемной установки с целью повышения точности расчетов каната на прочность и запасов против проскальзывания.

В процессе эксплуатации рудничных подъемных установок в головных канатах возбуждаются динамические и статические нагрузки. Динамические нагрузки можно условно разделить на две группы. К первой относятся внезапно возникающие в результате однократного приложения нагрузки, например при разгоне, и торможении сосуда, при взаимодействии опорных лап сосуда с проводниками во время прохождения стыковых соединений (встречные и попутные ступеньки). Ко второй группе относятся непрерывно действующие динамические нагрузки, возникающие вследствие автоколебаний сосуда на упругом канате. Эти группы нагрузок недостаточно изучены и вследствие этого при расчетах барабанных и многоканатных машин учет их ведется приближенно, путем введения коэффициентов запаса прочности. Так, при расчетах подъемных установок с глубиной шахты менее или равной 600 м. расчетным сечением каната считается сечение в точке набегания (сбегания) каната с направляющего шкива. При глубине шахты более 600 м. отвес каната вообще не учитывается, полагая, что упругий канат гасит колебания сосудов, в результате чего динамические нагрузки не складываются со статическими. При этом расчетным сечением является сечение в точке крепления сосуда к канату, несмотря на то, что в дальнейшем выполняется проверка также и по сечению в точке набегания (сбегания) каната с направляющего шкива при других (пониженных) коэффициентах запаса прочности. Однако, отсутствие в расчетах учета влияния длины отвеса каната вряд ли следует считать правильным. Следовательно, проведение дальнейших теоретических и экспериментальных исследований динамических нагрузок в головных канатах подъемных установок с целью уточнения методов их расчета является одной из актуальных задач.

Для исследования динамических нагрузок в головных канатах подъемных установок рассмотрим общий случай: машины с органами навивки постоянного радиуса и многоканатные (рис.1а).

В процессе эксплуатации подъемной установки, при разгоне и торможении, возбуждаются колебания груженого и порожнего сосудов на упругих канатах. Это является причиной значительных динамических нагрузок, передаваемых на канаты и механическую часть подъемной машины. Колебания сосудов, в этом сложном движении, являются движением относительным, а положение устойчивого статического равновесия находится в переносном движении.



а – схема подъемной установки;

б – диаграмма скорости движения сосуда.

Рисунок 1 – Расчетные схемы подъемной установки

Пусть перед началом разгона установка заторможена, а длины канатов груженой и порожней ветви равны соответственно L_r и L_n . Под действием концевых нагрузок груженой Q_r и порожней Q_n ветвей головные канаты вытянуты соответственно на величины статических прогибов f_r и f_n . Эти положения сосудов и приняты за начало отчета.

Рассмотрим случай возбуждения максимального значения динамического усилия в головном канате, поднимающегося груженого сосуда, когда скорость переносного движения выше скорости относительного движения сосуда.

Будем считать, что переносное движение осуществляется строго по трапецеидальной диаграмме, (рис.1б) т.е. в период разгона и торможения барабан вращается соответственно с постоянным ускорением и замедлением, а в период установившегося движения с постоянной скоростью. Принимая такие допущения, тем самым, задаемся законами движения подъемного каната на барабане в каждом из трех периодов.

Наличие в подъемной установке звена с повышенной податливостью каната позволяет рассматривать барабан и передачи его привода как абсолютно жесткие массы.

Учитывая также, что приведенная масса вращающихся элементов подъемной машины значительно больше массы груженого сосуда и приведенной к нему массы вращающегося элемента головного каната, это дает право принять условие, что подвешенная на упругом канате масса не может вызвать угловые движения органа навивки.

Рассмотрим динамические процессы, протекающие в головном канате груженой ветви в период разгона неуравновешенной подъемной установки с органом навивки постоянного радиуса.

Как было отмечено выше, подъемная установка заторможена. После включения двигателя и снятия тормоза барабан начнет вращаться с ускорением. Вследствие упругости каната пути пройденные за малый промежуток времени, точкой A на окружности навивки X_1 и груженым сосудом X (рис.2) не будут равны. Это происходит вследствие дополнительной деформации каната, вызванной силами инерции $X_1 > X$, следовательно груженный сосуд при этом будет несколько отставать.

Для составления дифференциальных уравнений движения подъемной установки применим метод Лагранжа, как более общий, основанный на понятии обобщенных координат и обобщенных сил.

Под обобщенными координатами $X_i(t)$ понимаются независимые друг от друга функции времени, каждая из которых полностью описывает движение всей динамической системы. При бесконечно малом изменении координаты одного из элементов системы приведет к изменению координат остальных элементов системы.

Первые производные от обобщенных координат по времени $\dot{X}_i(t)$ называются обобщенными скоростями.

Под обобщенной силой Q_x , соответствующей данной обобщенной координате, понимается отношение элементарной работы δA , производимой всеми силами действующими на систему при бесконечно к бесконечно малому изменению координат. Следовательно, для вычисления обобщенной силы, соответствующей данной обобщенной координате, необходимо записать выражение всех сил (внешних и внутренних) при бесконечно малом приращении обобщенной координаты. Число дифференциальных уравнений будет равно числу обобщенных координат, решаемых совместно.

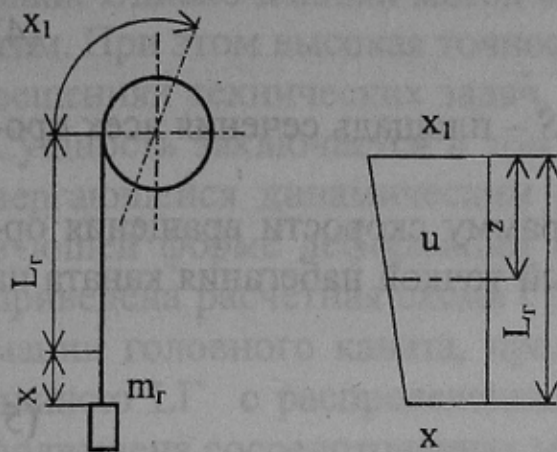


Рисунок 2 - Диаграмма деформации каната при статическом нагружении

в случае - со знаком плюс.

Таким образом, уравнение Лагранжа можно записать в общем виде:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{X}} - \frac{\partial T}{\partial X} = - \frac{\partial \Pi}{\partial X} + Q'_x$$

где T - кинетическая энергия системы по данной обобщенной координате;

Π - потенциальная энергия системы; Q_x - обобщенная сила определяемая неконсервативными силами.

Согласно принятым допущениям, для определения положения динамической системы достаточно одной обобщенной координаты за которую примем перемещение x груженого сосуда (рис. 2).

Запишем кинетическую и потенциальную энергии груженой ветви:

$$T_{\Gamma} = \frac{(m_{\Gamma} + m_{К.Г.})\dot{x}^2}{2}, \quad (2)$$

где T_2 - кинетическая энергия концевого груза; $m_{К.Г.}$ - масса каната груженой ветви, приведенная к массе груженого сосуда; m_{Γ} - масса груженого сосуда.

$$\Pi_{\Gamma} = \frac{c(x - x_1)\dot{x}^2}{2}, \quad (3)$$

где Π_{Γ} - потенциальная энергия накопленная упругим канатом при его продольной деформации; c - продольная жесткость каната при растяжении.

Если на систему действуют консервативные силы (работа которых зависит только от координат конечных точек пути-силы упругости, силы тяжести), то обобщенные силы определяются как частные производные потенциальной энергии системы по соответствующей обобщенной координате. Заметим также, что если обобщенная сила препятствует возрастанию обобщенной координаты, то ее следует принимать со знаком минус, в противном

$$c = \frac{ES}{L_{\Gamma}}, \quad (4)$$

где E – модуль упругости каната; S – площадь сечения всех про-
волоков каната.

Принимая трапецеидальную диаграмму скорости вращения ор-
гана навивки, запишем путь проходимый точкой набегания каната на
барабан:

$$x_1 = \frac{at^2}{2}, \quad (5)$$

где a – ускорение на окружность навивки каната.

При расчетах подъемных установок головные канаты принима-
ют в виде упруговязкой системы с силами вязкого сопротивления,
пропорциональными первой производной перемещения.

Тогда, обобщенная сила будет иметь вид:

$$Q_x = -\alpha\dot{x}, \quad (6)$$

где α – коэффициент сопротивления; знак минус указывает, что
сила препятствует возрастанию обобщенной координаты.

Вычислим члены уравнения Лагранжа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &= 2 \frac{m_{\Gamma} + m_{K.Г.}}{\alpha} \dot{x} = (m_{\Gamma} + m_{K.Г.}) \dot{x} \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &= (m_{\Gamma} + m_{K.Г.}) \ddot{x} \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \Pi_{\Gamma}}{\partial x} &= -cx + cx_1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставляя (7) в (1) с учетом (5) и (6) получим дифференциаль-
ное уравнение движения груженого сосуда

$$(m_{\Gamma} + m_{K.Г.}) \ddot{x} + \alpha \dot{x} + cx = \frac{ca}{2} t^2, \text{ откуда:}$$

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{(m_{\Gamma} + m_{K.Г.})} \dot{x} + \frac{c}{(m_{\Gamma} + m_{K.Г.})} x = \frac{ca}{\alpha(m_{\Gamma} + m_{K.Г.})} t^2 \quad (8)$$

Неизвестным параметром в дифференциальном уравнении(8)
является масса головного каната $m_{K.Г.}$, приведенная к массе гружено-
го сосуда. Определение параметров может быть произведено путем
интегрирования дифференциального уравнения математической фи-

зики. Однако данный метод оказывается весьма сложным и громоздким. При этом высокая точность решения неоправданно усложнена. В решениях технических задач, как правило, применяется метод Рэлея. Сущность заключается в том, что форма деформации системы, подвергающейся динамическим возбуждением, принимается соответствующей форме деформации при статическом нагружении. На рис.2 приведена расчетная схема статического нагружения и форма деформации головного каната, представляющего собой упругий стержень длиной L_{Γ} с распределенным весом P , на нижнем конце которого подвешена сосредоточенная масса m (грузеный сосуд).

Пусть u – перемещение сечения каната при его деформации, расположенного на расстоянии z от закрепленного конца. Тогда кинетическая энергия элемента массы dm каната длиной dz будет равна:

$$dT_K = dm \frac{\dot{u}^2}{2} = \frac{P}{2g} \dot{u}^2 \cdot dz, \quad (9)$$

где g – ускорение силы тяжести.

Полная кинетическая энергия каната будет равна:

$$T_{K.П.} = \frac{P}{\alpha g} \int_0^{L_{\Gamma}} \dot{u}^2 \cdot dz, \quad (10)$$

С другой стороны полная кинетическая энергия головного каната может быть определена из выражения (2):

$$T_{K.П.} = \frac{m_{K.П.} \dot{x}^2}{2} \quad (11)$$

Из (10) и (11) запишем:

$$m_{K.П.} = \frac{P}{g \dot{x}^2} \int_0^{L_{\Gamma}} \dot{u}^2 \cdot dz \quad (12)$$

Принимая форму статического нагружения по линейному закону, получим:

$$\dot{u} = \frac{\dot{x}}{L_{\Gamma}} z \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12) будем иметь:

$$m_{K.П.} = \frac{P}{g} \int_0^{L_{\Gamma}} z^2 \cdot dz = \frac{PL_{\Gamma}}{3g} = \frac{m'_{K2}}{3} \quad (14)$$

где $m_{кз} = P_{L_{\Gamma}}$ — масса головного каната грузовой ветви длиной L_{Γ} .

Таким образом, для учета кинетической энергии каната при динамических процессах достаточно к массе конечного груза добавить одну треть массы каната.

Возвращаясь к предыдущему, запишем выражение конечных нагрузок:

грузовой ветви:

$$Q_{\Gamma} = \left(m_{\Gamma} + \frac{m'_{кз}}{3} \right) g \quad (15)$$

порожней ветви:

$$Q = \left(m_{\Pi} + \frac{m'_{кп}}{3} \right) g \quad (16)$$

где $m_{кп}$ — масса каната порожней ветви длиной L_{Π} , приведенная к точке закрепления каната к сосуду.

Таким образом неизвестный параметр $m_{кз}$ в дифференциальном уравнении движения груженого сосуда определен и равняется одной трети массы головного каната длиной L_{Γ} .

Следовательно, дифференциальное уравнение принимает вид:

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{\left(m_{\Gamma} + \frac{m'_{кз}}{3} \right)} \dot{x} + \frac{c}{\left(m_{\Gamma} + \frac{m'_{кз}}{3} \right)} x = \frac{ca}{2 \left(m_{\Gamma} + \frac{m'_{кз}}{3} \right)} t^2 \quad (17)$$

Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка складывается из решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Решение однородного дифференциального уравнения:

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{\left(m_{\Gamma} + \frac{m'_{кз}}{3} \right)} \dot{x} + \frac{c}{\left(m_{\Gamma} + \frac{m'_{кз}}{3} \right)} x = 0.$$

Обозначим $2m = \frac{\alpha}{m + \frac{m'_{кз}}{3}}$ и $K = m + \frac{m'_{кз}}{3}$ и дифференциальное

уравнение перепишем в виде:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \frac{C}{K} x = 0$$

Выполняя решение получим характеристическое уравнение:

$$p^2 + 2np + \frac{c}{K} = 0,$$

откуда:

$$p = -n \pm \sqrt{n^2 - \frac{c}{K}}$$

Если соблюдено условие малого вязкого сопротивления $n \ll c/K$, то выражение для p будет выглядеть:

$$p = -n \pm i\sqrt{\frac{c}{K} - n^2}.$$

Решение однородного дифференциального уравнения будет иметь вид:

$$x' = e^{-nt} (A \sin p_1 t + B \cos p_1 t), \quad (19)$$

где $p_1 = \sqrt{\frac{c}{K} - n^2}$ - собственная частота системы.

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения будем искать в виде:

$$\Phi(t) = C_1 t^2 + C_2 t + C_3, \quad (20)$$

тогда:

$$\Phi'(t) = C_1 t + C_2 \quad (21)$$

$$\Phi''(t) = C_1 \quad (22)$$

Подставив (21) и (22) в (17) получим:

$$\begin{aligned} 2C_1 + \frac{\alpha}{\left(m_\Gamma + \frac{m'_{к22}}{3}\right)} (2C_1 + C_2) + \frac{c}{\left(m_\Gamma + \frac{m'_{к22}}{3}\right)} (C_1 t^2 + C_2 t + C_3) = \\ = \frac{ca}{\alpha \left(m_\Gamma + \frac{m'_{к22}}{3}\right)} t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2C_1 + \frac{\alpha}{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)} 2C_1 t + \frac{\alpha}{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)} C_2 + \frac{c}{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)} C_1 t^2 + \\ + \frac{c}{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)} C_2 t + \frac{c}{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)} C_3 = \frac{ca}{2\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)} t^2 \end{aligned}$$

Решая систему алгебраических уравнений получим коэффициенты:

$$C_1 = \frac{a}{2}; \quad C_2 = -\frac{\alpha}{C}a; \quad C_3 = -\left(\frac{\alpha}{C}\right)^2 a + \frac{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)}{C}$$

Подставив в (8) частный интеграл будем иметь вид:

$$\Phi(t) = \frac{a}{2}t^2 + \frac{\alpha a}{c}t + \left(\frac{\alpha}{c}\right)^2 a - \frac{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)}{C}a \quad (24)$$

Тогда общее решение уравнения движения сосуда в период разгона будет иметь вид:

$$x = e^{-nt} (A \sin p_1 t + B \cos p_1 t) + \frac{a}{2}t^2 - \frac{\alpha a}{c}t - \left(\frac{\alpha}{c}\right)^2 a + \frac{\left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)}{C}a \quad (25)$$

Определим постоянные А и В. При $t=0$, $x=0$ из уравнения (25) получим:

$$B = -\frac{m + \frac{m'_{к2}}{3}}{C}a + \left(\frac{a}{c}\right)^2 a \quad (26)$$

Скорость движения сосуда в этот период получаем дифференцированием x по времени:

$$\dot{x} = -ne^{-nt} (A \sin p_1 t + B \cos p_1 t) + e^{-nt} p_1 (A \cos p_1 t - B \sin p_1 t) + at - \frac{\alpha a}{c} \quad (27)$$

При $\dot{x} = 0, t = 0$ из уравнения (27) получим:

$$A = \frac{nB}{p_1} + \frac{\alpha a}{cp_1} \quad (28)$$

Подставляя значения B , n и p_1 в уравнение (28) получаем:

$$A = \frac{\frac{3\alpha a}{2} - \frac{\alpha^3 a}{\alpha c^2 \left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)}}{c \sqrt{\frac{c}{m + \frac{m'_{к2}}{3}} - \frac{\alpha^2}{4 \left(m + \frac{m'_{к2}}{3}\right)^2}}} \quad (29)$$

Для представления уравнения (25) в виде функции, зависящей от одной переменной t введем обозначения:

$$A = \rho \cos \gamma; B = \rho \sin \gamma \quad (30)$$

где ρ и γ - постоянные величины подлежащие определению.

Подставим введенные обозначения в уравнение (27) и получим уравнение движения сосуда в виде:

$$\dot{x} = -e^{-nt} \left(\rho \cos \gamma \sin p_1 t + \rho \sin \gamma \cos p_1 t \right) + \frac{at^2}{2} - \frac{\alpha a}{c} t - \left(\frac{\alpha}{c} \right)^2 a + \frac{m + \frac{m'}{3}}{c} a \quad (31)$$

Определим амплитуду ρ и начальную фазу колебаний γ .

$$A^2 = \rho^2 \cos^2 \gamma; B^2 = \rho^2 \sin^2 \gamma$$

$$\rho = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (32)$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{B}{A} \quad (33)$$

Подставляя (25) и (29) в (32) и (33) получаем:

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{\frac{3\alpha a}{2} - \frac{\alpha^3 a}{\alpha c^2 \left(m + \frac{m'_{к2}}{3} \right)}}{c \sqrt{\frac{m + \frac{m'_{к2}}{3}}{4 \left(m + \frac{m'_{к2}}{3} \right)^2} - \frac{\alpha^2}{c}}} \right)^2 + \left(-\frac{m + \frac{m'_{к2}}{3}}{c} a + \left(\frac{\alpha}{c} \right)^2 a \right)^2} \quad (34)$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{\left(-\frac{m + \frac{m'_{к2}}{3}}{c} a + \left(\frac{\alpha}{c} \right)^2 a \right) c \sqrt{\frac{c}{m + \frac{m'_{к2}}{3}} - \frac{\alpha^2}{4 \left(m + \frac{m'_{к2}}{3} \right)^2}}}{\frac{\frac{3\alpha a}{\alpha} - \frac{\alpha^3 a}{2c^2 \left(m + \frac{m'_{к2}}{3} \right)}}{c}} \quad (35)$$

Усилие в головном канате будем определять по формуле:

$$F = cx, \text{ Н} \quad (36)$$

где c - жесткость каната, Н/м, x - перемещение сосуда. м.

Учитывая, что жесткость каната при движении сосуда непрерывно изменяется в связи с изменением его свободной длины, будем искать жесткость каната в виде зависимости $c = f(L_2)$:

$$c = \frac{Es}{L_2 - x}$$

Таким образом, зависимость принимает вид:

$$F = \frac{Es}{L_2 - x} x \quad (37)$$

Анализ полученных уравнений свидетельствует, что сосуд в период ускоренного движения совершает колебания с амплитудой ρ . Фаза колебаний - γ_1 , а p_1 - круговая частота колебаний, причем колебательный процесс является затухающим, на что указывает сомножитель e^{-nt} .

Изложенная методика определения величины динамического усилия в головных канатах при движении сосудов (1) - (37) применима для расчета нагрузок в канатах при их выборе, а также для проверки коэффициентов запаса против проскальзывания в многоканатных подъемных установках.

Список источников.

1. Гаркуша Н.Г., Ильяшова Г.П. Влияние колебательных процессов головных канатов многоканатных подъемных установок на скольжение по футеровке шкива трения.- Донецк.- 1989 - 18с. Деп. ЦНИЭИуголь, № 4897.
2. Самуся В.И. Обоснование параметров и разработка средств обеспечения безаварийной эксплуатации шахтных подъемных установок при рабочем торможении: Автореферат дисс. канд. техн. наук.- Днепропетровск, 1986.- 18с.
3. Гаркуша Н.Г., Дворников В.И., Костюченко В.А. Исследование зависимости динамических усилий в канатах переменной длины от параметров подъемных машин//Вопросы горной механики. -1971.- Вып. 24. -с.100-103.
4. Дворников В.И. Ситарь А.В. Рациональный критерий нескольжения канатов на многоканатных подъемных машинах// Вопросы разработки шахтных стационарных установок: Сб.тр. ВНИИГМ им. М.М. Федорова.- Донецк, 1982. - с. 100-104.