УДК 681.2.004

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГОТОВНОСТИ ПЕРЕНОСНОЙ АППАРАТУРЫ ГАЗОВОГО КОНТРОЛЯ

Новиков Е.Н. канд. техн. наук., доц. Тарасенко. Ю.Д. ст. преп.
Донецкий государственный технический университет

Исследована зависимость коэффициента готовности для переносной аппаратуры газового контроля.

The dependence of factor of readiness for the portable equipment of the gas control is investigated.

Одним из основных показателей надежности восстанавливаемой аппаратуры является коэффициент готовности $K_г(t)$, который равен вероятности того, что в момент времени *t* аппаратура находится в исправном состоянии.

В настоящее время известна формула $K_г(t)$ для непрерывно работающей аппаратуры :

$$K'_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \qquad (1)$$

где λ - интенсивность отказов; μ - интенсивность восстановления.

Переносная аппаратура газового контроля обычно работает в сменном режиме, когда периоды работы чередуются с перерывами. Естественно предположить, что отказы аппаратуры могут появляться только в периоды работы, а восстановления в случае необходимости могут производиться как в периоды работы, так и в перерывы. Определение коэффициента готовности аппаратуры, работающей в указанном режиме, является задачей настоящей статьи.

Процесс эксплуатации рассматриваемой аппаратуры может быть представлен в виде чередующихся интервалов работы и перерыва длительностью Тр, Тп соответственно (см. рис. 1). Величины Тр, Тп — постоянные для всех циклов.

Произвольный момент времени t в промежутке $[t_{2n}, t_{2n+1}]$ можно записать следующим образом:

$$t = t_{2n} + T$$

где Т — промежуток времени от начала текущего цикла до t.

Задача определения $Kr(t)$ решается при допущениях, что: поток отказов аппаратуры - простейший с интенсивностью отказов λ, поток восстановлений аппаратуры - простейший с интенсивностью μ.

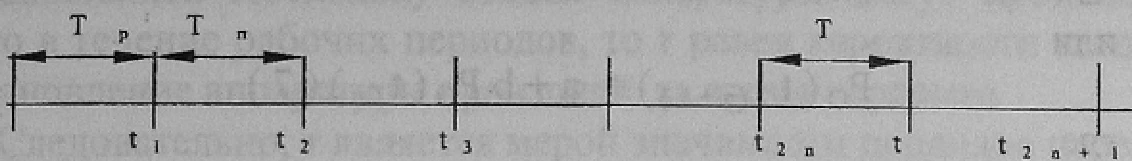

Рисунок 1 - Периоды эксплуатации аппаратуры

Рассмотрим "n+1" рабочий промежуток $[\,t_{2n}, t_{2n+1}\,]$.

T_P - период работы; $T_П$ - период перерыва в работе ;

$T_O = T_P + T_П$ - длительность одного цикла.

В начальный момент t_{2n} аппаратура может быть исправной или неисправной. Вероятность того, что она в любой момент времени $t+T$ в промежутке $[\,t_{2n}, t_{2n+1}\,]$ будет исправной

$$P_O(t_{2n}+T) = Po(t_{2n})\,p(T) + P_1(t_{2n})\,q(T), \quad (2)$$

где $Po(t_{2n})$, $P_1(t_{2n})$ —вероятности нахождения аппаратуры в исправном или неисправном состоянии в момент t_{2n};

$p(T)$, $q(T)$ — условные вероятности нахождения аппаратуры в исправном состоянии при условии, что в начальный момент времени t_{2n} она находилась в исправном или неисправном состоянии соответственно.

Вероятности $p(T)$ и $q(T)$ находятся по формулам :

$$p(T) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \qquad (3)$$

$$g(T) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \left[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right] \qquad (4)$$

Теперь используя (3) и (4), перепишем (2):

$$P_O(t_{2n}+T) = g(T) + Po(t_{2n})\,e^{-(\lambda+\mu)} \qquad (5)$$

Тогда

$$P_O(t_{2n+1}) = P_O(t_{2n}+T_P) = g(T_P) + Po(t_{2n})\,e^{-(\lambda+\mu)T_P} \qquad (6)$$

Рассмотрим следующий "n + 2" рабочий промежуток $[\,t_{2n}, t_{2n+1}\,]$ и найдем вероятность исправного состояния в начальный момент , $t_{2(n+1)}$ через аналогичную вероятность в начальный момент t_{2n} предыдущего промежутка

$$P_O(t_{2(n+1)}) = P_O(t_{2n+1}) + [1 - P_O(t_{2n+1})]\, s(T_П) =$$
$$= s(T_П) + P_O(t_{2n+1})[1 - s(T_П)] = s(T_П) + [g(T_P) + Po(t_{2n})e^{-(\lambda+\mu)T}{}_P]\,[1 - s(T_П)] =$$
$$= g(T_P) + s(T_П)[1 - g(T_P)]\, Po(t_{2n})\, e^{-(\lambda+\mu)T}{}_P[1 - s(T_П)]$$

или

$$P_O(t_{2(n+1)}) = a + b\, P_O(t_{2n}) \quad (7)$$

где

$$a = g(T_P) + s(T_П)[1 - g(T_P)],$$
$$b = [1 - s(T_П)]\, e^{-(\lambda+\mu)T}{}_P = e^{-(\lambda T_o + \mu T_P)},$$

$s(T_П) = 1 - e^{-\mu T}$ - вероятность восстановления за время T.

Формула (7) верна для любого рабочего промежутка, кроме второго, для которого вероятность исправной работы в начальный момент времени будет

$$P_O(t_2) = p(T_P) + [1 - p(T_П)]\, s(T_P) = C.$$

После несложных преобразований приведем (7) к виду

$$P_O(t_{2(n+1)}) = a\frac{1-b^n}{1-b} = C\, b^n \quad (8), \qquad n\ 0,1,2...$$

Подставляя в (8) выражения для a, b, C, получим

$$P_O(t_{2n}) = \{g(T_P) + s(T_P)[1 - g(T_P)]\}\frac{1-e^{-(n-1)(\mu T_O+\lambda T_P)}}{1-e^{-(\mu T_O+\lambda T_P)}} +$$

$$+ \{p(T_P) + [1 - p(T_П)\, s(T_P)]\}\, e^{-(n-1)(\lambda T_o + \mu T_P)} \quad (9)$$

Подставляя в (5) выражения для $P_O(t_{2n})$ и сделав соответствующие преобразования, получим формулу для вероятности исправной работы в любой момент времени $(t_{2n} + T)$

$$P_o(t_{2n}+T) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t}\left[r + (1-r)e^{-n(\lambda T_P + \mu T_o)}\right] \quad (10)$$

$$r = \frac{1-e^{-\mu T_П}}{1-e^{-(\mu T_O+\lambda T_P)}} \quad (11)$$

Коэффициент r имеет вероятностный смысл. Очевидно, **r** > 0 и **r** <1 , т. к Тп< То, т. е. О < **r** < 1.

Числитель дроби (11) равен вероятности восстановления за время перерыва, а знаменатель — вероятности того, что в течение одного цикла были отказы или восстановления. Поэтому можно сказать, что **r** представляет собой условную вероятность восстановления за время перерыва при условии, что в текущем цикле были отказы или восстановления. Поскольку отказы аппаратуры могут происходить только в течение рабочих периодов, то **r** равен вероятности того, что восстановление аппаратуры произошло за время перерыва

Следовательно, **r** является мерой значимости периодов перерыва для надежности аппаратуры, работающей в сменном режиме.

Частные случаи.

Исследуем $К_Г(t)$ в зависимости от **r** .

1 . **r** = 0 — вероятность восстановления за время перерыва равна нулю, при этом формула (9) принимает вид

$$K_Г(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \qquad (12)$$

Формула (12) известна в теории надежности в качестве коэффициента готовности аппаратуры, работающей непрерывно.

2 . r = 1 , тогда

$$К_Г(Т) = К_Г(t_{2n}+T) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)T} \qquad (13)$$

Формула (13) показывает, что если вероятность восстановления за время перерыва близка к 1, то коэффициент готовности аппаратуры можно определять только на время одного рабочего периода.

3 . Стационарный случай при $n \to \infty$

$$К_Г(Т) = К_Г(t_\infty+T) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + r\frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)T} \qquad (14)$$

Здесь $К_Г(Т)$ уже не зависит от номера цикла и является только функцией от времени **Т**.

Можно показать, что если β -допустимая погрешность определения $К_Г(Т)$, а $\alpha = \frac{1-r}{r}$, то при

$$n \geq \frac{\ln\alpha - \ln\beta}{\lambda\, T_р + \mu\, T_o} \qquad (15)$$

наступает стационарное состояние, и коэффициент готовности можно рассчитать по (14).

Пример. Пусть некоторая аппаратура работает в режиме: **Тп** = 10 *ч*, **Тр** = 14 *ч*, интенсивность отказов $\lambda = 1/10$ 1/*ч* ; интенсивность восстановления $\mu = 1/10$ 1/*ч*..

Подсчитаем вероятность исправной работы **К г (Т)** с заданной погрешностью $\beta = 0{,}1\%$ в стационарном режиме.

По известной в настоящее время формуле стационарное состояние наступает начиная с

$$n \geq \frac{1}{\lambda+\mu} \ln \frac{\lambda}{\beta\mu} = 2$$

Согласно (15) $n > 2$, а $\mathbf{r} = 0{,}64$; $\alpha = 0{,}53$.

Поэтому начиная с 3-го цикла работы, наступает стационарное состояние, следовательно, вероятность исправной работы можно рассчитывать по формуле стационарного состояния

$$K'_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \tag{16}$$

Согласно ей $K'_{\Gamma}(t) = \dfrac{\mu}{\lambda+\mu} = 0{,}5.$

Согласно (14)

$$K_{\Gamma}(T) = 0{,}5 + 0{,}32\, e^{-0{,}2T}.$$

Подсчитаем $K_{\Gamma}(T)$ в различные моменты времени работы : $K_{\Gamma}(0)=0{,}82$; $K_{\Gamma}(7)=0{,}58$; $K_{\Gamma}(14)=0{,}52$.

На рис. 2 изображен график зависимости коэффициента готовности $K_{\Gamma}(T)$ от времени T по (16) и (14).

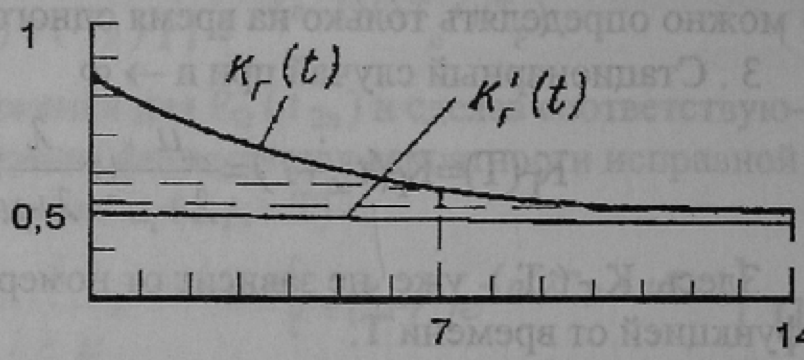

Рисунок 2 - График зависимости коэффициента готовности K_{Γ}.

Из графика видно, что (1) дает заниженные значения коэффициента готовности аппаратуры, работающей в сменном режиме.

Список источников.

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1964. - 572 с.
2. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления,. М.: Физматгиз, 1962.