

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ ПОВТОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА С ОТДЕЛЁННОЙ СТРУЖКОЙ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ ПРОФИЛЬНЫХ ПАЗОВ

Нечепаяев В.Г., Мышов М.С. (ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

В деталях общемашиностроительного назначения находит применение большое количество разнообразных профильных пазов с ограниченным пространством для размещения отделенной стружки. При этом трудоемкость обработки профильных пазов составляет [1] более половины трудоемкости обработки столов обрабатывающих центров, фрезерных, сверлильных, плоскошлифовальных и других станков. Также пазы являются весьма нетехнологичными элементами конструкций, составляют значительную часть общего объема металлообработки при изготовлении металлообрабатывающего оборудования и технологической оснастки.

Широкое применение и нетехнологичность конструкции таких пазов определяет актуальность поиска путей повышения точности их изготовления. Точность изготовления пазов в существенной мере определяется эффективной эвакуацией отделенной стружки – при несвоевременном ее удалении из зоны резания имеет место деформирование инструмента вследствие повторного взаимодействия стружки с зубьями фрезы.

В работе [2] показано, что погрешность обработки профильного паза ω можно представить в виде

$$\omega = \omega^{рез} + \omega^{рез.стр.}, \quad (1)$$

где $\omega^{рез}$ – погрешность вследствие упругих деформаций режущего инструмента, вызванных отделением стружки; $\omega^{рез.стр.}$ – погрешность вследствие упругих деформаций режущего инструмента, вызванных повторным взаимодействием зубьев фрезы с отделенной стружкой.

Целью настоящей работы является разработка математического обеспечения для определения силовых факторов, воздействующих на режущий инструмент в процессе его повторного взаимодействия с отделённой стружкой. Указанные факторы определяют соответствующую деформацию режущего инструмента и связанную с ней погрешность обработки.

Для изучения процесса повторного взаимодействия элементов стружки с фрезой выполнены экспериментальные исследования [3].

Полученная стружка была классифицирована на пять групп в соответствии с характером ее деформирования в процессе повторного взаимодействия с режущим инструментом. Выполнена схематизация процесса деформирования и составлены расчётные схемы для определения силовых факторов, воздействующих на инструмент в этом процессе (рис. 1).

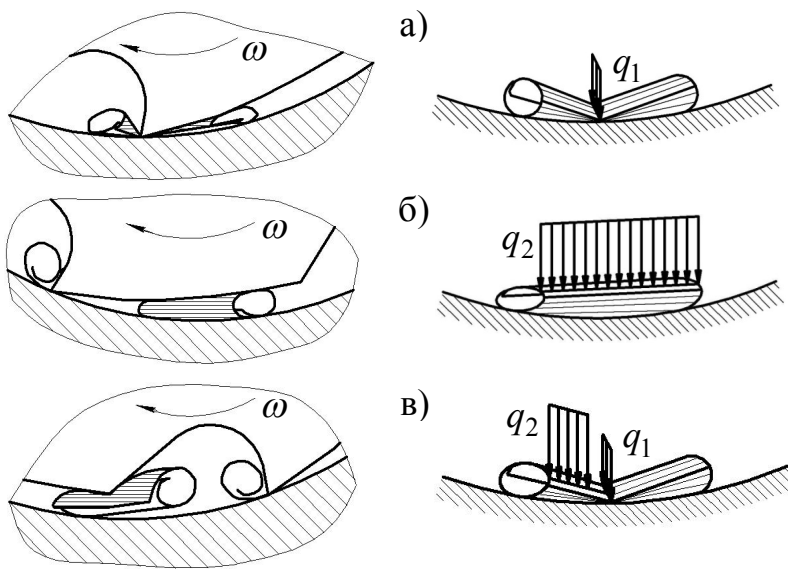


Рис. 1. Схематизация процесса деформирования и расчётные схемы для определения деформации элементов стружки: а) в поперечном сечении; б) в продольном сечении; в) одновременно в поперечном и продольном сечениях

Элемент стружки согласно расчётной схеме (рис. 1, а) представим в виде тонкостенной цилиндрической круговой оболочки, для которой в соответствии с [4] выполняется соотношение $\delta/R < 0.2$ (δ - толщина оболочки, R - внешний радиус цилиндрической оболочки).

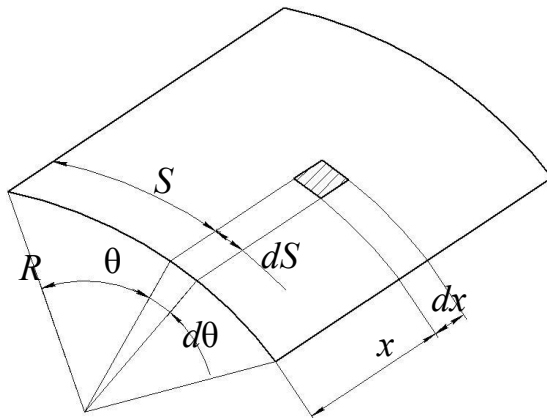


Рис.2. Система координат оболочки

Обычно цилиндрические круговые оболочки рассчитывают в безразмерных координатах $\zeta = x/R$ и $\theta = S/R$ (см. рис.2),

где ζ - величина, пропорциональная расстоянию до рассматриваемого сечения вдоль образующих;

θ - величина, пропорциональная расстоянию до рассматриваемого сечения по дуге поперечного сечения круга.

Тогда дифференциальное уравнение общей теории расчёта круговых цилиндрических оболочек в развёрнутом виде [5, 6]

$$\frac{\partial^8 \Phi}{\partial \zeta^8} + 2 \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \zeta^6} \left(2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \nu \right) + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \zeta^4} \left(6 \frac{\partial^6}{\partial \theta^6} + 6 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 1 \right) + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} \left[2 \frac{\partial^6}{\partial \theta^6} + (4 - \nu) \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \left(\frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 1 \right) + 4\beta \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \zeta^4} = 0. \quad (2)$$

В уравнении (2) β - геометрическая характеристика оболочки

$$\beta = 4 \sqrt{3(1 - \nu^2)} \frac{R^2}{\delta^2}, \quad (3)$$

где ν - коэффициент Пуассона.

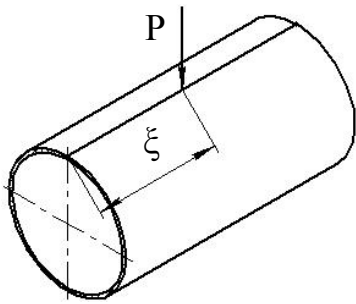


Рис.3. Расчётная схема нагружения элемента стружки согласно рисунку 1, а

Уравнение (2) описывает напряжённое состояние изгиба оболочки в продольном и кольцевом направлениях.

Для случая, когда нагрузка не изменяется в кольцевом направлении, то есть не зависит от координаты θ (см. рис. 3), оболочка изгибается вдоль продольной оси переменным моментом $M(x)$. Этому сопутствует поперечная сила Q , а в кольцевом направлении она испытывает растяжение или сжатие усилием N и чистый изгиб моментом M_θ , не зависящим от координаты θ (см. рис. 4).

Тогда из общего дифференциального уравнения (2), оставляя лишь производные разрешающей функции Φ по координате

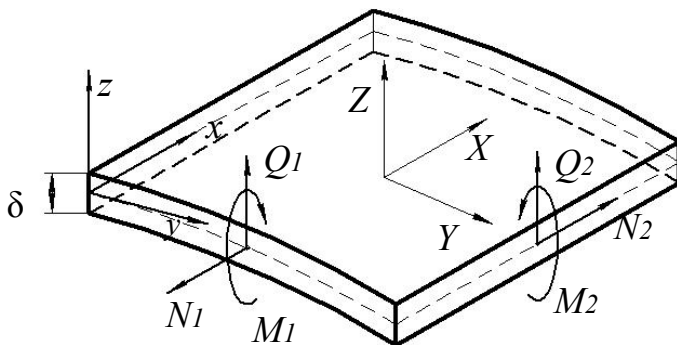


Рис.4. Внутренние силовые факторы при расчёте цилиндрической оболочкой, нагруженной поперечной сосредоточенной силой

$\zeta = \frac{x}{R}$, получаем

$$\frac{d^8 \Phi}{d\zeta^8} + 4\beta^4 \frac{d^4 \Phi}{d\zeta^4} = 0. \quad (4)$$

Поскольку согласно [5, 6, 7] прогиб оболочки

$w = \frac{d^4 \Phi}{d\zeta^4}$, то для

рассматриваемого частного случая нагружения получаем

дифференциальное уравнение четвёртого порядка

$$\frac{d^4 w}{d\zeta^4} + 4\beta^4 w = 0 \quad (5)$$

или

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{4\beta^4}{R^4} w = 0, \quad (6)$$

где β - геометрическая характеристика оболочки;

w - прогиб оболочки;

x - координата вдоль оболочки;

R - радиус оболочки.

Для анализа напряжённо-деформированного состояния элемента стружки далее воспользуемся методикой, принятой при расчёте балок на упругом основании. Покажем идентичность дифференциального уравнения общей теории расчёта круговых цилиндрических оболочек и дифференциального уравнения изогнутой оси балки на упругом основании.

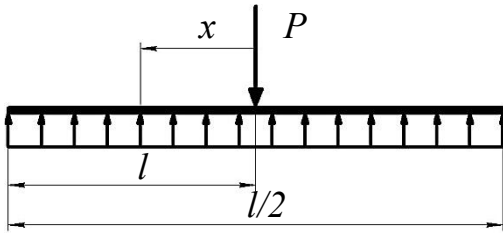


Рис. 5. Балка на упругом основании

Применительно к схеме (рис.3) представим элемент стружки в виде балки постоянной изгибной жёсткости EI , загруженной сосредоточенной поперечной силой. Балка находится на сплошном упругом основании Винклера, одинаково работающем на сжатие и растяжение (рис. 5).

В качестве исходной зависимости принимаем дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}, \quad (7)$$

которое, после двойного дифференцирования, принимает вид

$$\frac{d^4 y(x)}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}. \quad (8)$$

Для участка балки $x \in \left[0; \frac{l}{2}\right]$ (рис. 5), на котором отсутствует внешняя нагрузка, остаётся лишь отпор упругого основания $p(x) = -\bar{k}y(x)$ и уравнение (8) является однородным

уравнение (8) является однородным

$$\frac{d^4 y(x)}{dx^4} + \frac{\bar{k}}{EI} y(x) = 0. \quad (9)$$

Введём безразмерную координату $\xi = x / L$,

где L - характеристика балки на упругом основании, принятая в качестве параметра

$$L = \sqrt[4]{4 \frac{EI}{\bar{k}}}. \quad (10)$$

Тогда уравнение (9) принимает вид

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + \frac{\bar{k}L^4}{EI} y = 0 \quad (11)$$

или

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + 4y = 0. \quad (12)$$

Уравнение (6) по своему виду в точности совпадает с уравнением элементарной теории изгиба балки, лежащей на упругом основании (11). Отсюда следует, что при решении различных осесимметричных краевых задач по расчёту замкнутой круговой цилиндрической оболочки на радиальную нагрузку, зависящую только от координаты ξ , могут быть с успехом применены хорошо известные в литературе методы расчёта балок на упругом основании и, в частности, метод Крылова, известный в технической литературе под названием метода начальных параметров.

Сравнивая уравнение (11) с уравнением (6) устанавливаем зависимость между балочным параметром L и характеристикой оболочки β в виде

$$L = \frac{R}{\beta}. \quad (13)$$

Следовательно, для цилиндрической оболочки можно использовать расчётные уравнения балки на упругом основании, заменив изгибную жёсткость балки EI на цилиндрическую жёсткость D

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (14)$$

Представляя решения уравнения (12) в виде $y(\xi) = Ce^{n\xi}$, получим однородное уравнение вида

$$y(x) = C_1 e^{\xi} e^{\xi i} + C_2 e^{-\xi} e^{-\xi i} + C_3 e^{\xi} e^{-\xi i} + C_4 e^{-\xi} e^{\xi i}, \quad (15)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 - коэффициенты, получаемые при подстановке начальных условий в уравнение (15).

Решение однородного уравнения (11) также можно представить в виде функций Крылова, обладающих циклическими свойствами дифференцирования и интегрирования. Но, в соответствии с теорией балки на упругом основании [8], в случае, когда расстояние от нагрузки до конца балки больше $\frac{3}{2}\pi L$, внешняя нагрузка P не распространяется на всю балку, а условия нагружения концов балки не влияют на её напряжённо-деформированное состояние (полубесконечная балка). Для таких длинных балок удобно от функций Крылова перейти к затухающим функциям [8]. На достаточно большом расстоянии от места нагружения, то есть при больших значениях аргумента ξ , все силовые и деформационные факторы должны убывать и устремляться к нулю. Это значит, что в уравнении (15) нужно учитывать только слагаемые, содержащие $e^{-\xi}$ (учитываются только корни большой степени, а корни малой степени отбрасываются), то есть

$$y(x) = AT(\xi) + BV(\xi), \quad (16)$$

где $T(\xi), V(\xi)$ - затухающие функции вида

$$T(\xi) = e^{-\xi} \cos \xi; \quad V(\xi) = e^{-\xi} \sin \xi.$$

Дифференцируя последовательно уравнение (16) получаем уравнения углов поворота, изгибающего момента и поперечной силы

$$\theta(x) = \frac{\beta}{R} (-AW(\xi) + BU(\xi)), \quad (17)$$

$$M(x) = \frac{2D\beta^2}{R^2} (AV(\xi) - BT(\xi)), \quad (18)$$

$$Q(x) = \frac{2D\beta^3}{R^3} (AU(\xi) + BW(\xi)), \quad (19)$$

где $W(\xi), U(\xi)$ - затухающие функции вида

$$W(\xi) = e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi); \quad U(\xi) = e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi).$$

Приняв начало координат в точке приложения силы, получаем, что угол поворота и поперечная сила соответственно равны $\theta_0 = 0$, $P_0 = -\frac{P}{2}$.

Подставляя начальные условия в уравнения (17) и (19), получаем

$$A = B = -\frac{PR^3}{2 \cdot 2 \cdot 2D\beta^3} = -\frac{PR^3}{8D\beta^3}.$$

Тогда уравнения (16), (17), (18) и (19) для определения прогибов, углов поворотов, изгибающих моментов и поперечных сил принимают вид

$$y(x) = -\frac{PR^3}{8D\beta^3} (T(\xi) + BV(\xi)) = -\frac{PR^3}{8D\beta^3} e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi); \quad (20)$$

$$\theta(x) = \frac{\beta}{R} \frac{PR^3}{8D\beta^3} (W(\xi) - U(\xi)) = \frac{PR^2}{4D\beta^2} e^{-\xi} \sin \xi; \quad (21)$$

$$M(x) = \frac{2D\beta^2}{R^2} \left(\frac{PR^3}{8D\beta^3} (T(\xi) - V(\xi)) \right) = \frac{PR}{4\beta} e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi); \quad (22)$$

$$Q(x) = -\frac{P}{4} (U(\xi) + W(\xi)) = -\frac{P}{2} e^{-\xi} \cos \xi. \quad (23)$$

Уравнения (20)-(23) описывают зависимость прогибов, углов поворотов, изгибающих моментов и поперечных сил по длине балки.

Для расчёта деформаций режущего инструмента, возникающих вследствие повторного взаимодействия фрезы и стружки, будут использованы уравнения изгибающих моментов (22) и поперечных сил (23).

Выводы.

1. На основе математического аппарата одного из разделов механики упругих деформированных систем - балки на упругом основании - разработано математическое обеспечение для определения силовых факторов (изгибающих моментов и поперечных сил), воздействующих на режущий инструмент при повторном взаимодействии фрезы с отделённой стружкой в процессе фрезерования Т-образных профильных пазов.

2. Значение и характер изменения указанных силовых факторов позволяют определить соответствующие деформации режущего инструмента и связанные с ними погрешности обработки.

Список литературы: 1. Нечепаяев В.Г. Эффективность применения устройств удаления стружки при фрезеровании закрытых профильных пазов / В.Г. Нечепаяев, А.Н. Гнитько // *Машинобудування України очима молодих: прогресивні ідеї-наука-виробництво: матеріали сьомої Всеукраїнської молодіжної науково-технічної конференції*. Одеса: ОНПУ, 29-31 жовтня 2007 р. – Одеса, 2007. – С. 43-44. 2. Нечепаяев В.Г. Постановка задачи повышения точности обработки профильных пазов/ Нечепаяев В.Г., Гнитько А.Н., Мышов М.С.// *Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-*

техн. сб. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2011. – Вып. 79. – С.184-191. **3.** Нечепаяев В.Г. Анализ повторного взаимодействия стальной стружки с инструментом при фрезеровании профильных пазов/ Нечепаяев В.Г., Гнисько А.Н., Мышов М.С.// Надежность инструмента и оптимизация технологических систем. Сборник научных трудов. – Краматорск, вып. №28, 2011. – С. 32-38. **4.** Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. – М., Машиностроение, 1977. – 488 с. **5.** Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. - М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 784 с. **6.** Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. - М.: Наука, 1976. - 512 с. **7.** Механіка пружних деформівних систем. Частина 1. Напружено-деформований стан стержнів: Навчальний посібник/ Ф.Л.Шевченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2006. – 293 с. **8.** Шевченко Ф.Л. Механіка пружних деформівних систем. Частина 2. Складний напружений стан: Навчальний посібник. – Донецьк: ДонНТУ, 2007. – 306 с.