

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БАРБОТАЖНОГО РЕЖИМА ЭРЛИФТА

Кононенко А.П. канд. техн. наук, доцент,
Донецкий национальный технический университет

Разработана математическая модель барботажного режима эрлифта, позволяющая определить потребный расход воздуха и значения параметров воздуховодяной смеси в зависимости от высоты и диаметра подъемной трубы.

A simulator of the air lift barbotage regime is worked out. It allows to specify the required consumption of the air and the air-and-water mixture operation factors value, depending on the altitude and the diameter of the lifting pipe.

1. Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Количественная оценка гидродинамических параметров барботажной водовоздушной смеси в эрлифте позволяет не только определять расход воздуха, газосодержание, скорости потоков, но и иметь достаточно достоверное представление о физических процессах в подъемной трубе, начальным из которых является барботаж. Углубление понимания физических явлений позволит повысить энергетическую эффективность эрлифта, как средства транспортирования жидкостей.

2. Анализ исследований и публикаций. В работах [1-4] исследовались изменения плотности газожидкостной смеси, давления по высоте подъемной трубы и другие параметры барботажного режима эрлифта. Однако представленные математические модели не позволяют уяснить количественные параметры компонентов раздельного водовоздушного двухфазного слоя.

При разработке модели барботажного режима (режима нулевой подачи) в эрлифте за основу взята модель, описывающая циркуляционные явления в барботажных аппаратах с высоким слоем жидкости [5]. Отличием разработанной модели от известной является учет изменения плотности и газосодержания газожидкостной смеси в подъемной трубе эрлифта как по сечению, так и по высоте барботажного слоя. В известной модели [5] изменение плотности и газосодержания двухфазной смеси учитывается только по сечению

барботажного слоя без учета влияния изменения даления по высоте барботажного слоя, что недопустимо для эрлфитов.

3. Постановка задачи. Необходимо разработать математическую модель барботажного режима эрлифта с описанием отдельного двухфазного водовоздушного слоя.

4. Изложение материала и результаты. Процессы, близкие к барботажным в эрлифте, имеют место в паровых котлах [6-9], а также в колонных реакторах химической промышленности [5,10-13].

Результаты теоретических и экспериментальных исследований, изложенные в приведенных выше работах, дают основание рассматривать физические основы барботажных процессов применительно к эрлифту следующим образом.

При малых расходах воздуха через смеситель эрлифта образуются отдельные пузырьки воздуха, которые всплывают в подъемной трубе, заполненной жидкостью до уровня h (геометрическое погружение смесителя - весовой уровень жидкости). Скорость всплывания одиночных пузырьков при значениях приведенной скорости воздуха (отнесенной к свободному сечению подъемной трубы) $w_0'' \rightarrow 0$ может быть вычислена по известным выражениям [8, 10].

При свободном всплывании пузырьков в слое жидкости возникают три сосуществующие потока [14]:

- 1) поток всплывающих пузырьков;
- 2) поток восходящей газожидкостной смеси;
- 3) поток нисходящей жидкости.

В режиме свободного всплывания пузырьков высота газожидкостного слоя меньше двух высот весового уровня жидкости [14]. Исходя из этого, в эрлифте барботажный режим со свободным всплыванием пузырьков газа возможен только при относительном погружении смесителя $\alpha = h/(H + h) > 0,5$, где H - высота подъема эрлифта.

Согласно экспериментальных исследований [12] увеличение приведенной скорости воздуха w_0'' приводит к слиянию отдельных более мелких пузырьков в более крупные и возникновению комплекса пузырей или газовых струй.

Указанные явления наблюдались в воздуховодяной смеси [12] при скорости $w_0'' \geq 0,4$ м/с и критическом значении газосодержания $\varphi_{кр} = 0,67$. Для смеси этиловый спирт - воздух в колонне диаметром

172 мм бульбюковий режим руху газу переходить в струйний при значеннях швидкостей повітря в вільному перерізі $w_0'' = 0,12-0,14$ м/с [11].

Таким чином, при збільшенні витрати повітря в змішувачі ерліфта утворюється газовий факел (струя), з вершини якого з певною частотою відриваються газові бульби. В центрі газожидкостної суміші утворюється ядро переважно з газових бульб, швидкість вертикального руху яких значно перевищує швидкість вільного вспливання окремих бульб. Окремі газові бульби в периферійній (присінній) зоні перерізу підіймальної труби піднімаються зі швидкостями, значно меншими швидкостями вільного вспливання окремих бульб.

Такі явища пояснюються виникненням циркуляційних потоків: вихідного в центрі труби і вхідного в периферійній зоні (рис. 1). Циркуляція в динамічному двофазному шарі обумовлена градієнтом густоти циркуляційних двофазних потоків. В центрі перерізу (радіусом R_0) підіймальної труби (радіусом R) швидкість руху газових бульб перевищує аналогічну для вільного вспливання (бульби рухаються ще і разом з підіймаючою рідиною), а в периферійній зоні бульби затормажуються вхідними потоками рідини.

Тиск газожидкостної суміші по перерізу вертикальної труби (колонни) залежить від вагового рівня рідини h в ній до подачі газової фази (для випадку ерліфта – від геометричного занурення змішувача h) [11]:

- при $h < 1,5D$ (D – діаметр підіймальної труби) графік тиску p по перерізу труби має вигляд параболы з вершиною, «утопленою» в сторону руху газожидкостного потоку (крива 1, рис. 2);
- при $h > 1,5D$ графік тиску p має вигляд «правильної» параболы (крива 2, рис. 2).

Експериментальні дані в [11] отримані на експериментальній установці з колоннами діаметром 90, 172 і 240 мм при початковій висоті шару води (етилового спирта, розчинів глицерину) 200-1000 мм і швидкості повітря в вільному перерізі колонни 0,02-1,5 м/с. Геометричні занурення ерліфтів в подавляючій більшості випадків перевищують значення $h = 200-1000$ мм, однак, як доведено і

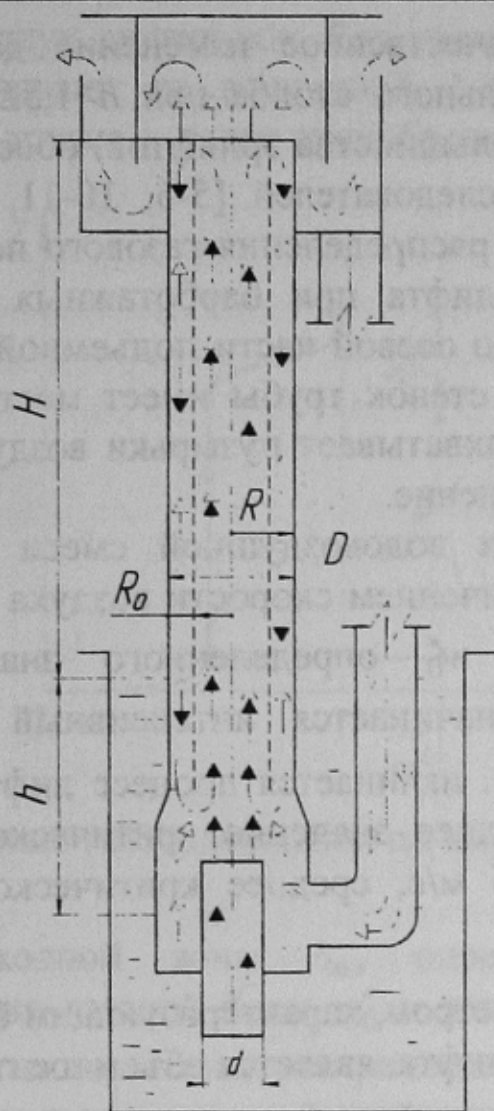


Рисунок 1 – Схема барботажу в подъемной трубе эрлифта

в [15], абсолютная величина давления в газожидкостном потоке не изменяет его качественной зависимости от диаметра вертикального трубопровода.

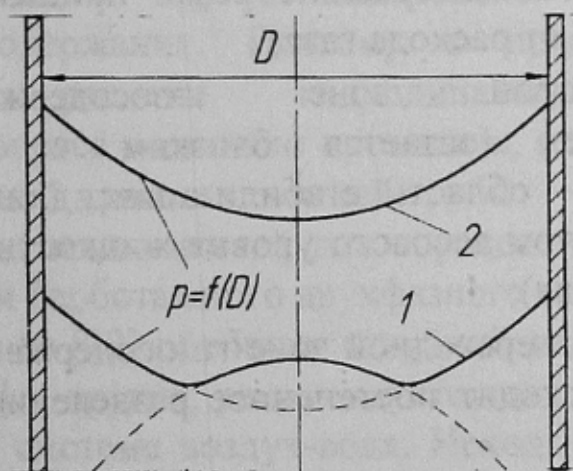


Рисунок 2 – Изменение давления по сечению подъемной трубы

Приведенное качественное изменение давления по сечению двухфазного вертикального столба при $h > 1,5D$ (что имеет место в подъемных трубах большинства эрлифтов) обосновывает визуальные наблюдения ряда исследователей [5-6, 10-11, 13], в том числе и автора, по характеру распределения газового потока в вертикальной подъемной трубе эрлифта при барботажных явлениях. Воздух в основном проходит по осевой части подъемной трубы и увлекает за собой воду вверх; у стенок трубы имеет место нисходящий поток жидкости, который захватывает пузырьки воздуха, затормаживая их вертикальное перемещение.

Скорость циркуляции водовоздушной смеси в подъемной трубе увеличивается с увеличением скорости воздуха w_0'' . При достижении скоростью воздуха w_0'' определенного значения, называемого критическим $w_{0кр}''$, начинается интенсивный унос жидкости из подъемной трубы, т.е. начинается процесс лифтирования жидкости. По данным [10] среднее значение критической скорости воздуха составляет $w_{0кр}'' = 2,6$ м/с, среднее критическое газосодержание – $\varphi_{кр} = 0,75$.

Основным параметром, характеризующим барботажные явления в подъемной трубе эрлифта, является объемное газосодержание φ .

По высоте подъемной трубы можно выделить три характерные зоны изменения газосодержания [6-7, 9, 15-20] (рис. 3):

- первая зона, примыкающая к смесителю эрлифта (газоподводящему устройству), характеризуется гашением кинетической энергии газовой струи в жидкости – начальная область (длина зоны $h_{нач}$); газосодержание резко принимает определенное значение, зависящее от расхода газа;

- во второй зоне газосодержание является плавноизменяющимся (остается близким к постоянному) на некоторой высоте – область стабилизации; длина этой зоны $h_{ст}$ увеличивается с ростом весового уровня жидкости (геометрического погружения смесителя);

- в третьей, переходной зоне газосодержание увеличивается до единицы – происходит постепенное разделение газа и жидкости (длина зоны $h_{п.з}$).

Как следует из результатов экспериментальных исследований [6-7, 9, 15, 17-18, 20] высота начальной области $h_{нач}$ незначительна

относительно длин двух других зон. Ряд исследователей [15, 18, 20] количественно оценивают ее величиной 2-8% от общей высоты барботажного слоя, другие и вовсе пренебрегают высотой начальной области.

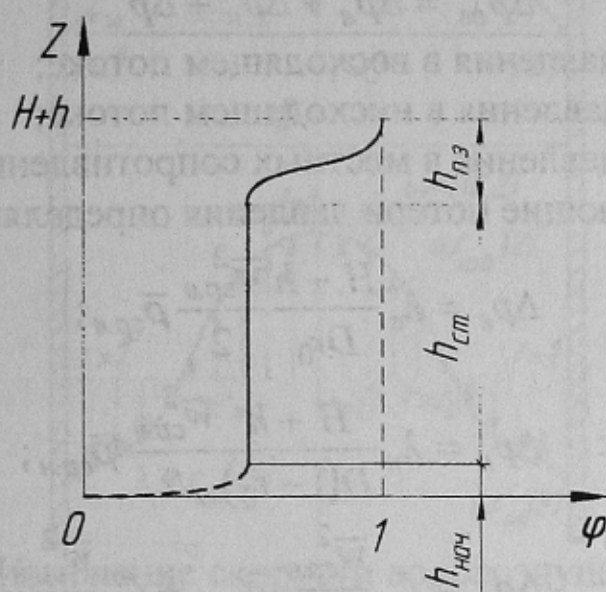


Рисунок 3 – Изменение газосодержания по высоте подъемной трубы

Высота переходной зоны $h_{пз}$ определяется значениями приведенной скорости газовой фазы w_0'' и давления p и может быть вычислена по одной из известных эмпирических формул [7, 16, 21].

Вычисления по выражениям, приведенным в [7, 16, 21], для диапазонов $D = 0,1 \div 0,35$ м и $w_0'' = 0,1 \div 3,0$ м/с, что имеет место в эрлифтах, дают значения высоты переходной зоны $h_{пз} = 0,1 \div 1,2$ м. Таким образом, при длинах подъемной трубы эрлифта, превышающих 10 м, более 90% высоты барботажного слоя занимает область стабилизации $h_{см}$ с некоторым плавноизменяющемся значением газосодержания. Поэтому с приемлемой точностью количественные расчеты гидродинамических параметров барботажного процесса возможно проводить, принимая высоту зоны стабилизации равной длине подъемной трубы.

Известны ряд зависимостей для определения газосодержания в зоне стабилизации барботажного двухфазного столба [6, 10, 22].

Зависимость из [22] обобщает широкий ряд экспериментальных данных [8, 9, 19] и другие, рекомендуется авторами, в том числе, и для расчетов φ в системе воздух-вода. Исходя из изложенного, для количественного анализа процессов барботажа в подъемной трубе эрлифта целесообразно использовать именно эту формулу.

При барботажных процессах в подъемной трубе эрлифта возникают циркуляционные движения, потери давления в которых компенсируются движущим напором

$$\Delta p_{\partial в} = \Delta p_{в} + \Delta p_{н} + \Delta p_{м}, \quad (1)$$

где $\Delta p_{в}$ – потери давления в восходящем потоке;

$\Delta p_{н}$ – потери давления в нисходящем потоке;

$\Delta p_{м}$ – потери давления в местных сопротивлениях.

Соответствующие потери давления определяются уравнениями:

$$\Delta p_{в} = \lambda_{в} \frac{H + h}{Dr_0} \frac{\bar{w}_{ср.в}^2}{2} \bar{\rho}_{ср.в}; \quad (2)$$

$$\Delta p_{н} = \lambda_{н} \frac{H + h}{D(1-r_0)} \frac{\bar{w}_{ср.н}^2}{2} \bar{\rho}_{ср.н}; \quad (3)$$

$$\Delta p_{м} = \zeta_{в} \frac{\bar{w}_{ср.в}^2}{2} \bar{\rho}_{ср.в} + \zeta_{н} \frac{\bar{w}_{ср.н}^2}{2} \bar{\rho}_{ср.н}, \quad (4)$$

где $\lambda_{в}, \lambda_{н}$ – коэффициенты сопротивления для восходящего и нисходящего циркуляционных потоков;

$H+h$ – длина подъемной трубы эрлифта;

D – внутренний диаметр подъемной трубы;

r_0 – относительное расстояние от оси подъемной трубы до точки с нулевой скоростью циркуляции;

$\bar{w}_{ср.в}$ и $\bar{w}_{ср.н}$ – средние по высоте и сечениям подъемной трубы скорости восходящего и нисходящего потоков;

$\bar{\rho}_{ср.в}$ и $\bar{\rho}_{ср.н}$ – средние по высоте и сечениям подъемной трубы плотности восходящего и нисходящего потоков;

$\zeta_{в}$ и $\zeta_{н}$ – коэффициенты местных сопротивлений восходящего и нисходящего потоков.

Относительное расстояние от оси подъемной трубы до точки с нулевой скоростью циркуляции (рис. 4)

$$r_0 = \frac{R_0}{R}, \quad (5)$$

где R_0 – расстояние от оси подъемной трубы до точки с нулевой скоростью циркуляции;

R – радиус подъемной трубы.

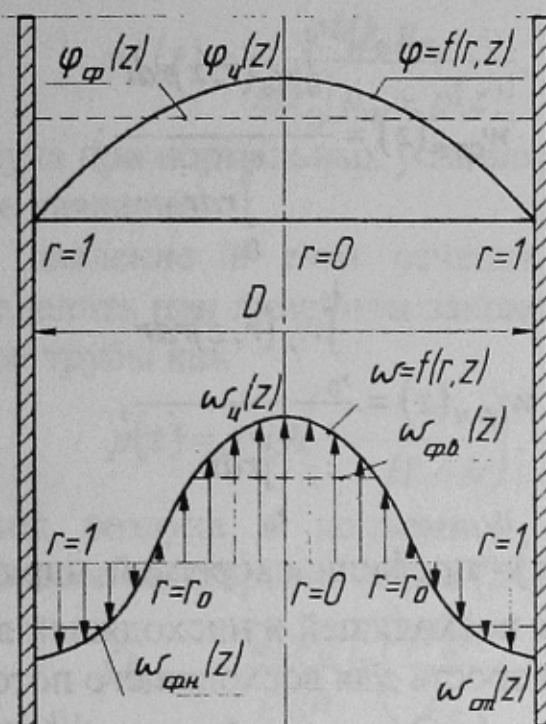


Рисунок 4 – Изменение скорости водовоздушных потоков и газосодержания по сечению подъемной трубы

Тогда сечение подъемной трубы с приведенным радиусом $0 \leq r < r_0$ соответствует восходящему циркуляционному потоку, а сечение с приведенным радиусом $r_0 < r \leq 1$ - нисходящему циркуляционному потоку. В точках $r = r_0$ скорость циркуляции равна нулю. Приведенный радиус подъемной трубы

$$r = \frac{R_i}{R}, \tag{6}$$

где R_i - текущее значение радиуса подъемной трубы.

Средние по высоте и сечениям подъемной трубы скорости восходящего и нисходящего потоков

$$\bar{w}_{cp.в} = \frac{1}{H+h} \int_0^{H+h} w_{cp.в}(z) dz; \tag{7}$$

$$\bar{w}_{cp.н} = \frac{1}{H+h} \int_0^{H+h} w_{cp.н}(z) dz, \tag{8}$$

где $w_{cp.в}(z)$ и $w_{cp.н}(z)$ - средние по сечениям подъемной трубы скорости восходящего и нисходящего потоков (z – расстояние от смесителя до рассматриваемого сечения подъемной трубы).

И, соответственно, средние по сечениям подъемной трубы скорости восходящего и нисходящего потоков

$$w_{cp.в}(z) = \frac{\int_0^{r_0} w_в(r, z) r dr}{\int_0^{r_0} r dr}; \quad (9)$$

$$w_{cp.н}(z) = \frac{\int_{r_0}^1 w_н(r, z) r dr}{\int_{r_0}^1 r dr}, \quad (10)$$

где $w_в(r, z)$ и $w_н(r, z)$ - профили скоростей циркуляции по высоте и сечениям потока для восходящей и нисходящей ветвей;

Согласно [5] скорость для восходящего потока (при $0 \leq r < r_0$)

$$w_в(r, z) = w_у(z) \cdot (1 - r/r_0)^{1/k_в(z)} \quad (11)$$

и для нисходящего потока (при $r_0 < r \leq 1$)

$$w_н(r, z) = w_{cm}(z) \cdot \left(\frac{r - r_0}{1 - r_0} \right)^{1/k_н(z)}, \quad (12)$$

где $w_у(z)$ - скорость циркуляционного потока в центре подъемной трубы (максимальная скорость восходящего потока);

$w_{cm}(z)$ - скорость циркуляционного потока вблизи стенки трубы (максимальная скорость нисходящего потока).

Соответственно коэффициенты $k(z)$ определяются по выражениям:

- для восходящего потока

$$\frac{1}{k_в(z)} = 615 \left(\frac{2R \cdot r_0 \cdot w_у(z)}{\nu'} \right)^{-0,7}, \quad (13)$$

- для нисходящего потока

$$\frac{1}{k_н(z)} = 615 \left(\frac{2R(1 - r_0) \cdot w_{cm}(z)}{\nu'} \right)^{-0,7}, \quad (14)$$

где ν' - кинематическая вязкость жидкости.

Скорость циркуляционного потока в центре подъемной трубы [5, 23]

$$w_у(z) = 18 [w_0''(z)]^{0,4}, \text{ см/с}, \quad (15)$$

где $w_0''(z)$ - приведенная скорость воздуха, см/с.

Приведенная скорость воздуха в z-ом сечении подъемной трубы

$$w_0''(z) = \frac{4Q_в P_a}{\pi D^2 [P_a + p(z)]^2}, \quad (16)$$

где $Q_в$ – расход воздуха при нормальных условиях;

P_a – атмосферное давление;

$p(z)$ – избыточное давление в z -ом сечении подъемной трубы, которое можно определить при линейном законе изменения давления по высоте подъемной трубы как

$$p(z) = \rho'gh \left(1 - \frac{z}{H+h} \right). \quad (17)$$

Средний расход воздуха в подъемной трубе эрлифта при изотермическом процессе расширения равен [24]

$$Q_{в.ср.} = \frac{Q_в P_a}{\rho'gh} \ln \left(\frac{\rho'gh}{P_a} + 1 \right). \quad (18)$$

Из (9) и (10) с учетом (11) и (12) получим

$$w_{ср.в}(z) = \frac{2w_y(z)}{r_0^{1/k_в(z)} \cdot r_0^2} \int_0^{r_0} (r_0 - r)^{1/k_в(z)} r dr; \quad (19)$$

$$w_{ср.н}(z) = \frac{2w_{cm}(z)}{(1-r_0)^{1/k_н(z)} \cdot (1-r_0^2)} \int_{r_0}^1 (r - r_0)^{1/k_н(z)} r dr. \quad (20)$$

Тогда из (7) и (8) с учетом (19) и (20) средние по высоте и сечениям подъемной трубы скорости восходящего и нисходящего потоков

$$\bar{w}_{ср.в} = \frac{2}{(H+h)r_0^2} \int_0^{H+h} \int_0^{r_0} \frac{w_y(z)}{r_0^{1/k_в(z)}} \cdot (r_0 - r)^{1/k_в(z)} r dr dz; \quad (21)$$

$$\bar{w}_{ср.н} = \frac{2}{(H+h)(1-r_0^2)} \int_0^{H+h} \int_{r_0}^1 \frac{w_{cm}(z)}{(1-r_0)^{1/k_н(z)}} \cdot (r - r_0)^{1/k_н(z)} r dr dz. \quad (22)$$

Известно, что истинное среднее значение плотности двухфазной смеси определяется выражением

$$\rho_{ср} = \rho''\varphi + \rho'(1-\varphi). \quad (23)$$

Тогда, пренебрегая плотностью газовой составляющей, средние по сечениям подъемной трубы плотности восходящего и нисходящего циркуляционных потоков равны:

$$\rho_{\text{ср.в}}(z) = \frac{\rho' \int_0^{r_0} [1 - \varphi(r, z)] r dr}{\int_0^{r_0} r dr}; \quad (24)$$

$$\rho_{\text{ср.н}}(z) = \frac{\rho' \int_0^1 [1 - \varphi(r, z)] r dr}{\int_{r_0}^1 r dr}, \quad (25)$$

где $\varphi(r, z)$ – профиль газосодержания по сечению потока, который описывается уравнением [5, 13]

$$\varphi(r, z) = \varphi_y(z) \cdot (1 - \varepsilon r^n), \quad (26)$$

где $\varphi_y(z)$ – воздухосодержание в центре подъемной трубы.

ε, n – коэффициенты, которые рекомендуется принимать равными: $n = 1,6 \pm 0,15$, $\varepsilon = 0,145 \div 0,4$.

Среднее газосодержание по сечениям потока можно выразить ($r_{\text{max}} = 1$)

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{ср}}(z) &= \frac{1}{r_{\text{max}}} \int_0^{r_{\text{max}}} \varphi(r, z) dr = \frac{1}{r_{\text{max}}} \int_0^{r_{\text{max}}} \varphi_y(z) \cdot (1 - \varepsilon r^n) dr = \\ &= \frac{\varphi_y(z)}{r_{\text{max}}} \left(r_{\text{max}} - \varepsilon \frac{r_{\text{max}}^{n+1}}{n+1} \right) = \varphi_y(z) \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{n+1} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Тогда из (27)

$$\varphi_y(z) = \frac{\varphi_{\text{ср}}(z)}{1 - \frac{\varepsilon}{n+1}}. \quad (28)$$

Среднее по сечениям значение газосодержания в подъемной трубе эрлифта определим по уравнению Бартоломея Г.Г. и Алхутова М.С. [22], как газосодержание в зоне стабилизации барботажного двухфазного столба.

Средние по сечениям подъемной трубы плотности восходящего и нисходящего циркуляционных потоков, пренебрегая плотностью газовой составляющей, с учетом (24), (25) и (26), равны:

$$\rho_{cp.в}(z) = \frac{\rho' \int_0^{r_0} [1 - \varphi_{\psi}(z) \cdot (1 - \varepsilon r^n)] r dr}{\int_0^{r_0} r dr} \equiv \quad (29)$$

$$\equiv \rho' \left(1 - \varphi_{\psi}(z) + \frac{2\varepsilon\varphi_{\psi}(z)}{n+2} r_0^n \right);$$

$$\rho_{cp.н}(z) = \frac{\rho' \int_{r_0}^1 [1 - \varphi_{\psi}(z) \cdot (1 - \varepsilon r^n)] r dr}{\int_{r_0}^1 r dr} \equiv \quad (30)$$

$$\equiv \rho' \left(1 - \varphi_{\psi}(z) + \frac{2\varepsilon\varphi_{\psi}(z)}{(n+2)} \cdot \frac{(1 - r_0^{n+2})}{(1 - r_0^2)} \right).$$

Средние по высоте и сечениям подъемной трубы плотности восходящего и нисходящего циркуляционных потоков

$$\bar{\rho}_{cp.в} = \frac{1}{H+h} \int_0^{H+h} \rho_{cp.в}(z) dz = \frac{\rho'}{H+h} \times \int_0^{H+h} \left(1 - \varphi_{\psi}(z) + \frac{2\varepsilon\varphi_{\psi}(z)}{n+2} r_0^n \right) dz; \quad (31)$$

$$\bar{\rho}_{cp.н} = \frac{1}{H+h} \int_0^{H+h} \rho_{cp.н}(z) dz = \frac{\rho'}{H+h} \times \int_0^{H+h} \left(1 - \varphi_{\psi}(z) + \frac{2\varepsilon\varphi_{\psi}(z)}{(n+2)} \cdot \frac{(1 - r_0^{n+2})}{(1 - r_0^2)} \right) dz. \quad (32)$$

Движущий напор в барботажном столбе подъемной трубы $\Delta p_{дв} = (\bar{\rho}_{cp.н} - \bar{\rho}_{cp.в})g(H+h).$ (33)

Из уравнения (1) с учетом (2), (3), (4) и (33) получаем

$$\frac{\bar{w}_{cp.в}^2}{2} \bar{\rho}_{cp.в} \left(\lambda_{в} \frac{H+h}{Dr_0} + \zeta_{в} \right) + \frac{\bar{w}_{cp.н}^2}{2} \bar{\rho}_{cp.н} \left(\lambda_{н} \frac{H+h}{D(1-r_0)} + \zeta_{н} \right) - (\bar{\rho}_{cp.н} - \bar{\rho}_{cp.в})g(H+h) = 0 \quad (34)$$

Уравнение (34) содержит два неизвестных - $Q_{в}$ и $w_{см}(z)$ Для определения этих неизвестных используем уравнение [5], согласно

которому при барботажном режиме работы равен нулю суммарный расход жидкости в любом сечении подъемной трубы (для каждого z)

$$\begin{aligned} & \frac{w_{\text{ж}}}{r_0^{1/k_{\text{ж}}}} \int_0^{r_0} (r_0 - r)^{1/k_{\text{ж}}} r dr - \frac{w_{\text{см}}}{(1 - r_0)^{1/k_{\text{н}}}} \int_0^1 (r - r_0)^{1/k_{\text{н}}} r dr - \\ & - \frac{w_{\text{ж}} \varphi_{\text{ж}}}{r_0^{1/k_{\text{ж}}}} \int_0^{r_0} (r_0 - r)^{1/k_{\text{ж}}} \cdot (1 - \varepsilon r^n) \cdot r dr + \\ & + \frac{w_{\text{см}} \varphi_{\text{ж}}}{(1 - r_0)^{1/k_{\text{н}}}} \int_0^1 (r - r_0)^{1/k_{\text{н}}} (1 - \varepsilon r^n) \cdot r dr = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Систему уравнений возможно решить численным методом на ПЭВМ относительно неизвестных $Q_{\text{ж}}$ и $w_{\text{см}}(z)$. Решение позволит определить значения параметры раздельного двухфазного водовоздушного слоя при барботажном режиме эрлифта.

5. Выводы и направление дальнейших исследований.

Разработанная математическая модель барботажного режима эрлифта позволяет определять количественные гидродинамические параметры раздельного двухфазного водовоздушного слоя. Результаты расчетов послужат также основой для уточнения количественных критериев структур течения газожидкостного потока в подъемной трубе эрлифта.

Список источников:

1. Эрлифтные установки: Учебное пособие / Гейер В.Г., Козыряцкий Л.Н., Пашенко В.С., Антонов Я.К. - Донецк: ДПИ, 1982 - 64 с.
2. Логвинов Н.Г., Надев Е.И., Ганза А.И., Калиниченко В.В. Расчет барботажного режима эрлифта. Наукові праці Донецького державного технічного університету. Випуск 42, серія гірничо-електромеханічна. - Донецьк: ДонДТУ, 2002 - с. 149-154.
3. Малеев В.Б., Надеев Е.И., Удовенко С.А. Определение параметров газожидкостной смеси при барботажном режиме в эрлифте. Наукові праці Донецького державного технічного університету. Випуск 42, серія гірничо-електромеханічна. - Донецьк: ДонДТУ, 2002. - с. 155-160.
4. Брин Е.С., Синайский Э.Г. К вопросу теории газлифта (нулевой режим), Известия ВУЗов, Нефть и газ, 1977, №8, с. 55 - 58.
5. Меньщиков В.А., Аэров М.Э. Профиль газосодержания и циркуляция в барботажном слое, Теоретические основы химической технологии, №6, том 4, 1970. - с. 875-881.
6. Стерман Л.С. Обобщение экспериментальных данных по барботажу пара через жидкость. Журнал технической физики, №7, том 26, 1956 - с. 1519 - 1524.
7. Стерман Л.С., Лепилин Р.С. К вопросу определения истинного уровня при барботаже пара через жидкость. Теплоэнергетика, 1960, №1, с. 45-47.
8. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976. - 296 с.

9. Стырикович М.А., Сурнов А.В., Винокур Я.Г. Экспериментальные данные по гидродинамике двухфазного слоя, Теплоэнергетика, №9, 1961. с. 56 – 60.
10. Айзенбуд М.Б., Дильман В.В. Вопросы гидравлики химических реакторов для систем газ-жидкость. Химическая промышленность №3, 1961. – с. 51 – 56.
11. Павлов В.П. Циркуляция жидкости в барботажном аппарате периодического действия. Химическая промышленность, №9, 1965. – с. 58 –60.
12. Иванов М.Е., Быков В.П. Исследование частоты прохождения пузырей и газосодержания в барботажном слое. Теоретические основы химической технологии, №1, том 4, 1970. – с.127-130.
13. Меньщиков В.А., Аэров М.Э. Измерение локального газосодержания в барботажном слое, Инженерно-физический журнал, №2, том 15, 1968. – с. 228-233.
14. Меликян Р.А. О гидродинамических режимах при всплывании газа в слое жидкости, Журнал прикладной химии, №1, 1957. – с. 38 – 44.
15. Дементьев Б.А. О влиянии диаметра колонки и давления на паросодержание водяного объема устройств с барботажем пара через воду. Теплоэнергетика, №4, 1957. - с. 45 – 49.
16. Стырикович М.А., Сурнов А.В. Относительно некоторых зависимостей для переходной области динамического двухфазного слоя, Теплоэнергетика, №4, 1962. – с. 77 - 79.
17. Целищев П.А. Динамика двухфазного слоя переходной зоны при барботаже. Теплоэнергетика, 1972, №9, с. 30-33.
18. Дементьев Б.А., Лепилин Р.С., Логинов А.А. Исследование гидродинамики барботажа при больших высотах пароводяной смеси. Научные доклады высшей школы, Энергетика, 1959, №2, с. 251-262.
19. Петухов В.И., Колокольцев В.А. Влияние вязкости жидкости на величину капельного уноса и объемное воздуходоержание. Теплоэнергетика, 1965, №9, с. 30-33.
20. Винокур Я.Г., Дильман В.В. Исследование барботажного слоя методом просвечивания гамма-лучами. Химическая промышленность, 1959, №7, с. 65-67.
21. Дементьев Б.А., Лепилин Р.С., Логинов А.А. Исследование гидродинамики водяного объема в условиях больших высот барботажного слоя. Научные доклады высшей школы, Энергетика, 1959, №2, с. 263-273.
22. Бартоломей Г.Г., Алхутов М.С. Определение истинного паросодержания при барботаже на участке стабилизации, Теплоэнергетика, №12, 1967. – с. 80 – 81.
23. Дильман В.В., Шульц Э.З. Полуэмпирическая теория продольного рассеяния вещества в потоке жидкости, Теоретические основы химической технологии, том II, №1, 1968, с. 84-91.
24. Кононенко А.П., Козыряцкий Л.Н., Мизерный В.И. Влияние процесса изменения состояния рабочего тела на энергоемкость эрлифта. Наукові праці Донецького державного технічного університету, Випуск 42, серія гірничо-електромеханічна. – Донецьк: ДонДТУ, 2002. – с. 130-135.