

Применение трансферных цен позволит заинтересовать каждое структурное подразделение в повышении эффективности производства, снижении издержек и получении большей внутренней прибыли.

Трансферное ценообразование приведет к укреплению кооперации между подразделениями, даст возможность управления стоимостью конечного продукта и быстрого реагирования на изменение обстановки на внутреннем и внешнем рынках.

© Н.В. Гришико, 1997

УДК 628.543

## О ГАЛЬВАНОХИМИЧЕСКОЙ КОАГУЛЯЦИИ В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ

Инж. И.Я.ЛИЗАН (ГХК "Селидовуголь"), канд. техн. наук А.К.НОСАЧ (КФ ДонГТУ)

Рассмотрим водные растворы с малой концентрацией диссоциированных ионов металла  $M^+$ , которые оседают на катоде К. При концентрации  $C = 100\text{--}1000 \text{ мг/л}$  можно пренебречь соударениями между ионами  $M^+$  и рассматривать их как броуновские частицы, которые испытывают хаотические удары молекул  $H_2O$ . Действительно, равновесное распределение концентрации  $C$  взвешенных в жидкости частиц во внешнем поле определяется известной из статистической физики формулой Больцмана

$$C = C_0 e^{-U/kT}, \quad (1)$$

где  $U$  – потенциальная энергия частиц во внешнем поле.

В растворе  $U$  можно представить в виде

$$U = mgz + er\Delta V(1 - x d) + 32kT, \quad (2)$$

где  $m$  – масса иона,  $m = 10^{-27} \text{ кг}$ ;  $g$  – ускорение земного тяготения,  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ;  $z$  – расстояние по вертикали до дна сосуда, м;  $e$  – заряд электрона,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ;  $r$  – валентность  $M^+$ ;  $\Delta V$  – разность потенциалов между анодом и катодом, В;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/град}$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура раствора, К;  $X$  – расстояние от анода до катиона, м;  $d$  – расстояние от анода до катода, м.

При объеме коагулятора  $V = 1,75 \text{ м}^3$  и загрузке скрапа в массе 1,35 т (4 части Fe и 1 часть С по весу) среднее расстояние между стружкой Fe (анод) и кусками углерода (катод) составляет  $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , т.е.  $d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Катионы Fe имеют обычно валентность  $r = 2$ . В подкисленном растворе  $pH = 3\text{--}4$ ,  $\Delta V = 10^{-3} \text{ В}$ ,  $r = 10^{-1} \text{ м}$ ,  $T \approx 300 \text{ К}$ . При всех этих данных имеем:

$$\begin{cases} mgz \approx 10^{-27} \text{ Дж}; \\ er\Delta V(1 - x d) \approx 10^{-22} \text{ Дж}; \\ 32kT \approx 10^{-21} \text{ Дж}. \end{cases} \quad (3)$$

Из системы уравнений (3) видим, что первыми двумя слагаемыми можно пренебречь и движение ионов  $M^+$  можно рассматривать как чисто броуновское под воздействием хаотического теплового соударения с молекулами воды  $H_2O$ .

Поскольку размеры ионов  $R \approx 10^{-10}$  м намного меньше размеров анода и катода, то при усреднении можно рассматривать плоскопараллельную модель движения катионов  $\text{Me}^+$  между А и К (рис.1) с прилипанием к катоду ( $\text{Me}^+ + e^- = \text{Me}_2\downarrow$ ).

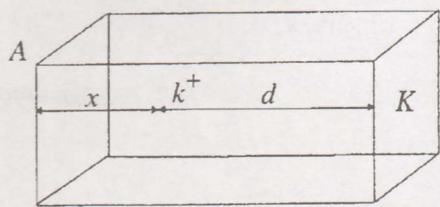


Рис.1

Катион  $\text{Me}^+$  совершает броуновское движение в жидкости ( $\text{H}_2\text{O}$ , например), ограниченной с одной стороны плоской стенкой (катодом); при попадании на стенку катионы  $\text{Me}^+$  прилипают к ней. Реакцию  $\text{Me}^+ + e^- = \text{Me}_2\downarrow$  можно рассматривать как поглощение катиона стенкой и его исчезновение из раствора. Установим вероятность того, что катион, находящийся в начальный момент времени на расстоянии  $x_0$  от стенки, "прилипает" к ней в течение времени  $t$ .

Дифференциальная функция распределения вероятностей (плотность вероятности) того, что в момент времени  $t$  частица (катион  $\text{Me}^+$ ) будет находиться в окрестности точки  $xw(x,t)$ , определяется диффузионным уравнением

$$\frac{d\omega}{dt} = D \frac{d\omega}{dx} \quad (4)$$

с граничным условием

$$\omega(0,t) = 0 \quad (5)$$

и начальным условием

$$\omega(x,0) = \delta(x - x_0). \quad (6)$$

Решение уравнения (4) с учетом (5) и (6) имеет вид

$$\omega(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \left[ e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}} - e^{-\frac{(x+x_0)^2}{4Dt}} \right] \delta. \quad (7)$$

Вероятность "прилипания" к катоду в единицу времени определяется значением "диффузионного потока"  $Dx \frac{d\omega}{dx}$  при  $x = 0$ . Искомая вероятность  $W(t)$  прилипания одного катиона в течение времени  $t$  равна

$$W(t,x) = D \int_0^t \frac{dW}{dx} \Big|_{x=0} dt.$$

Подставляя  $w(x,t)$ , получаем

$$W(t,x_0) = 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x_0}{2\sqrt{Dt}} \right), \quad (8)$$

где  $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-\varepsilon^2} d\varepsilon$  – интеграл ошибок. Делая в нем замену  $\varepsilon = u/\sqrt{2}$ , получаем

$$W(t,x_0) = 1 - 2\Phi \left( \frac{x_0}{2\sqrt{Dt}} \right), \quad (9)$$

где  $\Phi(z) = \frac{1}{2} \int_0^z e^{-u^2/2} du$  – табулированная функция Лапласа.

Процент очистки раствора от катионов  $\text{Me}^+$  равен отношению числа всех катионов, достигших стенки из разных слоев ( $x_0, x_0 + dx_0$ ) за время  $t$ , к числу всех катионов в пространстве  $[0, d]$ , находившихся там к моменту  $t = 0$ . Концентрация катионов в слое  $(x, x + dx)$  к моменту времени  $t$  составляет

$$C(x, t) = [1 - W(t, x)] C(x, 0), \quad (10)$$

где  $C(x,0)$  – концентрация к моменту  $t = 0$ . При этом полагается, что за счет броуновского движения из слоев  $(x, x + dx)$  исчезают только те катионы, которые "прилипают" к стенке (катоду), а остальные успевают вернуться в "свой" слой. В первом приближении пренебрегаем изменением  $C(x,t)$ , связанным с перемещением ионов в электрическом поле плоского конденсатора между А и К. С учетом этих замечаний степень очистки  $1 - DP(t)$  имеет вид

$$1 - \Delta P(t) = (1/dc) \int_0^d [1 - W(t, x_0)] C(x_0, t) dx_0. \quad (11)$$

Учитывая (6) и (7), полагая, что  $c = \text{const}$ , и меняя порядок интегрирования, получаем

$$1 - \Delta P_0(t) = 2\Phi\left[\frac{d\cdot 2}{2\cdot Dt}\right] - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{Dt}{d} \left(1 - e^{-d^2/4Dt}\right). \quad (12)$$

При постоянном механическом перемешивании  $C(x_0, 0) = C_{K(c)}$  — начальная концентрация катионов  $\text{Me}^+$  в растворе. Полагая в данном приближении, что молекулы  $\text{Me}$  имеют шарообразную форму, используем для  $D$  формулу

$$D = kT/\pi\eta R, \quad (13)$$

где  $\eta$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости ( $H_2O$ ), кг/мс;  $R$  – радиус ионов  $M^{+}$ .

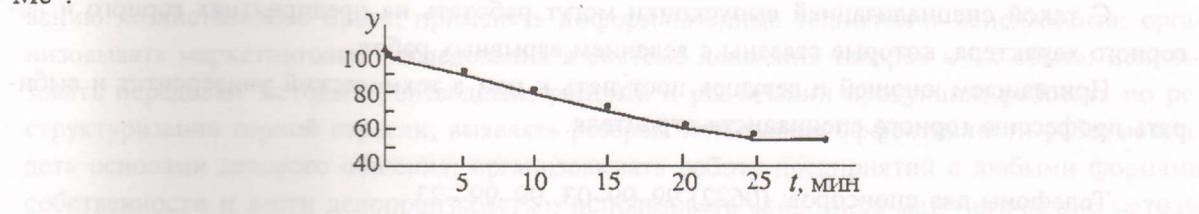


Рис.2

Окончательно подставляя (10) в (9), получаем зависимость степени очистки  $1 - \Delta P(t)$  от температуры  $T$  и времени  $t$ .

Например, при  $d = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $T = 300$  К,  $0 < t < 30$  мин,  $\eta = 10^{-3}$  кг/мс,  $R = 3 \cdot 10^{-10}$  м получим из (13)  $P(t) > 1 - 4\Phi[0,87] = 1 - 4(0,3078) = 1 - 4 \cdot 0,095 = 1 - 0,38 = 0,62$ . График функции  $y = 1 - P(t)$  приведен на рис.2.

© И.Я.Лизан, А.К.Носов, 1997