

УДК 539.3

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОРНОГО МАССИВА С ВЫРАБОТКАМИ ВБЛИЗИ ЗАГРУЖЕННОЙ ДНЕВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Калоеров С.А., докт. физ.-мат. наук, проф.,  
Авдюшина Е.В., канд. физ.-мат. наук, доц.  
Донецкий национальный университет

*С использованием комплексных потенциалов двумерной задачи теории упругости анизотропного тела и метода наименьших квадратов исследовано напряженное состояние горного массива с выработками произвольного поперечного сечения, находящимися вблизи дневной поверхности и оказывающими существенное влияние на распределение напряжений в массиве, в том числе вблизи дневной поверхности. Для случая одной выработки исследовано влияние на напряженное состояние анизотропии материала массива, формы поперечного сечения выработки, ее близости к дневной поверхности, а также влияние разгрузочных щелей на снижение концентрации напряжений*

*With use of complex potentials of a two-dimensional problem of the elastic theory of an anisotropic body and the least squares method the stresses state of a hills with the developments of any cross-section section taking place near to a day time surface and rendering essential influence on distribution of stresses in a file, including near to a day time surface is investigated. For a case of one development influence on an stresses state of anisotropy of a material of a file, the form of cross-section section of development, its affinity to a day time surface, and also influence of unloading cracks on reduction in concentration of stresses is investigated*

**Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.** Наличие выработок вблизи дневной поверхности горного массива, на которой могут располагаться различные сооружения, может привести к возникновению больших концентраций напряжений и деформаций как около поверхности выработки, так и в зоне между выработкой и сооружением. В связи с этим возникает необходимость разработки методов определения напряженно-деформированного состояния в горном массиве с выработками вблизи дневной поверхности и решения на их основе важных задач инженерной практики.

**Анализ исследований и публикаций.** С использованием ком-

плексных потенциалов двумерной задачи теории упругости анизотропного тела и метода наименьших квадратов в [1, 2] разработана методика исследования напряженного состояния анизотропного тела и полупространства с произвольно расположенными полостями и трещинами. В работах [3, 4] проведены исследования напряженного состояния горного массива с выработкой и разгрузочными щелями, когда выработка далека от дневной поверхности и влиянием последней на напряженное состояние вблизи выработки можно пренебречь. В настоящей статье дано решение задачи для анизотропного горного массива с выработками, расположенными вблизи дневной поверхности, исследовано напряженное состояние массива с одной выработкой, а также влияние узких щелей на разгрузку около выработки.

**Постановка задачи.** Рассмотрим горный массив с горизонтальными выработками произвольного криволинейного сечения, близко расположенными от дневной поверхности. Будем считать, что на дневной поверхности имеются сооружения, действие которых можно рассматривать как действие внешних сил, поверхности выработок свободны от внешних усилий и не подкреплены.

Криволинейные поверхности полостей будем аппроксимировать частями поверхностей эллиптических полостей [1, 2], т.е. криволинейные контуры поперечного сечения будем заменять совокупностями дуг эллипсов, прямолинейные разрезы – эллипсами, одна из полуосей которых равна нулю. В связи с этим рассматриваемую задачу будем сводить к решению задачи для полупространства с конечным числом произвольно расположенных эллиптических полостей. Тогда в поперечном сечении полупространства получится полуплоскость с прямолинейной границей  $L_0$  и эллиптическими отверстиями с контурами  $L_l$ , полуосями  $a_l, b_l$  и центрами в точках  $x_{0l}, y_{0l}$  ( $l = \overline{1, L}$ ).

**Изложение материала и результаты.** Для определения напряженного состояния рассматриваемого полупространства будем использовать обобщенные комплексные потенциалы двумерной задачи теории упругости. В данном случае они имеют вид [1]

$$\Phi'_k(z_k) = \varphi_k(z_k) + \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \varphi_{kln}(z_k) a_{kln} - \bar{r}_k \bar{\varphi}_{kln}(z_k) \bar{a}_{kln} - \bar{s}_{k+1} \bar{\varphi}_{k+1,ln}(z_k) \bar{a}_{k+1,ln} - \bar{e}_{k+2} \bar{\varphi}_{k+2,ln}(z_k) \bar{a}_{k+2,ln} \right\}, \quad (1)$$

где

$$\varphi_{kln}(z_k) = -\frac{n}{\zeta_{kl}^{n-1} R_{kl} (\zeta_{kl}^2 - m_{kl})}, \quad \bar{\varphi}_{sln}(z_k) = -\frac{n}{\bar{\zeta}_{sl}^{n-1} \bar{R}_{sl} (\bar{\zeta}_{sl}^2 - \bar{m}_{sl})}; \quad (2)$$

$$\varphi_k(z_k) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_0} \frac{f(t) dt}{t - z_k}; \quad (3)$$

$f(t)$  – известная функция, зависящая от загрузки дневной поверхности;  $\zeta_{kl}, \bar{\zeta}_{sl}$  – переменные, определяемые из конформных отображений внешности единичного круга на внешности эллипсов  $L_l$

$$z_k = z_{0kl} + R_{kl} \left( \zeta_{kl} + \frac{m_{kl}}{\zeta_{kl}} \right), \quad \bar{z}_k = \bar{z}_{0kl} + \bar{R}_{kl} \left( \bar{\zeta}_{kl} + \frac{\bar{m}_{kl}}{\bar{\zeta}_{kl}} \right); \quad (4)$$

$$z_{0kl} = x_{0l} + \mu_k y_{0l};$$

$$R_{kl} = \left[ a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) + ib_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l) \right] / 2,$$

$$m_{kl} = \left[ a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) - ib_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l) \right] / 2R_{kl}; \quad (5)$$

$\bar{r}_k, \bar{s}_{k+1}, \bar{e}_{k+2}$  – известные постоянные;  $\varphi_l$  – угол наклона полуоси  $a_l$  к оси  $Ox$ ;  $\mu_k$  – корни характеристического уравнения;  $a_{kln}$  – неизвестные постоянные, определяемые из граничных условий

$$2\text{Re} \sum_{k=1}^3 (\lambda_{2k}, \lambda_{4k}, \lambda_{6k}) \delta_k \Phi'_k(t_k) = (0, 0, 0) \text{ на } L_l; \quad (6)$$

$\lambda_{ik}$  и  $\delta_k$  – величины, зависящие от анизотропии материала и формы контура. С использованием метода наименьших квадратов из граничных условий (6) для нахождения постоянных  $a_{kln}$  получается система линейных алгебраических уравнений, после решения которой комплексные потенциалы (1) становятся известными, что позволяет вычислять напряжения, а в случае трещин и КИН для их вершин [1, 2].

При проведении численных исследований считалось, что полупространство в каждой точке имеет плоскость упругой симметрии, перпендикулярную к оси выработки, т.е. рассматривалась плоская задача для полуплоскости с отверстиями. Численные исследования были проведены для полуплоскости с одним отверстием круговым (рис. 1) радиуса  $a$ , квадратным (рис. 2) со стороной  $2a$  и сводчатым (рис. 3) с длиной прямолинейных участков  $2a$  и радиусом круговой крышки  $a$ , где  $a$  – масштабная единица. Приложенные на прямолинейной границе воздействия моделировались равномерным давлени-

ем интенсивности  $p$  на отрезке длины  $2a$  симметрично контуру отверстия. Ниже описаны некоторые из полученных результатов для полуплоскости из алевролита ( $E_1=10,74$  ГПа,  $E_2=5,23$  ГПа,  $G_2=16,00$  ГПа,  $\nu_1=0,413$ ,  $\nu_2=0,198$ ) и гранита (изотропного материала) [3]. Все приводимые значения даны с точностью до множителя  $p$ , причем эти величины даны для точек правых половин контуров отверстий (для левых половин в силу геометрической и силовой симметрии оси такие же).

На рис. 1-3 изображены графики распределения нормальных напряжений  $\sigma_\theta$  на площадках, перпендикулярных к контурам отверстий. Сплошные и штриховые линии соответствуют полуплоскости из алевролита и гранита. Кривые 1 и 2 относятся к случаям, когда длина перемычки  $c$  между границей полуплоскости и контуром отверстия равна  $0,5a$  и  $0,1a$ . При  $c=0,1a$  около квадратного отверстия максимальные напряжения велики и их графики не приведены.

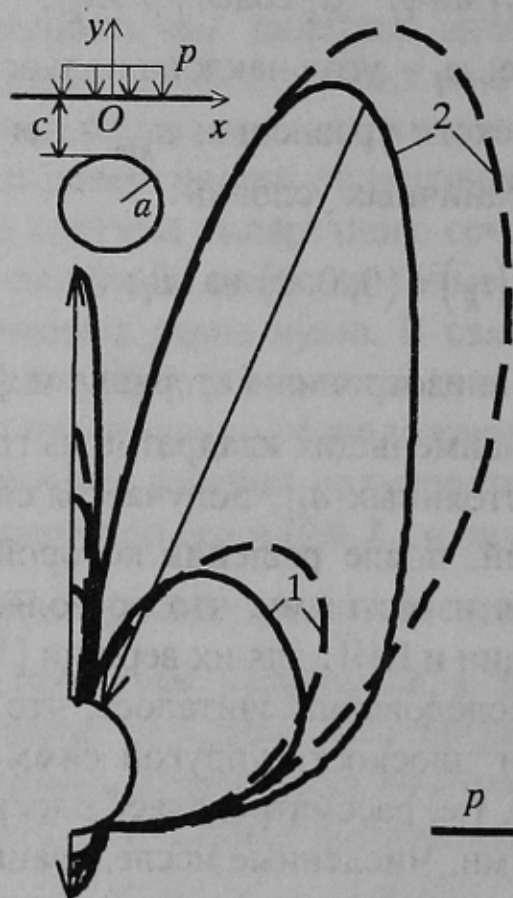


Рис. 1 – Распределение  $\sigma_\theta$  около кругового отверстия

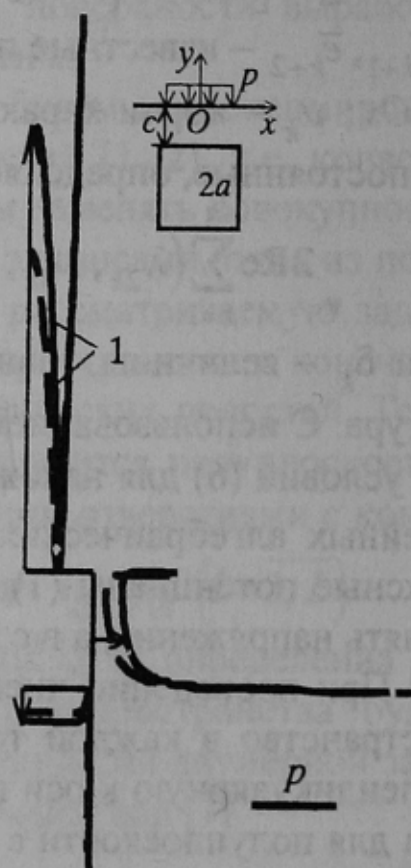


Рис. 2 – Распределение  $\sigma_\theta$  около квадратного отверстия

Из приведенных данных и результатов других исследований следует, что в зонах наибольшей концентрации напряжений влияние

анизотропии существенно. Так же следует, что наиболее удобной формой поперечного сечения является свод. Выработки кругового (эллиптического) сечения неудобны для создания и приводят к высокой концентрации напряжений; в случае выработок квадратного (прямоугольного) сечения вблизи угловых точек возникает весьма высокая концентрация напряжений. Замена квадратного (прямоугольного) сечения сводчатым приводит к снижению концентрации напряжений и, прежде всего, около крышки. Но и в случае сводчатого отверстия вблизи точек крышки и углов основания сохраняется достаточно высокая концентрация напряжений. При этом вблизи верхней точки крышки и около центра основания выработки возникают положительные (растягивающие) напряжения, которые приводят к выпучиванию породы и разрушению.

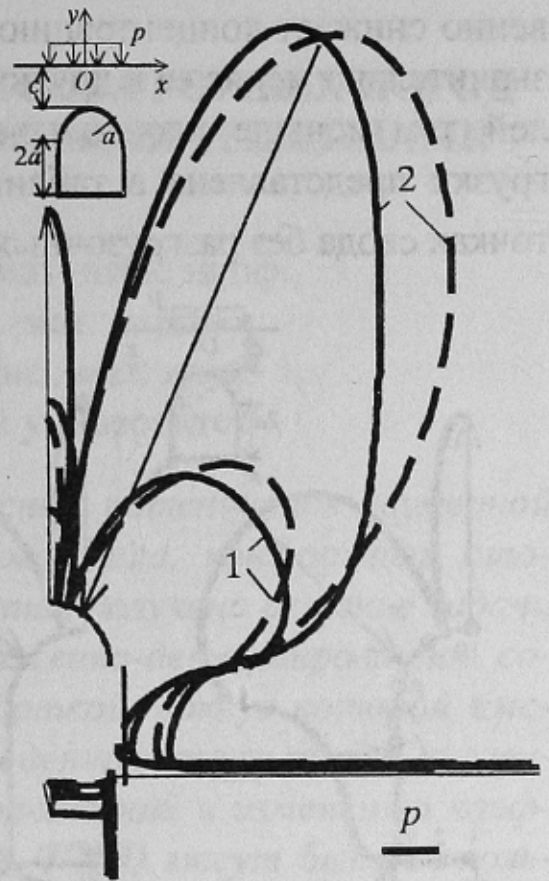


Рис. 3 – Распределение  $\sigma_{\theta}$  около сводчатого отверстия

Снижения уровня концентрации напряжений можно добиться проведением разгрузочных щелей, выходящих на поверхность выработки. Но в центре крышки свода их проводить нецелесообразно, и снижения уровня концентрации напряжений можно добиться подкреплением поверхности выработки. Что же касается других зон, то, как установлено [3, 4], концентрацию напряжений можно существенно уменьшить проведением разгрузочных щелей из углов основания и из боковых сторонах. При этом щели из углов основания следует проводить под углом  $\pi/4$  к горизонту, отклонение же от этого угла на  $\pm\pi/18$  практически не влияет на значения максимальных напряжений. Существенным здесь является длина разгрузочных щелей. Как эта длина влияет, видно из данных рис. 4, где изображены графики распределения напряжений  $\sigma_{\theta}$  около правой половины контура свода при наличии в полуплоскости из алевролита двух симметричных наклонных щелей длины  $l$ , расположенных под углом  $\pi/4$  к вертикальной оси выработки. Данные рис. 4 а, б соответствуют случаям, когда  $l$  равно  $0,1a$ ,  $0,5a$ . Из этих данных следует, что наличие щели существ-

венно снижает концентрацию вблизи углов основания выработки, незначительно меняя ее в других зонах. При этом, чем больше длина щелей, тем меньше значения напряжений. Количественная оценка разгрузки представлена в таблице, где даны значения  $\sigma_{\theta}$  в некоторых точках свода без разгрузочных щелей (рис. 3) и с ними (рис. 4 а).

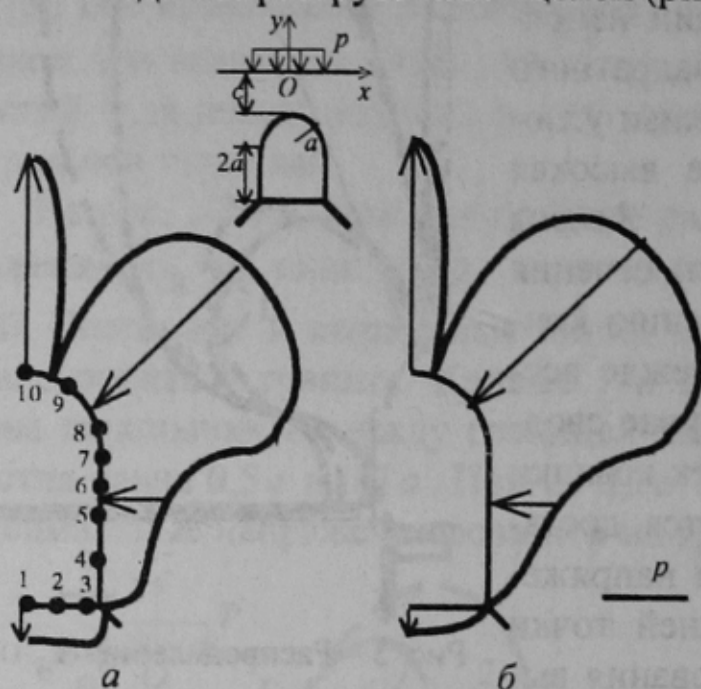


Рис. 4 – Распределение  $\sigma_{\theta}$  при наличии наклонных щелей длины  $0,1 a$  (а),  $0,5 a$  (б)

Значения напряжений  $\sigma_{\theta}$  в характерных точках

Точки	Конфигурация выработки		
	Рис.3	Рис. 4а	Рис. 4б
1	0,386	0,407	0,326
2	0,391	0,426	0,288
3	-1,623	-0,039	-0,001
4	-2,181	-0,025	-0,001
5	-0,772	-0,757	-0,692
6	-1,023	-1,013	-0,965
7	-1,675	-1,887	-1,889
8	-2,254	-2,241	-2,208
9	-2,858	-2,859	-2,859
10	3,047	2,974	2,892

**Выводы и направления дальнейших исследований.** Таким образом, предложена методика, позволяющая исследовать напряженное состояние горного массива с выработкой вблизи дневной поверхности и давать рекомендации по снижению концентрации напряжений. Для еще большего снижения концентрации напряжений около крышки свода нужно подкреплять поверхность крышки и проводить дополнительные разгрузочные щели. Предложенная методика позволяет решать задачи, возникающие и при таком подходе.

Список источников.

1. Калоеров С.А., Авдюшина Е. В. Концентрация напряжений в анизотропном полупространстве с цилиндрическими полостями и плоскими трещинами // Теорет. и прикладная механика.– 2000.– Вып. 31.– С.63-75.
2. Калоеров С. А., Горянская Е. С. Двумерное напряженное состояние многосвязного анизотропного тела с полостями и трещинами // Теорет. и прикладная механика – 1995.– Вып. 25.– С. 45-56.
3. Калоеров С.А., Горянская Е.С., Полухин В.А. Напряженное состояние горного массива с выработкой и разгрузочными щелями // Теорет. и прикладная механика.– 1996.– Вып. 26.– С. 28-35.
4. Управление напряженным состоянием породного массива и устойчивостью горных выработок / Полухин А. В., Калоеров С. А., Грядущий Ю. Б., Горянская Е. С.– Донецк: Юго-Восток, 2002.– 304 с.