УДК 62-868

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ ВИБРОКОНВЕЙЕРА МОЕЧНОЙ МАШИНЫ С ИНЕРЦИОННЫМ ПРИВОДОМ

Поперечный А.Н. докт. тех. наук., доцент,
Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М. Туган-Барановского

*Аналитически исследована работа виброконвейера с самобалансным инерционным приводом с учетом массы рабочего органа, транспортируемого груза и дебалансов. Определены амплитуда колебаний и мощность привода.*

*Work the vibrate-conveyor with a self-balancing inertial drive is analytically investigated in view of weight of working body which transports a cargo and the debalances. The amplitude of fluctuations and capacity of a drive are determined.*

***Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.*** Предложена конструкция вибрационной струйной моечной машины [1], основными элементами которой являются: привод (вибратор), упругие опорно-поддерживающие элементы, рабочий орган и его арматура. Рабочий орган представляет собой виброконвейер – платформу с четырьмя лотками, имеющими возможность изменения угла наклона к горизонту. В качестве привода машины предложен инерционный самобалансный вибратор, генерирующий гармонические колебания рабочего органа.

***Анализ исследований и публикаций.*** Во всех теоретических работах виброинерционные машины рассматриваются как системы, совершающие вынужденные колебания под действием возмущающей силы, не зависящей от колебаний ведомого звена, т.е. звена, движение которого обеспечивает выполнение полезной механической работы. Принимается, что изменения возмущающей силы зависит только от времени [2].

Но ведь сила энергии дебалансов вибратора будет зависеть не только от ускорения относительного (вращательного) движения, но и от ускорения переносного (поступательного) движения, т.е. возмущающая сила зависит от вызванного ею движения. Определить заранее эту зависимость в большинстве случаев не представляется возможным, так как не известен закон движения ведомого звена (виброконвейера с грузом).

***Постановка задачи.*** Выведем формулы для определения амплитуды колебаний и потребляемой энергии виброконвейера с учетом взаимного влияния масс ведущего и ведомого звеньев. Рассмотрение движения проводим без допущений и упрощений, т.е. в реальных условиях (рисунок 1).

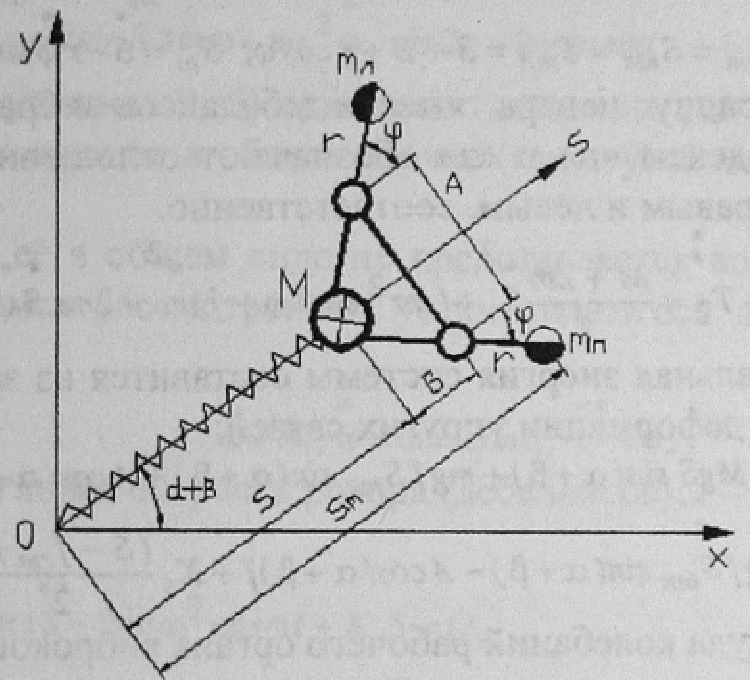


Рисунок 1- Расчетная схема виброконвейера с инерционным самобалансным вибратором

***Изложение материала и результаты.*** Для составления дифференциальных уравнений Лангранжа воспользуемся кинетическим потенциалом системы:

$$L = T - П = T_1 + T_2 - П, \tag{1}$$

где $П$ – потенциальная энергия системы;

$T$ – кинетическая энергия системы;

$T_1$ – кинетическая энергия виброконвейера;

$T_2$ – кинетическая энергия дебалансов.

Кинетическая энергия системы слагается из энергии поступательного движения конвейера $T_1$ и энергии поступательного и вращательного движения дебалансов $T_2$.

$$T_1 = M\frac{\dot{S}^2}{2}; \qquad T_2 = m\dot{S}_m^2 + I\dot{\varphi}^2,$$

где $M$ – масса виброконвейера с присоединенной массой продукта, кг;

$m$ – масса дебаланса инерционного вибратора, кг;

$S$ - перемещение тела, м;

$\varphi$ - угол поворота дебаланса, град;

$I$ – динамический момент, кг·м$^2$.

$$S_m = S_{mл} = S_{mn} = S + Б + r\cos\varphi; \quad \dot{S}_m = \dot{S} - r\dot{\varphi}\sin\varphi,$$

где r – радиус центра тяжести дебалансов вибратора, м.

Здесь индексы «*п*» и «*л*» обозначают отношение параметров к дебалансам, правым и левым, соответственно.

$$T_1 + T_2 = \frac{M+2m}{2}\dot{S}^2 + (mr^2\sin^2\varphi + j)\dot{\varphi}^2 - 2mr\dot{S}\dot{\varphi}\sin\varphi \qquad (2)$$

Потенциальная энергия системы составится из энергии положения и энергии деформации упругих связей:

$$П = MgS\sin(\alpha+\beta) + mg[S_{mл}\sin(\alpha+\beta) + A\cos(\alpha+\beta)] +$$
$$+ mg[S_{mn}\sin(\alpha+\beta) - A\cos(\alpha+\beta)] + K_s\frac{(S-f_{cm})^2}{2},$$

где $A$ - амплитуда колебаний рабочего органа виброконвейера, м;

$K_s$ – жесткость упругих связей, кг/м;

$f_{cm}$ – статическая деформация упругой подвески, м

После подстановки и преобразований значение лагранжевой функции выразится так:.

$$L = \frac{M+2m}{2}\dot{S}^2 + (mr^2\sin^2\varphi + j)\dot{\varphi}^2 - 2mr\dot{S}\dot{\varphi}\sin\varphi -$$
$$- 2mg(Б + r\cos\varphi)\sin(\alpha+\beta) - \frac{K_s}{2}(S^2 + f_{cm}^2) \qquad (3)$$

Так как функция Лагранжа зависит от двух независимых переменных (S и $\varphi$), то имеем и соответственно два лагранжевых уравнения:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{S}} - \frac{\partial L}{\partial S} = Q_s \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = Q_\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

В системе уравнений (4) обобщённые силы $Q_s$ и $Q_\varphi$ являются внешними по отношению к системе двух масс, не имеют характера потенциала и сил инерции и характеризуют рассеяние ($Q_s$) или приток ($Q_\varphi$) энергии, т.е. неконсервативность системы.

Определив частные производные по координатам и скоростям и выполнив дифференцирование по времени, получим:

$$\left.\begin{aligned}&(M+2m)\ddot{S}-2mr\ddot{\varphi}\sin\varphi-2mr\dot{\varphi}^2\cos\varphi+K_S S=Q_S\\&2(J+mr^2\sin^2\varphi)\ddot{\varphi}-2mr\ddot{S}\sin\varphi+mr^2\dot{\varphi}^2\sin 2\varphi-2mgr\sin(\alpha+\beta)\sin\varphi=Q_\varphi\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

Система уравнений (5) описывает движение центров масс виброинерционной машины в общем случае (пуск, установившееся движение, выбег).

Решение её в общем виде не представляется возможным, поэтому ограничимся рассмотрением установившегося движения, при котором

$$\varphi=\omega t;\ \dot{\varphi}=\omega=const;\ \ddot{\varphi}=0,$$

где $\omega$ – угловая скорость ротора (дебалансов); $t$ – время.

Получим:

$$\left.\begin{aligned}&(M+2m)\ddot{S}-2mr\omega^2\cos\omega t+K_s S=Q_s\\&-2mr\ddot{S}\sin\omega t+mr^2\omega^2\sin 2\omega t-2mgr\sin(\alpha+\beta)\sin\omega t=Q_\varphi\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

Первое уравнение системы (6) определяет характер движения центров масс вибромашины, второе устанавливает связь между характером движения и моментом двигателя и служит для определения $Q_\varphi$ - активнодействующей части момента двигателя, идущей непосредственно на создание колебаний массы $M$ без учета КПД механических передач; при этом могут возникать наибольшие напряжения в деталях машин. Поэтому рассмотрим уравнения системы (6) при сопротивлении $Q_s=0$.

$$(M+2m)\ddot{S}-2mr\omega^2\cos\omega t+K_S S=0$$

$$-2mr\ddot{S}\sin\omega t+mr^2\omega^2\sin 2\omega t-2mgr\sin(\alpha+\beta)\sin\omega t=Q_\varphi$$

Обозначив $\dfrac{K_s}{M+2m}=\omega_0^2$ и $\dfrac{m}{M+2m}=q$ перепишем первое уравнение системы (6) в виде

$$\ddot{S}+\omega_0{}^2S=2qr\omega^2\cos\omega t \qquad (7)$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения (7) при отсутствии резонанса ($\omega_o\neq\omega$) после преобразований приводится к выражению:

$$S=\frac{2qr\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega t \qquad (8)$$

Уравнение (8) выражает закон движения центра тяжести массы *M*; для центров масс m дебалансов закон движения на основании этого уравнения будет:

$$S_m=A\cos\omega t+Б+r\cos\omega t$$

Если отбросить постоянную величину *Б*, то $S_m=(A+r)\cos\omega t$ При $\omega\neq\omega_0$, подставив значение А, получим

$$S_m=\frac{2q\omega^2+\omega_0{}^2-\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}r\cos\omega t,$$

при $\omega=\omega_0$

$$S_m=qr\omega t\sin\omega t+r\cos\omega t$$

Так движутся центры тяжести масс вибролотка *M* и дебалансов m.

Уравнения (8) описывает движение вибролотка; при $\omega_0=\omega$ значение амплитуды будет стремится к бесконечности, что соответствует резонансному состоянию. Дорезонансные режимы работы ($\omega<\omega_o$) характеризуются положительным значением амплитуды, зарезонансные – отрицательным, что следует из уравнения (8).

Во избежание опасных перегрузок виброконвейера в околорезонансной области (границы которой определяются значениями $A=r$ и $A=-r$), он должен работать при частоте возмущающей силы

$$\frac{K_S}{M+4m}\leq\omega^2\geq\frac{K_S}{M} \qquad (9)$$

Рассмотрим движение виброконвейера при наличии сопротивлений, являющихся функцией скорости и постоянных. При работе виброконвейера в жидкой среде (водяной струе) доминирующими сопротивлениями будут динамические, пропорциональные квадрату скорости, так называемое «турбулентное» трение, в отличие от вязкого, пропорционального скорости в первой степени, доминирующего при малых скоростях движения тел и ламинарном их обтекании. При работе лотка на воздухе преобладающими будут постоянные сопротивления, зависящие от потерь на трение и гистерезис в упругих связях.

Силы сопротивления, как характеризующие рассеяние энергии, входят в правую часть первого уравнения системы (6), т.е.

$$Q_S = f(\dot{S}) = -(F_T + \mu \dot{S}^2), \qquad (10)$$

где $F_T$ – постоянная сила сухого трения, изменяющая знак противоположно направлению движения, т.е. через половину цикла;

$\mu$ – коэффициент «турбулентного» трения.

Нас интересует амплитуда установившегося движения, которая с достаточной для практических целей точностью может быть найдена в предположении, что при действии постоянной силы трения $F_T$ имеет место простое гармоническое движение, как и в случае вязкого трения. Для этой цели заменим постоянную силу сухого трения эквивалентным вязким трением, так чтобы рассеянная за цикл энергия была одинакова в обеих случаях. Точное решение задачи о вынужденных колебаниях при «турбулентном» трении затруднительно, поэтому и здесь воспользуемся методом энергетического баланса [3]. Заменим нелинейную силу $f(\dot{S})$ эквивалентной в энергетическом отношении линейной силой $\lambda\dot{S}$, коэффициент $\lambda$ будем определять из условия равенства работ, совершаемыми обеими силами за один полупериод (в течение которого скорость $\dot{S}$ не меняет знак), т.е.

$$\int_0^{\frac{T}{2}} f(\dot{S})\dot{S}dT = \int_0^{\frac{T}{2}} \lambda\dot{S}\dot{S}\,dt$$

Так как исследуется установившийся режим, то за начало отсчёта времени принимаем момент, когда сдвиг фаз колебаний $\Theta = 0$, а ожидаемый закон колебаний примет вид

$$S = A\cos\omega t$$

Не останавливаясь на общеизвестных методах решения приведём выражение эквивалентного коэффициента вязкого трения для случая совместного действия сухого и турбулентного трения

$$\lambda = \frac{4F_T}{A\pi\omega} + \frac{8\mu A\omega}{3\pi} \qquad (11)$$

Первое уравнение системы (6) для случая совместного действия сухого и турбулентного трения примет после деления на $(M+2m)$ и преобразований вид:

$$\ddot{S} + 2x\dot{S} + \omega_0^2 S = 2qr\omega^2 \cos\omega t, \tag{12}$$

где $2x = \dfrac{\lambda}{M + 2m}$.

Здесь $\lambda$ определяется по (11).

Решение линейного дифференциального уравнения будем искать в виде

$$S = A\cos(\omega t - \theta), \tag{13}$$

где $\theta$ - угол сдвига колебаний по фазе, вызванный наличием сопротивлений при движении конвейера.

Окончательно получим

$$\theta = arctg\frac{2x\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{14}$$

$$A = \frac{2qr\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \dfrac{16\omega^2(\dfrac{F_T}{A\omega} + \dfrac{2}{3}\mu A\omega)^2}{\pi^2(M + 2m)^2}}} \tag{15}$$

Из соотношения (15) видно, что амплитуда $A$ входит в обе части равенства; поэтому его нужно рассматривать как биквадратное уравнение для определения $A$.

Подставим частное решение вынужденных колебаний с сопротивлениями (13) в уравнение момента (6) и после преобразований получим

$$Q_\varphi = mr\omega^2(A\cos\theta + r)\sin 2\omega t + 2mrA\omega^2 \sin\theta \sin^2\omega t - 2mqr^2 \sin(\alpha + \beta)\sin\omega t$$

Момент на валу вибратора – сложная переменная величина, состоящая из гармоник с частотами $\omega$ и $2\omega$.

Гармонические составляющие момента с частотами $\omega$ и $2\omega$ определяют части работы, совершаемые силами инерции и тяжести в течение одного оборота ротора-вибратора.

Угол сдвига фаз определяет работу, обусловленную сопротивлениями. Интегрируя работу момента $Q_\varphi$ за период, получим только затраченную работу на преодоление сопротивлений в течение периода.

Работа $W = \int_0^{2\pi} Q_\varphi d\varphi$

$$W = mr\omega^2(A\cos\theta + r)\int_0^{2\pi} \sin 2\varphi d\varphi + 2mrA\omega^2 \sin\theta \int_0^{2\pi} (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\varphi)d\varphi - 2mqr\sin(\alpha+\beta)\int_0^{2\pi} \sin\varphi d\varphi =$$
$$= 2\pi A\omega^2 mr\sin\theta$$

Мощность электропривода самобалансного вибратора в кВт:

$$N = \frac{Wn}{60*102\eta} = \frac{2\pi A\omega^2 mr\sin\theta}{60*102\eta} * \frac{30\omega}{\pi} = A\frac{mr\omega^3}{102\eta}\sin\theta, \qquad (16)$$

где $\eta$ – КПД механических передач.

Входящие в формулу (16) величины $A$ и $\theta$ определяются по формулам (14) и (15); они являются функциями сопротивлений и конструктивных параметров системы.

Рассмотрим некоторые частные случаи работы виброконвейера.

1. Резонансный режим, когда $\omega_0 = \omega$:

$$N_p = \frac{mr\omega^3}{102\eta} \cdot \frac{qr\omega}{x} \qquad (17)$$

2. Далеко зарезонансный режим, когда $\omega_0 << \omega$:

$$N_3 = \frac{mr\omega^3}{102\eta} \cdot \frac{4qr\omega x}{\omega^2 + 4x^2} \qquad (18)$$

В современных вибромашинах наиболее распространённым является зарезонансный режим работы, при котором реакции от опор на фундамент минимальны и происходит эффективная виброизоляция работающего виброконвейера посредством самой упругой системы. Мощность электропривода в таком случае определяется по формуле (18).

***Выводы и направления дальнейших исследований.*** Приведенные формулы могут быть использованы при расчете и проектировании вибрационных машин с самобалансным приводом для работы в вязкой среде, в которой силы сопротивления пропорциональны второй степени скорости т требуют в дальнейшем уточнения количественных параметров.

Список источников.

1. Устройство для мойки субпродуктов: А.с.№1521425 СССР МКИ A22 B 5/08 /Беляев М.И., Поперечный А.Н., Заремба П.А. (СССР) Заявл 17.02.87., Опубл. 15.11.89. Бюл. № 42 – 3с.
2. Спиваковский А.О., Гончаревич И.Ф. Вибрационные конвейеры, питатели и вспомогательные устройства. М.: Машиностроение, 1972. – 328с.
3. Пановко А.Я. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука, 1971. – 385с.