

гірських порід.

Отже, комп'ютерне моделювання застосовується у всіляких галузях науки. У геології воно використовується особливо часто. Жодна наукова робота в геології не обходиться без побудови або вивчення комп'ютерної моделі.

Комп'ютерне моделювання є одним з ефективних методів вивчення складних систем. Комп'ютерні моделі простіше і зручніше досліджувати через їх можливість проводити обчислювальні експерименти, в тих випадках коли реальні експерименти ускладнені із-за фінансових або фізичних перешкод або можуть дати непередбачуваний результат. Логічність і формалізованість комп'ютерних моделей дозволяє виявити основні фактори, що визначають властивості об'єкту-оригіналу (або цілого класу об'єктів), що вивчається, зокрема, досліджувати відгук модельованої фізичної системи на зміни її параметрів і початкових умов. Що і є основною причиною такої популярності комп'ютерного моделювання в геології.

Як і розвиток комп'ютерної техніки, розвиток моделювання не стоїть на місці. Комп'ютерне моделювання розвивається безпосередньо разом з комп'ютерними технологіями. Потужніші комп'ютери дозволяють будувати найбільш точні моделі зі значно більшою кількістю змінних, прораховувати результат на триваліші тимчасові відрізки.

Література:

1. Хаин В.Е. Общая геология: учебник для высших учебных заведений. – М.: Изд-во Московского государственного университета, 1988. - 447 с.
2. Емельянов С.В. Информационные технологии и вычислительные системы: учебное пособие. – М.: Изд-во «Ленанд», 2008. - 124 с.
3. Виноградов Е.Б. Современная геология. – Екатеринбург: И-во ЕПД, 2007. - 81 с.
4. Entory J. С точки зрения науки. В недрах земли. – М.: ИГ «Весь». - 345с.
5. Антонович А.В. Организация компьютерных систем в нефтегазовой отрасли. - Томск-инфо. 2009 – №2.

УДК 622.241

ІСАЄНКОВ О.О., ІСАЄНКОВА Ю.В. (КП ДонНТУ)

ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОВЕДЕННЯ ПІДГОТОВЧИХ ВИРОБОК

Розглянуто основні принципи моделювання технології проведення підготовчих виробок

Методи якісної і укрупненої кількісної оцінки технологій проведення виробок, являючись основою зіставлення будь-яких технологічних варіантів, разом з тим не забезпечують визначення раціональних параметрів і показників застосування технологій, виявлення і врахування впливу на них важливіших гірничо-геологічних факторів.

Для рішення таких задач використовують різні математичні моделі даного технологічного процесу, тобто його «наближений опис, виражений за допомогою математичної символіки», що отримуються, як правило, із застосуванням ЕОМ. Накопичений досвід розробки подібних моделей дозволяє сформулювати ряд основних принципів їх побудовання і використання, направлених на забезпечення адекватності і практичної значимості моделей.

1. Принцип цільової орієнтації. Технологічний процес проведення виробок є достатньо складним, багаторівневим і багатофакторним. Тому існує цілий ряд способів його описання, і, відповідно, можливостей побудування різних моделей. Так, в якості загальних об'єктів моделювання можуть бути вибрані окремі виробки або їх сукупність, в якості безпосередніх (елементарних) об'єктів – виробничі операції, види і прийоми робіт, перелік факторів, що враховуються, може утримувати від чотирьох-п'яти (вид обладнання, площа перетину виробок, коефіцієнти тривкості і присічки порід, чисельність бригади) до десятків змінних (включаючи повну характеристику гірничотехнічних умов, різні параметри прохідницького циклу, склад і класифікацію бригади, організацію робіт, режими оплати і стимулювання праці, соціальні фактори). Модель може розглядатися в детермінованій і імовірній постановках з різним ступенем врахування фактору надійності.

Принцип цільової орієнтації передбачає необхідність визначення суворо обмеженого переліку питань, на які повинна відповідати майбутня модель, тих факторних впливів, на які вона повинна реагувати, того «середовища», в якому вона повинна працювати. Це визначає по сутності «аксіоматичний» підхід до побудування моделей, при якому їх вид і основні характеристики однозначно витікають із результатів попереднього дослідження.

Успішність реалізації даного принципу (що порушується при спробах розробки «універсальних» моделей) по багатому, як свідчить практика, визначає направленість і ефективність всіх наступних етапів моделювання, корисність моделі в цілому.

2. Принцип компактності (мінімального опису). Після того, як визначена цільова орієнтація, встановлений відповідний рівень питань, будується самий наближений опис процесу, тобто модель. Тут існує багато можливостей, вибір серед яких, як правило, не може бути зроблений за простим критерієм максимальної точності опису. Принцип компактності означає необхідність відокремлення всіх надлишкових складових моделі при зберіганні достатньої їй адекватності, виходячи з того, що модель не може і не повинна бути максимально точною «копією» процесу. Недоцільним є збільшення числа змінних в найбільш простих, статичних моделях, так як депресія (розкидання) результатів може при цьому тільки зростати.

3. Принцип ієрархічної структури підкреслює необхідність орієнтації на систему взаємопов'язаних за своїми входами і виходами моделей різного рівня, в сукупності забезпечуючи достатньо повне представлення технологічного процесу в цілому і дозволяючи разом з тим більш детально досліджувати окремі його складові. При цьому кожна з моделей, що входить до складу системи, може використовувати свою «мову» для опису процесу (його складових), яка оснований на застосуванні кількісних або якісних змінних, аналітичних або емпіричних залежностей, точених або інтегральних оцінок, експертних, класифікаційних і локальних оптимізаційних процедур, імітаційного моделювання – з єдиною вимогою виконання заданих функцій моделі в системі.

4. Принцип обмеження помилок. Кожна модель технологічного процесу є всього лиш його наближеним описом, і тим самим, - можливим джерелом помилок при визначенні параметрів і показників процесу.

Крім того, оцінка параметрів самої моделі звичайно базується на ряді математичних припущень, які далеко не завжди реалізуються в дійсності (наприклад, для статистичних моделей це припущення про випадковість . нормального розподілі, незалежності змінних, постійної депресії помилок). Існують критерії для перевірки відповідних гіпотез, а також «істинності» моделі в цілому, але самі ці критерії також базуються на ряді припущень.

Не відхиляючи важливості вказаної формальної перевірки, даний принцип

передбачає в першу чергу не оцінку «істинності» моделі (яка практично завжди умовна), а оцінку її працездатності виходячи із зіставлення фактичного (що очікується) і максимально прийняттого рівня помилок. Суттєво, що оцінка рівня помилок повинна здійснюватися не тільки по даним, що прийняли участь у процесі побудування моделі, але і по незалежним (перевірочним) експериментальним даним.

Слід відзначити, що відхід від побудування і перевірки адекватності моделей класичними методами характерне і для математичної статистики як такої. З'явилися, наприклад, грубіші методи оцінювання, «гребенева» регресія, «бутстреп» і інші. Це тим більше виправдане в чисто прикладних дослідженнях.

5. Принцип ітеративного уточнення передбачає коректування і уточнення окремих моделей і їх систем в міру накопичення експериментальних даних.

Розглянемо ці принципи на прикладі системи моделей технологічного процесу проведення виробок.

Принцип цільової орієнтації. Головною вимогою до системи моделей даного технологічного процесу є можливість оцінки з'єднаних позицій ефективності самих різних заходів щодо його вдосконалення на різних рівнях процесу з метою виходу на кінцевий результат.

При цьому перелік заходів, що підлягають оцінці, повинен, як мінімум, містити вдосконалення окремих техніко-технологічних рішень, змінювання областей і об'ємів їх застосування, підвищення надійності процесу (на різних рівнях), змінювання вимог суміжних процесів у системі «Шахта», постановку і реалізацію науково-дослідницьких і досвідно-конструкторських робіт з утворення перспективної техніки і технології.

Принцип компактності. У відповідності з цільовою орієнтацією мінімальний перелік факторів, які враховуються системою моделей, повинен містити:

- фактори, необхідні для розрахунку поопераційних моделей трудомісткості проведення;

- характеристики структури об'ємів проведення виробок з їх розділенням за факторами, що обмежують застосування різних засобів механізації;

- об'єм заходів з резервування надійності (шляхом резервування операцій і видів робіт прохідницького циклу, підготовчих вибоїв або змін їх роботи);

- параметри способів підготовки і систем розробки шахтних полів (включаючи необхідні об'єми і структуру гірничопідготовчих робіт, темпи відтворення очисного фронту);

- характеристики технічного рівня, вартості і тривалості НІОКР зі створення перспективної технології, а також умов її застосування.

Виходячи з принципу компактності, при розробці системи моделей слід орієнтуватися на нормальний рівень показників, що являються основою для наступного аналізу результатів, що досягаються в реальних умовах шахт.

Ієрархічна структура системи моделей задається структурою відповідності їх входів і виходів.

При русі за ієрархічними рівнями системи збільшується ступінь агрегированості вихідної інформації, що дозволяє додатково розширяти на кожному рівні перелік факторів, які враховуються.

Система є «відкритою» в смислі нарощування додаткових блоків. Доцільно передбачається розробка моделей кількісної оцінки параметрів перспективних техніко-технологічних рішень, а також автоматизованого проектування технологічних схем проведення виробок.

Принцип обмеження помилок. Обмеження помилок запропонованої системи моделей забезпечується в першу чергу її структурою. Кожна модель системи може експлуатуватися за сутністю незалежно від інших. З рівня на рівень передаються тільки

вельми укрупнені і обмежені за кількістю результати моделювання і тим самим на кожному «стику» моделей неважко виконати аналіз і коректування результатів. Структура системи полегшує також ітеративне уточнення моделей шляхом аналізу і взаємного погодження результатів їх застосування.

Імітаційне моделювання – відносно новий метод дослідження технологічних процесів, що отримує все більше розповсюдження з зростанням використання ЕОМ.

Задачами моделювання операцій прохідницького циклу є визначення закономірностей протікання операції, оцінка впливу різноманітних факторів на її кінцеві показники і можливостей її подальшого вдосконалення. Крім того, імітаційне моделювання може служити надійною базою для розробки економіко-математичних моделей, що забезпечують виконання необхідних розрахунків без використання ЕОМ. Особливо важливо використання імітаційних методів при моделюванні технології з застосуванням нового обладнання, коли досвідно-статистичний матеріал обмежений, але в той самий час мають дані по окремим складовим процесу для аналогічних зразків техніки, які можуть бути використані при складанні імітаційної моделі.

Необхідно відмітити, що паралельно з роботою програми створюється набір даних, що є вихідним для подальшого побудування економіко-математичних залежностей.

Моделювання процесу проведення виробки. Для дослідження і визначення раціональних параметрів прохідницького циклу застосовуються поопераційні моделі трудомісткості проведення виробок.

Для виконання необхідних розрахунків по цим моделям на ЕОМ розроблені алгоритм і програма «Турист», що засновані на використанні поопераційних моделей прохідницького циклу. Входом програми «Турист» служать індекси обладнання, що застосовується, параметри прохідницького циклу і гірничо-геологічні умови, виходом – структура витрат праці і часу на проведення, кінцеві техніко-економічні показники, значення коефіцієнту технічного рівня, вартість проведення виробки.

Оскільки точні залежності трудомісткості окремих операцій від гірничотехнічних умов, відповідаючи перспективним технологічним схемам, як правило, невідомі на попередніх стадіях з розробки і впровадження, в програмі передбачений спеціальний блок коректування. Використання цього блоку дозволяє орієнтовно оцінити показники перспективних технологій, виходячи з відомих прогресивних технологічних рішень і поопераційного аналізу можливих нововведень.

Таким чином, дане математичне забезпечення дозволяє програвати на ЕОМ різноманітні варіанти вдосконалення існуючих технологій, комплексно оцінюючи ефективність їх застосування в різних гірничо-геологічних умовах.

Однак за допомогою програми «турист» можливо тільки укрупнено оцінити вплив таких груп факторів, як безвідмовність роботи і ремонтпридатність окремих видів прохідницького обладнання, наявність обмежень на послідовність і ступінь сумісності окремих робіт, наявність або відсутність резервування надійності. В той самий час дослідження цих факторів особливо важливо на початкових стадіях розробки технологічних схем, коли визначається «контур» технології і задаються вимоги до її складових, але не втрачає свого значення і в задачах детальної оцінки діючих технологій.

В зв'язку з викладеним розроблені алгоритм і програма для аналізу технології проведення виробок методом імітаційного моделювання.

Необхідним для побудування імітаційної моделі являються два загальних складових: формальний опис можливих станів процесу і правила змінювання цих станів в ході його виконання. Розглянемо з вказаних позицій технологічний процес проведення виробок, обмежив для простоти основне викладання рамками одного

прохідницького циклу.

Стан процесу в визначений момент часу характеризується станом кожної з операцій-видів робіт (відсутня в даному циклі, не почата, знаходиться в резерві, виконується, знаходиться в простої, тимчасово призупинена в зв'язку з змінюванням порядку операцій в результаті виникаючих простоїв, закінчена), що належать виконанню, а також переліком «включених» простоїв (із числа загального списку всіх простоїв, що заданий раніше, які можуть виникати в ході прохідницького циклу). В загальному випадку для характеристики стану процесу необхідно задавати і інтервали часу, пройденого з моменту початку кожного «включеного» простою. Однак в цьому випадку ці параметри стану становляться зайвими, оскільки розподіл часу відновлення розглядуваного процесу задовільно описуються експоненціальним законом, для якого характерно відсутність «післядії».

Відносно більш складною є формалізація правил змінювання станів. Для визначення стану процесу в наступний за даним момент часу необхідно відповісти на питання:

- закінчилися або ні простої, що виникли;
- не з'явилися нові простої (з числа тих, які можуть виникати при операціях, що виконуються в даний момент);
- який фронт робіт, що залишився і чим саме можуть зайнятися прохідники (з урахуванням обмежень по їх чисельності і участі в ліквідації простоїв);
- який раціональний розподіл прохідників по операціям з урахуванням на послідовність робіт, які передбачаються;
- якщо фронту робіт на даний момент не достатньо для звена, то мається або ні можливість використання резервних операцій;
- є або ні необхідність коректування складу робіт наступного прохідницького циклу в результаті перебору робіт в даному циклі за рахунок резервних, не передбачених в звичайному циклі і що виконуються під час простоїв.

Представлення отриманих результатів у вигляді графіку організації робіт у вибої полегшує конкретне проектування технології.

У відповідності з викладеним вхідними параметрами алгоритму являються:

- управляючи параметри – число схем, що аналізуються, кількість операцій в прохідницькому циклі, число видів відмов, тривалість періоду імітації, періодичність друкування графіку організації робіт і поточного стану робіт у вибої;
- індекси початкового (на цей момент імітації) стану робіт у вибої;
- діапазони можливої чисельності прохідників на кожній операції;
- матриця NE індексів «операція-відмова» (можливі відмови). Якщо $NE(i, j)=0$ – при i -й операції не може відбутися відмова j -го виду, якщо $NE(i, j) \neq 0$ – відмова даного виду може відбутися і на його усунення зайнято в середньому $(L-1)$ прохідників;
- матриця ND індексів «операція-простій» (дозволені операції): i -а операція є дозволеною, якщо відбулася відмова j -го виду, якщо $ND(i, j)=0$, і не дозволеною – у протилежному випадку;
- індекси послідовності операцій NEN. Якщо $NEN(i_1)=i_2$, то операція i_1 може бути почата тільки по завершенні операції i_2 ;
- таблиця відповідності операцій і рядків графіку організації робіт, чисельність змінного звена прохідників;
- інтенсивності потоків відмов і встановлення обладнання;
- вихідні трудомісткості виконання операцій, чол.хв/цикл.

Розділення на операції і види відмов в даному алгоритмі умовне. Критерієм такого розділення в кожному випадку є конкретні цілі дослідження, необхідною умовою – однозначність визначення значень приведених вище параметрів для

відведених операцій. Наприклад, при можливості суміщення з роботою комбайна робіт по затягуванню боків виробки вони можуть бути винесені в окрему операцію, а індекси послідовності операцій відповідно змінені, в якості джерел відмов можуть бути виділені поломки окремих цікавлячих вузлів, додатково включені відмови з організаційних причин.

Трудомісткість операцій, що відносять до резервних, тобто тих операцій, які можуть в принципі виноситися за межі циклу і виконуватися в ремонтну зміну, задається в розрахунку на максимально можливий об'єм резервування:

$$T = T_i * n_i$$

де T_i – трудомісткість робіт, що відповідає резервній операції, чол.хв/цикл;

n_i – число циклів, допустиме за умовами відставання операції від вибою, що переміщується.

Вихідними параметрами алгоритму являються:

- поточні індекси стану робіт у вибої (з заданим кроком);
- тривалості (мінімальна, поточна і середня) прохідницьких циклів, що закінчуються в періоді імітації;
- графік організації робіт (з заданим кроком);
- додаткова чисельність звена в ремонтні зміни, необхідна для виконання резервних робіт, винесених із циклу;
- імовірність відмови технологічної схеми (імовірність перевищення мінімальної розрахункової тривалості циклу, що відповідає відсутності відмов);
- коефіцієнт готовності технологічної схеми (відношення мінімальної розрахункової і середньої за період імітації «фактичної» тривалості циклу);
- емпіричні і розрахункові значення функції розподілу ймовірностей перевищення мінімальної розрахункової тривалості циклу на різну величину.

Незважаючи на те, що резервування операцій з метою компенсації виникаючих простоїв зустрічається в практиці проведення виробок на шахтах, його обґрунтування і кількісної оцінки поки ще не було. Важливість такої оцінки пояснюється не тільки тим, що спроба компенсації простоїв шляхом максимального резервування робіт може на практиці супроводжуватися порушенням Правил безпеки і Правил технічної експлуатації, але й тим, що вказане максимальне резервування тільки на перший погляд є найбільш переважним.

Дослідження виконувалося стосовно до прогресивних технологічних схем комбайнового (комбайн 4ПП-2М, стрічковий телескопічний прохідницький конвеєр 1ЛТП-80, установник кріплення КПП-8) і буро підривного (буро навантажувальна машина 2ПНБ-2Б, стрічковий телескопічний прохідницький конвеєр 1ЛТП-80, установник кріплення КПП-8) проведення виробок. Кожну технологічну схему аналізували в діапазоні від найбільш до найменш сприятливих гірничо-геологічних умов з варіюванням чисельності змінного прохідницького звена від мінімуму до максимуму. При цьому розглядали такі комбінації резервування окремих видів робіт з немеханізованої працею, виконання яких в принципі (з відставанням) може бути винесено за межі тривалості прохідницького циклу.

1. Затяжку боків виробки виконують в межах циклу, а за його межі виносять розробку і кріплення водовідвідної канавки, нарощування конвеєру, рейкових шляхів(монорейкового шляху) і комунікацій.

2. Затяжку боків виробки і інші роботи, перелічені вище, виконують з максимальним відставанням.

В кожному випадку враховували характеристики потоків відмов і відновлень, що пов'язані з внутрішніми причинами (прохідницькою технікою), а також сумарні- з урахуванням зовнішніх причин.

Градації максимальних об'ємів резервування робіт умовно прийняті кратними довжинам комунікацій.

При імітації даного процесу передбачено, що у випадку простою (в період ліквідації відмов) прохідники виконують частину робіт, що резервуються, не перевищуючи на даний момент об'єму резерву. Іншу частину робіт, що резервуються, виконують або при досягненні гранично допустимого їх відставання від вибою, який переміщується, або в ремонтну зміну.

В ході експерименту для кожного з варіантів, що розглядалися, які розрізняються технологічною схемою, гірничотехнічними умовами, об'ємом резервування робіт, чисельністю змінного звена, врахуванням простоїв по внутрішнім і зовнішнім причинам, була проведена імітація декількох прохідницьких змін.

Результати експерименту показали наступне.

Незважаючи на природне зменшення коефіцієнту готовності схеми $K_{г}^{cx}$, із зростанням розрахункової швидкості проведення виробки, раціональний порядок резервування операцій (видів робіт) у всіх випадках забезпечує суттєве (на 0,02-0,1) підвищення показника $K_{г}^{cx}$ (і відповідно, швидкості проведення, що очікується) в порівнянні із звичайним варіантом.

Покращення вказаних показників у більшості випадків супроводжується зменшенням загальної трудомісткості робіт, в тому числі з урахуванням трудових витрат прохідників на виконання резервних робіт в ремонтну зміну.

Раціональний об'єм резервування операцій прохідницького циклу зростає із зростанням розрахункової швидкості проведення, тобто із зростанням чисельності змінного звена прохідників.

Перевагою варіанта з резервуванням операцій перед звичайним варіантом є можливість часткової компенсації виникаючих простоїв. Однак за виконанням резервних операцій поза циклом витрачається не менш, а, як правило, більше часу, чим на їх виконання в звичайному варіанті (при скритих простоях усередині циклу, які викликані неможливістю суміщення робіт, введення або винесення додаткових сумісних операцій може зовсім не позначатися на тривалості циклу). Тому, починаючи з моменту, коли вже досягнутий об'єм резервування, що забезпечує компенсацію значній долі виникаючих простоїв, подальше зростання об'єму резервних робіт наводить тільки до додаткових витрат часу.

Виконаний аналіз дозволяє зробити такі висновки:

- ефективність резервування операцій (видів робіт) прохідницького циклу зростає, при інших рівних умовах, із зменшенням коефіцієнту готовності технології, зменшенням скритих простоїв прохідників (тобто із зростанням інтенсивності їх роботи), зростанням тривалості прохідницького циклу (оскільки в останньому випадку більший ефект дає винесення операцій в ремонтну зміну);

- резервування операцій (видів робіт) здатне забезпечити економію до 12% витрат часу на виконання прохідницького циклу і відповідне підвищення швидкості проведення;

- найбільш універсальним є варіант з частковим резервуванням робіт, по значним відставанням (до 12 м) від вибою, що переміщується;

- при комбайновому способі проведення виробок, який відрізняється більшою інтенсивністю робіт (особливо із зростанням коефіцієнтів тривкості і присічки порід), раціонально використання резервування операцій в повному обсязі (із зростанням відставання робіт від вибою, що переміщується при зростанні швидкості проведення), що забезпечує додаткове скорочення часу циклу;

- при буро підривному способі проведення резервування операцій в повному обсязі становиться раціональним тільки при проведенні виробок із значними (більш 2,5

м/зміну) розрахунковими швидкостями;

- середня ефективність виявленого найбільш раціонального в широкому діапазоні умов варіанта резервування операцій (видів робіт) прохідницького циклу складає 5-7% при комбайновому і 8-10% при бурі підривному способі проведення.

УДК 515

КАТЬКАЛОВА Е. А., к. т. н.; ЧЕРВОНЕНКО А. П., ст. преп.; БОРОНЕНКО К.С.,
(ДонНТУ)

ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИИ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ЦИЛИНДРОВ

Аннотация – исследованы геометрические характеристики проекций линий пересечения поверхностей вращения второго порядка, которые имеют общую плоскость симметрии, показана методика построения их геометрических элементов.

Ключевые слова – линия пересечения, плоскость симметрии, гипербола, прямая, асимптота, оси, средняя линия, центр, вершина.

Кривые поверхности широко используются в технике, строительстве, архитектуре и других сферах деятельности человека. В практике проектирования и производства наиболее широко используются поверхности вращения. В решении различных задач на взаимное пересечение поверхностей проектировщик, как правило, изображает поверхность в наиболее удобном для работы положении. Однако, если конструктор не владеет достаточно глубокими знаниями в области начертательной геометрии, ошибки в его решениях вышеназванных задач неизбежны.

Успех в решении таких задач может быть достигнут, если проектировщик хотя бы в общих чертах знает каков должен быть результат решения.

Мы хотим обратить внимание еще раз на геометрический анализ проекций линий взаимного пересечения простых поверхностей вращения с общей плоскостью симметрии в различных сочетаниях. Такой анализ был проведен Глазуновым Е.А. в 50-е годы прошлого столетия [1]. В нашей работе анализ расширен некоторыми новыми примерами.

На рисунке 1 показано построение линии пересечения двух цилиндров вращения, имеющих общую плоскость симметрии, параллельную фронтальной плоскости проекций. Оси цилиндров перпендикулярные.

Исходные точки 1, 2, 3, 4 как точки пересечения контурных образующих.. Оси цилиндров пересекаются в точке Ц. Она же – точка пересечения средних линий. Вписываем в большой цилиндр Φ_1 сферу радиуса R_1 и центром в т. Ц. Она пересекается с меньшим цилиндром по окружностям, которые проецируются в виде прямых, а с большим цилиндром – по окружности касания, совпадающей на проекции с осью меньшего цилиндра. Пересечение этих прямых на проекции дает вершины гиперболы A_1 и A_2 .

Увеличиваем диаметр меньшего цилиндра до размера касания его со сферой R_1 . Два цилиндра одинакового диаметра с пересекающимися осями пересекаются по двум эллипсам, которые проецируются в виде прямых – КМ и LN. Это и есть асимптоты гиперболы, в которую проецируется линия пересечения двух цилиндров на плоскость симметрии. Центр гиперболы т. О совпадает с точкой пересечения осей т. Ц. Фокусы гиперболы F_1 и F_2 находятся известным методом с помощью окружности R_2 .