

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИХРЕВОГО ЭЖЕКТОРА

Чальцев М.Н., Войцеховский С.В.

Автомобильно – дорожный институт Донецкого
государственного технического университета

Составлена и исследована математическая модель аэродинамики вихревого эжектора с узкой вихревой камерой, которая может быть использована для расчета основных его параметров.

Is compounded and the mathematical model of aerodynamics of a vortical ejector with the narrow vortical chamber is investigated, which one can be utilised for calculation of his main parameters

В настоящее время в системах пневматического транспорта сыпучих материалов широко используются различные типы эжекторов. Наряду с простотой они обладают высокой надежностью, компактностью, невысокой стоимостью и при этом имеют высокую производительность. В последние годы интерес у исследователей вызывает использование в качестве питателя вихревого эжектора вместо традиционного прямоструйного. Он отличается тем, что для образования пониженного давления в зоне загрузки сыпучего материала отпадает необходимость в высокоскоростной струе воздуха, которая создается в основном за счет уменьшения диаметра напорного сопла. Это приводит к уменьшению диаметра струи и снижению производительности эжектора. Вихревой эжектор лишен этого недостатка, так как зона пониженного давления образуется в нем благодаря закрученному потоку.

На рисунке 1а изображена схема вихревого эжектора, в котором подвод сыпучего материала из бункера осуществляется по подводу 1, а сжатый воздух подается к завихрителю 2. Закрученный поток воздуха на выходе из вихревой камеры 3 подхватывает сыпучий материал, и далее смесь транспортируется по трубопроводу 4.

Для улучшения условий выгрузки материала из бункера в зону смешения с воздушным потоком необходимо стремиться к сокращению горизонтального участка подвода 5, что ведет к уменьшению ширины камеры h . Течение закрученного потока в таких узких камерах обладает той особенностью, что, начиная с некоторого расстоя-

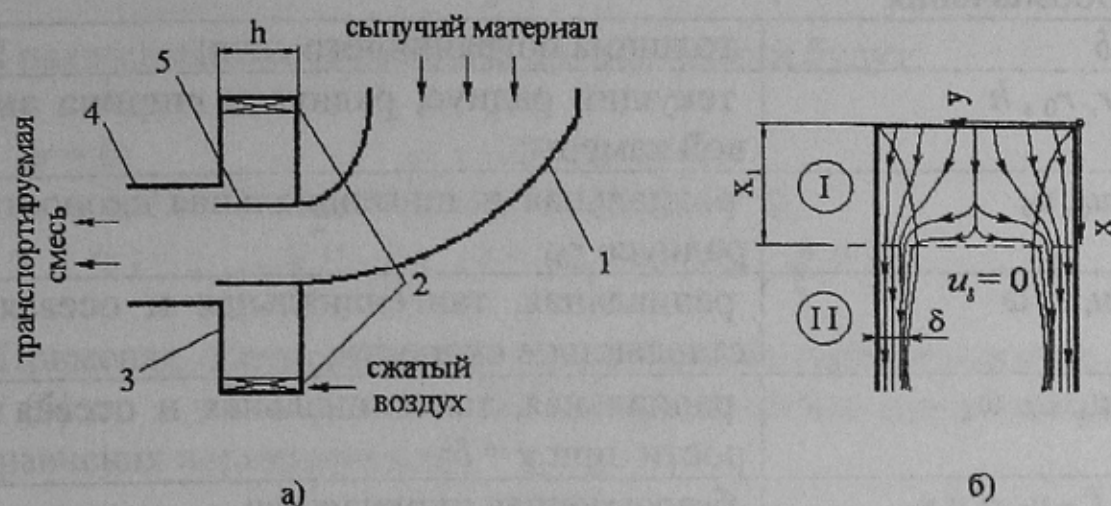


Рисунок 1 – Схема вихревого эжектора (а). Течение в вихревой камере (б)

ния x_1 от периферийной стенки, весь расход воздуха в радиальном направлении переходит в пограничные слои, а в ядре потока образуется квазипотенциальный вихрь (рисунок 1б). Таким образом все течение внутри вихревой камеры можно разбить на две зоны – зону «развивающегося» течения (I), в которой радиальная составляющая скорости в ядре потока уменьшается от максимума на периферийной стенке до нуля на границе с зоной «сформированного» течения (II), в которой радиальная скорость в ядре равна нулю, а циркуляция падает с уменьшением радиуса.

При теоретическом исследовании аэродинамики вихревой камеры с целью упрощения приняты следующие допущения:

1. течение в ядре потока считается невязким;
2. осевая составляющая скорости ω имеет меньший порядок, чем радиальная u и тангенциальная v составляющие, однако она не может быть приравнена к нулю и является функцией радиуса и осевой координаты;
3. пограничные слои в радиальном и тангенциальном направлениях имеют одинаковую толщину и начинаются от цилиндрической стенки, где их толщина равна нулю;
4. давление в осевом направлении является постоянным ($\partial p / \partial y = 0$);
5. течение внутри камеры осесимметрично, рабочая среда несжимаема.

Обозначения

δ	толщина пограничного слоя;
r, r_0, h	текущий радиус, радиус и ширина вихревой камеры;
u_0, v_0	радиальная и тангенциальная скорости на радиусе r_0 ;
u, v, ω	радиальная, тангенциальная и осевая составляющие скорости;
$u_\delta, v_\delta, \omega_\delta$	радиальная, тангенциальная и осевая скорости при $y = \delta$;
$\bar{\Gamma} = v_\delta r / v r_0$	безразмерная циркуляция;
$\Lambda = v_0 / u_0$	степень закрутки на периферии вихревой камеры;
τ_{rw}, τ_{tw}	напряжение трения на торцевой стенке в радиальном и тангенциальном направлениях;
$U = u_\delta / u_0$	безразмерная радиальная скорость основного течения;
$U = u_m / u_0$	безразмерная радиальная скорость вторичного течения;
$\bar{x} = 1 - r/r_0$	безразмерное смещение в направлении к оси камеры

Определяющими уравнениями для решения этой задачи являются уравнения Навье – Стокса и уравнение неразрывности, которые с учетом принятых допущений и оценки их членов примут вид:

уравнения пограничного слоя на торцевой стенке камеры

$$u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + \omega \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_r}{\partial y}; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + \omega \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_t}{\partial y}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0; \quad (3)$$

уравнения невязкого ядра потока

$$u_\delta \frac{\partial u_\delta}{\partial r} - \frac{v_\delta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad (4)$$

$$u_\delta \frac{\partial v_\delta}{\partial r} + \frac{u_\delta v_\delta}{r} = 0; \quad (5)$$

Граничными условиями для данной задачи будут:

$$\begin{aligned} \text{при } y = 0: & \quad u = v = \omega = 0, \\ \text{при } y = h/2: & \quad \omega = \partial u / \partial y = \partial \omega / \partial y = 0, \\ \text{при } r = r_0: & \quad u = -u_0, \quad v = v_0, \quad \omega = 0, \quad p = p_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Применяя соотношения (6) посредством интегрирования уравнения (3) от $y = 0$ до $y = h/2$ можно получить соответствующий вид уравнения неразрывности:

$$\int_0^{h/2} \frac{\partial u}{\partial r} dy + \int_0^{h/2} \frac{u}{r} dy = 0; \quad (7)$$

Для пограничного слоя интегральные уравнения количества движения получаются с помощью интегрирования уравнений (1) и (2) поперек пограничного слоя с использованием граничных условий (6). Уравнения будут иметь вид:

$$\int_0^\delta \frac{\partial u^2}{\partial r} dy - \frac{1}{r} \int_0^\delta (v^2 - u^2) dy - u_\delta \int_0^\delta \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) dy = -\frac{\delta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\tau_{ry=0}}{\rho}; \quad (8)$$

$$\int_0^\delta \frac{\partial (uv)}{\partial r} dy + 2 \int_0^\delta \frac{uv}{r} dy - v_\delta \int_0^\delta \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) dy = -\frac{\tau_{ty=0}}{\rho}; \quad (9)$$

Для того чтобы получить решение системы уравнений, необходимо задаться профилями скоростей в пограничном слое. Предполагалось, что формы профилей тангенциальной и радиальной составляющих скорости определяются выражениями

$$v = g(\eta)v_\delta; \quad u = f(\eta)u_\delta + g(\eta)u_m; \quad \text{при } 0 < y \leq \delta; \quad (10)$$

$$v = v_\delta, \quad u = u_\delta; \quad \delta < y \leq h/2. \quad (11)$$

Здесь $f(\eta)u_\delta$ – составляющая профиля радиальной скорости в пограничном слое, $g(\eta)u_m$ – составляющая профиля радиальной скорости вторичного течения в пограничном слое; $g(\eta)v_\delta$ – профиль тангенциальной составляющей скорости; $g(\eta)$ и $f(\eta)$ – функции только безразмерной координаты пограничного слоя $\eta = y/\delta$, удовлетворяющая следующим условиям: $f(0) = g(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad g(1) = 0$.

После подстановки u и v , определенных в уравнениях (10) и (11), в интегральные уравнения (7) – (9) получим пять уравнений:

уравнение неразрывности

$$\begin{aligned} & [(\alpha_5 - 1)U + \alpha_4 U_m] \frac{d\bar{\delta}}{dx} + [\alpha_5 \bar{\delta} + (1 - \bar{\delta})] \frac{dU}{dx} + \alpha_4 \bar{\delta} \frac{dU_m}{dx} = \\ & = \frac{1}{(1-x)} [\alpha_5 \bar{\delta} U + \alpha_4 \bar{\delta} U_m + (1 - \bar{\delta})U]; \end{aligned} \quad (12)$$

уравнение сохранения количества движения в пограничном слое в тангенциальном направлении

$$\begin{aligned} & [\alpha_1 U + \alpha_2 U_m - \alpha_4 U_s - \alpha_5 U] \frac{d\bar{\delta}}{dx} + [\alpha_1 \bar{\delta} - \alpha_5 \bar{\delta}] \frac{dU}{dx} + [\alpha_2 \bar{\delta} - \alpha_4 \bar{\delta}] \frac{dU_m}{dx} = \\ & = - \frac{[\alpha_1 \bar{\delta} U + \alpha_2 \bar{\delta} U_m] d\bar{\Gamma}}{\bar{\Gamma} dx} - \frac{[(\alpha_1 + \alpha_5) \bar{\delta} U - (\alpha_2 - \alpha_4) \bar{\delta} U_m]}{(1-x)} - \\ & - \frac{(1-x)2r_0}{\bar{\Gamma}\Lambda h} \bar{\tau}_{tw} \end{aligned} \quad (13)$$

уравнение сохранения количества движения в пограничном слое в радиальном направлении

$$\begin{aligned} & - [(\alpha_1 - \alpha_5)U^2 + (2\alpha_2 - \alpha_4)UU_m + \alpha_3 U_m^2] \frac{d\bar{\delta}}{dx} - \\ & - [(2\alpha_1 - \alpha_5)\bar{\delta}U + 2\alpha_2 \bar{\delta}U_m] \frac{dU}{dx} - [(2\alpha_2 - \alpha_4)\bar{\delta}U - 2\alpha_3 \bar{\delta}U_m] \frac{dU_m}{dx} = \\ & \bar{\delta} \frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\bar{\delta}}{(1-x)} \left[\frac{(\alpha_1 - 1)\Lambda^2}{(1-x)^2} - (\alpha_1 - \alpha_5)U^2 - (2\alpha_2 - \alpha_4)UU_m - \alpha_3 U_m^2 \right] + \frac{2r_0}{h} \bar{\tau}_{rw} \end{aligned} \quad (14)$$

уравнение сохранения количества движения в невязком ядре в тангенциальном направлении

$$U \frac{d\bar{\Gamma}}{dx} = 0. \quad (15)$$

уравнение сохранения количества движения в невязком ядре в радиальном направлении

$$-U \frac{dU}{dx} - \frac{\bar{\Gamma}^2 \Lambda^2}{(1-x)^3} = \frac{d\bar{p}}{dx}; \quad (16)$$

Приведенная система уравнений является замкнутой и может быть решена численными методами с применением ЭВМ.

На рисунке 2 представлены примеры расчета профилей радиальной скорости в зависимости от радиуса (а) и распределение давления по радиусу вихревой камеры (б).

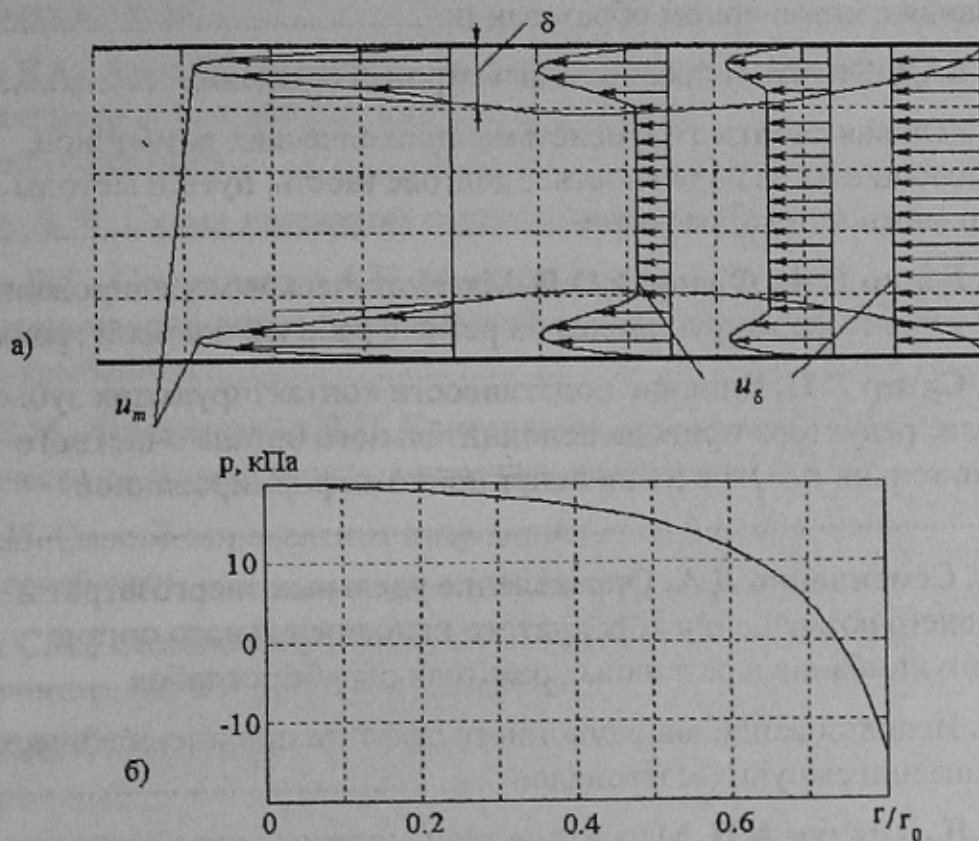


Рисунок 2 – Распределение скоростей (а) и давления (б) по радиусу

Данная математическая модель аэродинамики вихревого эжектора с узкой вихревой камерой может быть использована для расчета основных его параметров: давления в зоне смешения, расходной и напорной характеристики и т.д.

Список источников.

1. Струйная автоматика в системах управления. – М.: Машиностроение, 1975. – 368с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712с.