УДК 621.867.13

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ФЕРРОМАГНИТНОГО ГРУЗА ДВИЖУЩИМСЯ ПОСТОЯННЫМ МАГНИТОМ

Ткачук А.Н., инж.
ООО «Донецкий электромеханический завод»

Получено дифференциальное уравнение движения ферромагнитной частицы, перемещающейся по неподвижному неферромагнитному желобу за счет взаимодействия с движущимся магнитным блоком.

The differential equation of motion of a ferromagnetic fragment migrating on a fixed nonferromagnetic trough at the expense of interplay with the driving magnetic unit is obtained.

Отечественным и зарубежным опытом доказана целесообразность создания и широкого использования для транспортирования разнообразных ферромагнитных грузов установок с движущимся магнитным полем [1, 2].

Конструктивно наиболее просто данное поле создается блоками постоянных магнитов, закрепленных на движущемся гибком тяговом органе, например, цепи [3].

На ферромагнитный груз 1 (рис. 1) находящийся на неферромагнитном желобе 2, действует магнитная сила, создаваемая движущимся магнитным блоком 3, который укреплен на цепи 4, огибающей приводную 5 и натяжную звездочки 6.

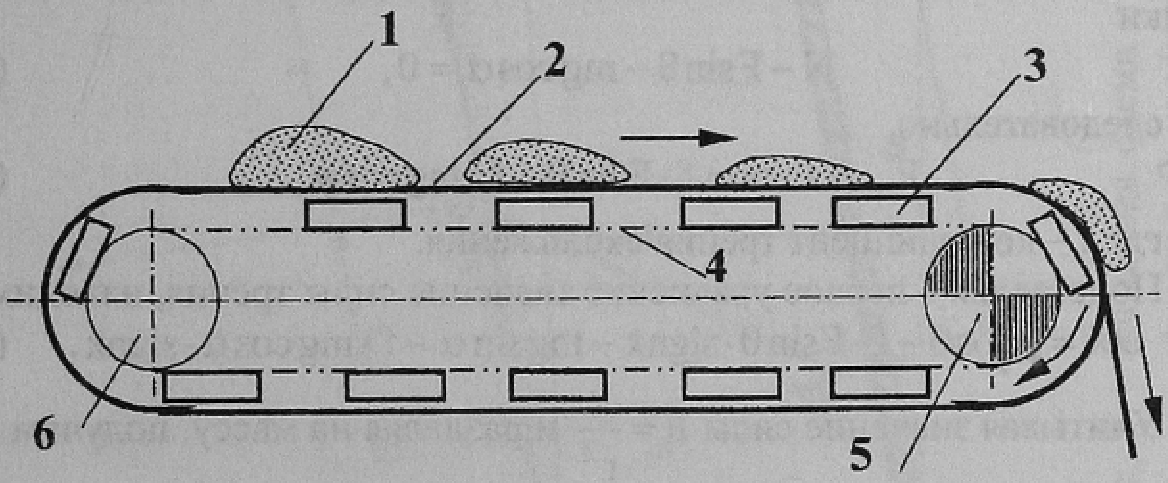

Рис.1 – Схема конвейера с перемещением ферромагнитного груза движущимся постоянным магнитом

Расчетная схема взаимодействия магнитного блока с единичным ферромагнитным грузом приведена на рис. 2.

Систему координат выбираем так, что ось OX направлена по движению точки, а начало выбрано там, где точка находилась в начальный момент.

Составим дифференциальное уравнение движения ферромагнитной частицы массы m по неферромагнитному желобу, составляющему угол α с горизонтом, под действием магнитного блока, перемещающегося параллельно желобу с постоянной скоростью v и отстоящего от него на расстоянии h [4, 5, 6]. В начальный момент времени скорость частицы равна нулю, и частица отстоит от магнита на расстоянии r_0 . Силу взаимодействия между частицей и магнитом, размерами которого можно пренебречь, считаем обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними

$$F = k \cdot r^{-2}.$$

Прикладываем к точке все активно действующие на нее силы (силу тяжести – mg и силу магнитного воздействия – F). Связь (неферромагнитный желоб) заменяем реакциями (нормальной – N и силой трения $F_{тр}$). Направление всех сил показано на рис. 2.

Дифференциальные уравнения движения точки в системе координат XOY

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \sum F_{kx} = F\cos\theta - mg\sin\alpha - F_{тр}\operatorname{sign}\dot{x}, \\ m\ddot{y} &= \sum F_{ky} = N - F\sin\theta - mg\cos\alpha. \end{aligned} \tag{1}$$

Но так как движение точки происходит вдоль оси OX, то $\dot{y} = \ddot{y} = 0$, следовательно, второе из уравнений становится уравнением статики

$$N - F\sin\theta - mg\cos\alpha = 0, \tag{2}$$

следовательно,

$$F_{тр} = f \cdot N = f \cdot F\sin\theta + f \cdot mg\cos\alpha, \tag{3}$$

где f – коэффициент трения скольжения.

Подставляя в первое уравнение значение силы трения, находим

$$m\ddot{x} = F\cos\theta - f \cdot F\sin\theta \cdot \operatorname{sign}\dot{x} - mg\sin\alpha - f \cdot mg\cos\alpha \cdot \operatorname{sign}\dot{x}. \tag{4}$$

Учитывая значение силы $F = \dfrac{k}{r^2}$ и разделяя на массу, получим

$$\ddot{x} = \frac{k}{m \cdot r^2}(\cos\theta - f \cdot \sin\theta \cdot \operatorname{sign}\dot{x}) - g(\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{sign}\dot{x}). \tag{5}$$

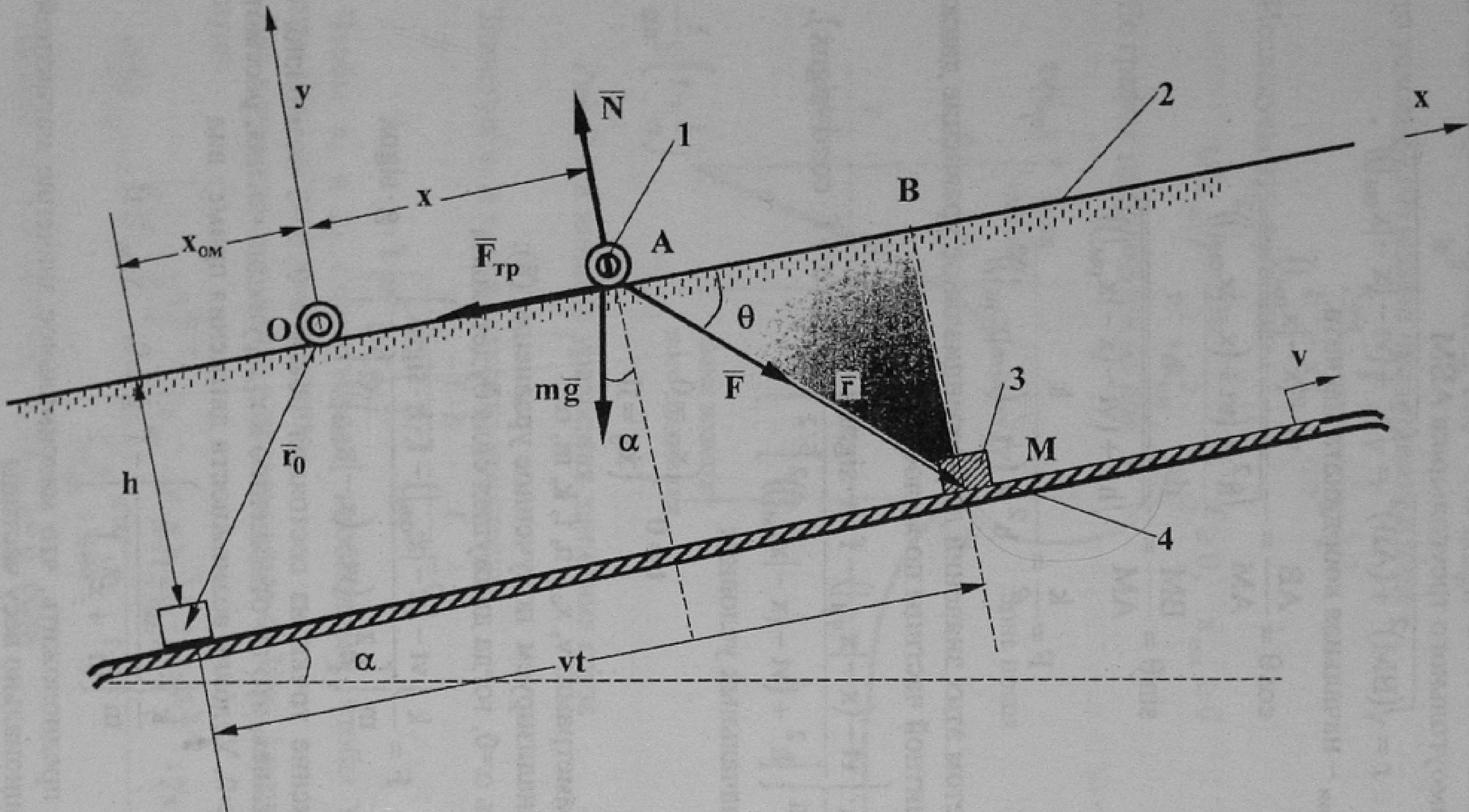

Рис. 2 – Расчетная схема к составлению дифференциального уравнения движения груза: 1 – груз, 2 – неферромагнитный желоб, 3 – магнитный блок, 4 – тяговый орган

Значения $\cos\theta$, $\sin\theta$, а также r через исходные параметры находим из прямоугольного треугольника ABM

$$r = \sqrt{(BM)^2 + (AB)^2} = \sqrt{h^2 + \left(vt - \left(x - |x_{ом}|\right)\right)^2}\,, \tag{6}$$

где $x_{ом}$ – начальная координата магнита.

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{AB}{AM} = \frac{vt - \left(x - |x_{ом}|\right)}{\sqrt{h^2 + \left(vt - \left(x - |x_{ом}|\right)\right)^2}}, \\ \sin\theta &= \frac{BM}{AM} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(vt - \left(x - |x_{ом}|\right)\right)^2}}. \end{aligned} \tag{7}$$

$$F = \frac{k}{r^2} = \frac{k}{h^2 + \left(vt - \left(x - |x_{ом}|\right)\right)^2}.$$

С учетом этих значений дифференциальное уравнение движения ферромагнитной частицы по желобу имеет вид

$$\ddot{x} = \frac{k}{m}\left\{\frac{vt - \left(x - |x_{ом}|\right) - f \cdot h \cdot \mathrm{sign}\dot{x}}{\left[h^2 + \left(vt - \left(x - |x_{ом}|\right)\right)^2\right]^{3/2}}\right\} - g\left(\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha \cdot \mathrm{sign}\dot{x}\right), \tag{8}$$

при начальных условиях

$$t = 0 \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ \dot{x}_0 = 0 \end{cases}$$

с параметрами: v, $x_{ом}$, h, f, k, m, α.

Проанализируем полученное уравнение (8):

Пусть α=0, тогда движущая сила будет равна

$$F = \frac{k}{m}\left\{\frac{vt - \left(x - |x_{ом}|\right) - f \cdot h \cdot \mathrm{sign}\dot{x}}{\left[h^2 + \left(vt - \left(x - |x_{ом}|\right)\right)^2\right]^{3/2}}\right\} - f \cdot g \cdot \mathrm{sign}\dot{x} \tag{9}$$

Движение точки из состояния покоя t=0, x=0 возможно, если F>0 и учитывая, что по отношению к $x_{ом}$ функция четная, рассмотрим случай $x_{ом}$>0. Условие возможности движения примет вид

$$\frac{k}{m}\left\{\frac{x_{ом} - f \cdot h}{\left(h^2 + x_{ом}^2\right)^{3/2}}\right\} - f \cdot g \ge 0, \quad x_{ом} \ge 0\,. \tag{10}$$

Если предположить, что максимальное значение магнитной силы пропорционально весу частицы

$$\frac{k}{h^2}=\alpha mg \quad \Rightarrow \quad k=\alpha mgh^2, \tag{11}$$

то условие (10) можно представить в виде

$$\frac{x_{ом}-f\cdot h}{h^2+x_{ом}^2}-\frac{f}{\alpha h^2}\ge 0\ . \tag{12}$$

Исследуем эту функцию

$$U(x_{ом})=\frac{x_{ом}-f\cdot h}{h^2+x_{ом}^2}-\frac{f}{\alpha h^2}\ge 0,\quad x_{ом}\ge 0 \tag{13}$$

Ее график представлен на рис. 3.

Рис. 3 – К анализу уравнения движения груза

Значения x_1 и x_2 находятся из уравнения

$$\frac{x_{ом}-f\cdot h}{\left[h^2+x_{ом}^2\right]^{3/2}}-\frac{f}{\alpha h^2}=0\ . \tag{14}$$

Чтобы x_1 и x_2 существовали, необходимо, чтобы максимум функции $U(x_{ом})$ был положительным.

Для нахождения $x_э$ найдем производную от $U(x_{ом})$ и приравняем ее к нулю

$$U'(x_{ом})=\frac{\left[x_{ом}^2+h^2\right]^{3/2}-(x_{ом}-f\cdot h)\cdot\frac{3}{2}\left(x_o^2+h^2\right)^{1/2}\cdot 2x_{ом}}{\left(x_{ом}^2+h^2\right)^3} \tag{15}$$

Так как $x_o^2+h^2\ne 0$ то $U'(x_{ом})=0$ если

$$2x_{ом}^2 - 3f \cdot hx_{ом} - h^2 = 0, \tag{16}$$

откуда

$$x_{1э} = \frac{h}{4}\left(3f - \sqrt{9f^2 + 8}\right),$$
$$x_{2э} = \frac{h}{4}\left(3f + \sqrt{9f^2 + 8}\right). \tag{17}$$

$x_{1э}$ не может удовлетворять условиям, ибо $x_{ом} > 0$, находим

$$x_э = \frac{h}{4}\left(3f + \sqrt{9f^2 + 8}\right). \tag{18}$$

Следовательно, наличие зоны движения определяется условием

$$\frac{\frac{h}{4}\left(3f + \sqrt{9f^2 + 8}\right) - f \cdot h}{\left[\frac{h^2}{16}\left(3f + \sqrt{9f^2 + 8}\right)^2 + h^2\right]^{3/2}} - \frac{f}{\alpha h^2} > 0, \tag{19}$$

или

$$\frac{\sqrt{9f^2 + 8} - f}{\left[\left(3f + \sqrt{9f^2 + 8}\right)^2 + 16\right]^{3/2}} - \frac{f}{16\alpha} > 0. \tag{20}$$

Приведем дифференциальное уравнение движения

$$\ddot{x} = \frac{k}{m}\left\{\frac{vt - (x - |x_{ом}|) - f \cdot h \cdot \operatorname{sign}\dot{x}}{\left[h^2 + (vt - (x - |x_{ом}|))^2\right]^{3/2}}\right\} - g(\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{sign}\dot{x})$$

к безразмерной форме, для чего введем новые безразмерные переменные U и τ

$$u = \frac{x}{h}, \quad \tau = \frac{v}{h}t,$$

тогда $\dot{x} = v\dot{u}$, $\ddot{x} = \frac{v^2}{h}\ddot{u}$.

С учетом замены, дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{v^2}{h}\ddot{u}=\frac{k}{m}\left\{\frac{v\cdot\frac{h}{v}\tau-\left(hu-\left|x_{ом}\right|\right)-f\cdot h\cdot \mathrm{sign}\, v\dot{u}}{\left[h^2+\left(v\cdot\frac{h}{v}\tau-\left(hu-\left|x_{ом}\right|\right)\right)^2\right]^{3/2}}\right\}-g\left(\sin\alpha+f\cdot\cos\alpha\cdot \mathrm{sign}\, v\dot{u}\right)$$

Разделив на $\frac{v^2}{h}$, найдем

$$\ddot{u}=\frac{k}{mv^2h}\left\{\frac{\tau-\left(u-\left|\frac{x_{ом}}{h}\right|\right)-f\cdot \mathrm{sign}\, v\dot{u}}{\left[1+\left(\tau-\left(u-\left|\frac{x_{ом}}{h}\right|\right)\right)^2\right]^{3/2}}\right\}-\frac{gh}{v^2}\left(\sin\alpha+f\cdot\cos\alpha\cdot \mathrm{sign}\, v\dot{u}\right).$$

Пусть $\frac{k}{mv^2h}=A,\quad \frac{gh}{v^2}=B,\quad \frac{x_{ом}}{h}=d$.

Уравнение движения примет вид

$$\ddot{u}=A\left\{\frac{\tau-\left(u-|d|\right)-f\cdot \mathrm{sign}\, v\dot{u}}{\left[1+\left(\tau-\left(u-|d|\right)\right)^2\right]^{3/2}}\right\}-B\left(\sin\alpha+f\cdot\cos\alpha\cdot \mathrm{sign}\, v\dot{u}\right)$$

Список источников.

1. Начала магнитного транспорта. Под ред. В.Г.Гейера.- М.:Ндра, 1966.- 176 с.
2. Штокман И.Г. Основы создания магнитных транспортных установок.- М.:Недра, 1972.- 192.с.
3. Патент США № 3474892, кл. 198-41 (B65G), 1969.
4. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. ч.I и II, М., 1966.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. ч.I., М., 1968.
6. Бермант А.Ф., Абрамович И.Г. Краткий курс математического анализа, М., 1966.