

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МГНОВЕННЫХ УСИЛИЙ, ФОРМИРУЮЩИХСЯ НА РЕЗЦЕ С РАБОЧЕЙ БОКОВОЙ ГРАНЬЮ

Бойко Н.Г., докт. тех. наук., проф., Бойко Е.Н., канд. техн. наук,  
Федоров О.В., аспирант,  
Донецкий национальный технический университет

*Разработана математическая модель мгновенных усилий, формирующихся на резце с рабочей боковой гранью при разрушении им угольного пласта.*

*The mathematical model of instant forces forming at a cutter with a working lateral face destroying a coal seam is developed.*

Усилия, действующие на грани режущего инструмента с рабочей боковой гранью, в процессе его работы изменяются как по величине, так и по направлению. Составляющие этих усилий являются случайными величинами с многопараметрическими законами распределения вероятностей [ 1 ].

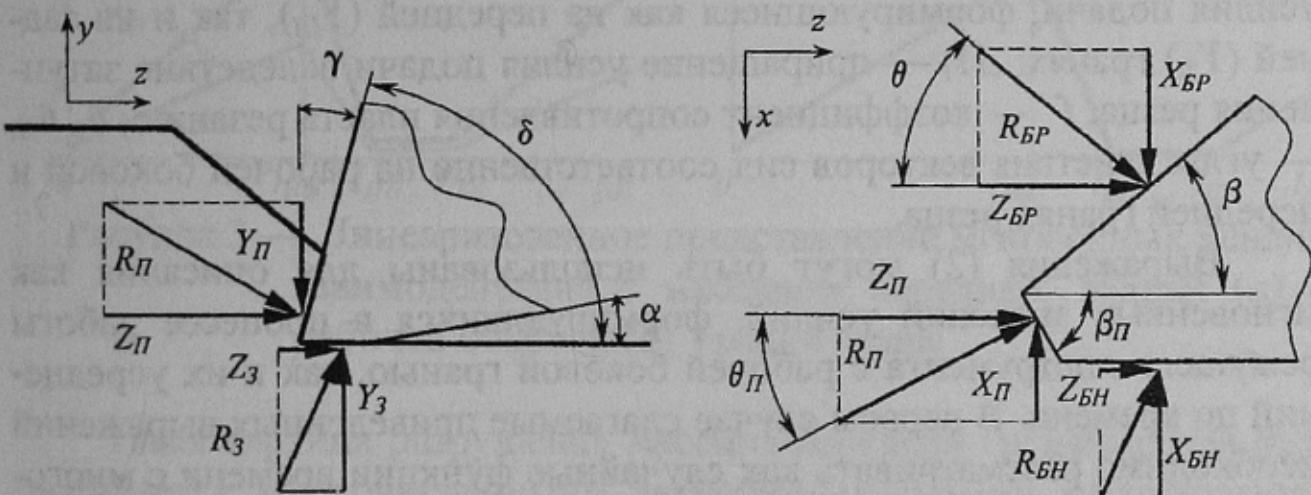


Рисунок 1 — Схема усилий, формирующихся на рабочих гранях резца с рабочей боковой гранью при разрушении пласта

На рис. 1 представлена схема сил, действующих на режущий инструмент с рабочей боковой гранью. Это усилие разрушения массива передней гранью  $\bar{R}_{\text{п}}$ , усилие скалывания целика рабочей боковой гранью  $\bar{R}_{\text{БР}}$ , усилия взаимодействия с массивом задней  $\bar{R}_{\text{з}}$  и нерабочей боковой  $\bar{R}_{\text{БН}}$  граней. Представив каждый из выше-

перечисленных векторов в виде суммы проекций на оси  $x, y$  и  $z$ , найдем составляющие суммарного усилия, действующего на  $i$ -й резец с рабочей боковой гранью

$$\begin{aligned} Z_i &= Z_{\Pi i} + Z_{BPi} + Z_{3i} + Z_{BH_i}; \\ Y_i &= Y_{\Pi i} + Y_{3i}; \\ X_i &= -X_{\Pi i} + X_{BPi} - X_{BH_i}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $X_{\Pi i}$ ,  $Y_{\Pi i}$ ,  $Z_{\Pi i}$ ,  $X_{BPi}$ ,  $Z_{BPi}$ ,  $Y_{3i}$ ,  $Z_{3i}$ ,  $X_{BH_i}$ ,  $Z_{BH_i}$  — проекции усилий  $\bar{R}_{\Pi}$ ,  $\bar{R}_{BP}$ ,  $\bar{R}_3$  и  $\bar{R}_{BH}$ , действующих на грани  $i$ -го резца, на соответствующие оси координат.

Поскольку процесс взаимодействия задней и нерабочей боковой граней рассматриваемого резца с массивом угля представляет собой процесс трения материала резца о массив, находящийся в напряженном состоянии, и существенно не отличается от аналогичного процесса для резцов других типов (например, типа ЗР4-80), выражения (1) в соответствии с [ 2 ] представим в виде:

$$\begin{aligned} Z_i &= Z_{\Pi i} + X_{BPi} \operatorname{ctg} \theta_i + f' \Delta Y_i; \\ Y_i &= Y_{O_i} + \Delta Y_i; \\ X_i &= X_{BPi} - Z_{\Pi i} \operatorname{tg} \theta_{\Pi i} - X_{BH_i}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Y_{O_i}$  — сила подачи на остром резце, учитывающая составляющие усилия подачи, формирующиеся как на передней ( $Y_{\Pi i}$ ), так и на задней ( $Y_{3i}$ ) гранях;  $\Delta Y_i$  — приращение усилия подачи вследствие затупления резца;  $f'$  — коэффициент сопротивления пласта резанию;  $\theta_i$ ,  $\theta_{\Pi i}$  — углы действия векторов сил соответственно на рабочей боковой и передней гранях резца.

Выражения (2) могут быть использованы для описания как мгновенных значений усилий, формирующихся в процессе работы режущего инструмента с рабочей боковой гранью, так и их усреднений по времени. В первом случае слагаемые приведенных выражений необходимо рассматривать как случайные функции времени с многопараметрическими законами распределения вероятностей.

Усилия, возникающие при разрушении массива как резцами существующих конструкций, так и режущим инструментом с рабочей боковой гранью, крайне неравномерны, что обусловлено типичной для резания всех хрупких материалов скольной картиной разрушения. Процесс разрушения массива передней гранью резца имеет циклический характер и представляет собой последовательность сколов эле-

ментов массива. В каждом цикле скалывания можно выделить три этапа [ 3 ]:

1. Постепенное нарастание усилий при внедрении резца в массив, сопровождающемся дроблением материала массива передней гранью резца и скалыванием небольших его элементов.
2. Скалывание элемента массива значительных размеров, сопровождающееся резким снижением усилия на передней грани резца.
3. Временный выход передней грани резца из контакта с массивом в результате образования лунки выкола.

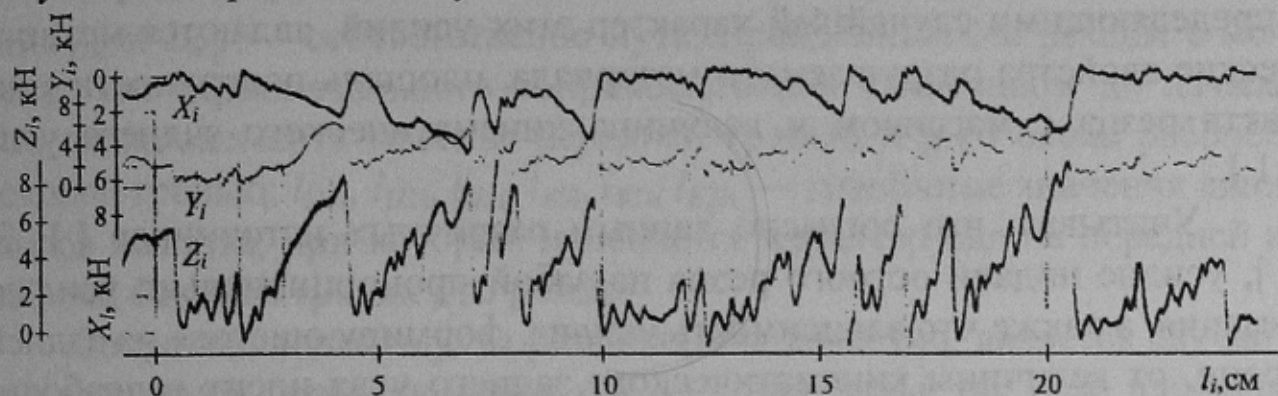


Рисунок 2 — Фрагмент осциллограммы усилий резания на резце с рабочей боковой гранью

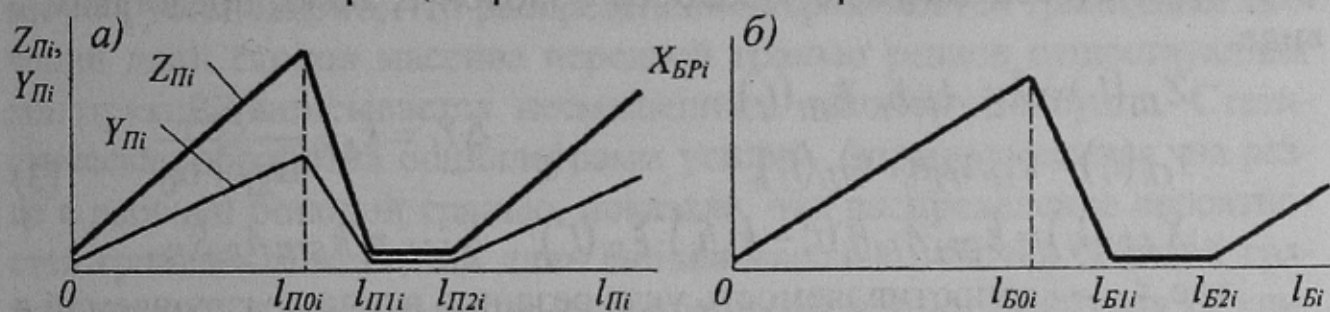


Рисунок 3 — Линеаризованное представление мгновенных усилий взаимодействия с массивом передней, задней (а) и рабочей боковой (б) граней резца

Такая картина разрушения массива передней гранью резца подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями [ 3...6 ]. Специальные исследования разрушения хрупкого материала (углецементного блока) резцами с рабочей боковой гранью показали, что процесс разрушения межщелевого целика рабочей боковой гранью протекает аналогичным образом, рис. 2. Этот факт позволяет применить для представления мгновенных значений усилий разрушения массива как передней, так и рабочей боковой гранью резца кусочно-линейную модель [ 1 ]. Согласно этой модели, мгновенные значения усилий резания на каждом из трех описанных выше этапов

цикла скальвания, пренебрегая малыми сколами, представляются в виде линейной функции пути, пройденного резцом, рис. 3.

В отличие от процессов разрушения массива передней и рабочей боковой гранью, процесс взаимодействия с массивом задней и нерабочей боковой граней носит характер трения указанных поверхностей резца о массив, находящийся в напряженно-деформированном состоянии. Среди факторов, влияющих на величину усилий, формирующихся на задней и нерабочей боковой гранях, основными величинами, изменяющимися в процессе резания случайным образом и определяющими случайный характер этих усилий, являются механические свойства разрушаемого материала, площадь поверхности контакта резца с массивом и величина кинематического заднего угла [ 1 ].

Учитывая, что согласно данным различных источников [ 1, 3, 5 ], усилие подачи острого резца на забой пропорционально усилию резания, а также что зависимость усилия, формирующегося на задней грани, от величины кинематического заднего угла носит гиперболический характер [ 2, 5 ], составляющие  $Z_{\Pi i}$ ,  $Y_{O_i}$ ,  $X_{B_{P_i}}$ ,  $\Delta Y_i$  и  $X_{B_{H_i}}$  усилия, формирующегося на резце с рабочей боковой гранью, представим в виде

$$\begin{aligned} Z_{\Pi i}(l_i) &= \bar{k}_{\Pi i} A_{P_i} h_i \cdot \xi_{\Pi i}(l_i), & \Delta Y_i &= \bar{k}_{\Delta Y_i} \frac{A_{P_i} S_i}{\alpha_{K_i} + \alpha_0}, \\ Y_{O_i}(l_i) &= \bar{k}_{Y_i} A_{P_i} h_i \cdot \xi_{\Pi i}(l_i), & & \\ X_{B_{P_i}}(l_i) &= \bar{k}_{B_{P_i}} A_{P_i} h_i (l'_i - k_h h_i) \cdot \xi_{B_i}(l_i), & X_{B_{H_i}} &= \bar{k}_{B_{H_i}} A_{P_i} S_{B_i}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $A_{P_i}$  — сопротивляемость угля резанию в зоне, разрушаемой в заданный момент времени  $i$ -м резцом;  $h_i$  — толщина стружки, срезаемой  $i$ -м резцом;  $\bar{k}_{\Pi i}$ ,  $\bar{k}_{B_{P_i}}$ ,  $\bar{k}_{\Delta Y_i}$ ,  $\bar{k}_{B_{H_i}}$  — математические ожидания коэффициентов, учитывающих влияние хрупко-пластических свойств пласта и геометрических параметров режущего инструмента на величину усилий взаимодействия с массивом передней, рабочей боковой, задней и нерабочей боковой граней  $i$ -го резца;  $S_i$ ,  $S_{B_i}$  — площадь контакта  $i$ -го резца с массивом соответственно по задней и боковой граням;  $\alpha_{K_i}$  — величина кинематического заднего угла  $i$ -го резца;  $\alpha_0$  — постоянная величина, в соответствии с [ 2 ] составляющая  $3^\circ$ ;  $l_i$  — длина пути, пройденного  $i$ -м резцом;  $\xi_{\Pi i}(l_i)$  и  $\xi_{B_i}(l_i)$  — “функции скальвания” — случайные функции длины пути, пройденного резцом от точки его первоначального соприкосновения с массивом, имеющие вид

$$\xi_{\Pi i}(l_i) = \begin{cases} l_i - L_{\Pi ik}, & l_{\Pi i} \in [L_{\Pi ik}; L_{\Pi ik} + l_{\Pi 0}); \\ l_{\Pi 0} \frac{l_{\Pi 1} - (l_i - L_{\Pi ik})}{l_{\Pi 1} - l_{\Pi 0}}, & l_{\Pi i} \in [L_{\Pi ik} + l_{\Pi 0}; L_{\Pi ik} + l_{\Pi 1}); \\ 0, & l_{\Pi i} \in [L_{\Pi ik} + l_{\Pi 1}; L_{\Pi ik} + l_{\Pi 2}); \end{cases} \quad (4)$$

$$\xi_{Bi}(l_i) = \begin{cases} l_i - L_{Big}, & l_{Bi} \in [L_{Big}; L_{Big} + l_{B0}); \\ l_{B0} \frac{l_{B1} - (l_i - L_{Big})}{l_{B1} - l_{B0}}, & l_{Bi} \in [L_{Big} + l_{B0}; L_{Big} + l_{B1}); \\ 0, & l_{Bi} \in [L_{Big} + l_{B1}; L_{Big} + l_{B2}], \end{cases} \quad (5)$$

где  $L_{\Pi ik}$  и  $L_{Big}$  — соответственно путь, пройденный  $i$ -м резцом с момента его первоначального соприкосновения с массивом до начала  $k$ -го скола элемента массива передней гранью и  $g$ -го скола рабочей боковой гранью;  $l_{\Pi 0i}$ ,  $l_{\Pi 1i}$ ,  $l_{\Pi 2i}$ ,  $l_{B0i}$ ,  $l_{B1i}$ ,  $l_{B2i}$ , — граничные значения длин сколов массива, при которых изменяется характер сил на передней и рабочей боковой гранях  $i$ -го резца.

Сопротивляемость угля резанию, как известно, является случайной величиной, изменяющейся как по длине лавы, так и по площади забоя, и распределенной по нормальному закону [ 7 ]. Исследованиями [ 1 ] установлено, что распределение вероятностей граничных значений длин сколов массива передней гранью резцов существующих конструкций описывается несмещенным законом Вейбулла. Статистическая обработка осциллограмм усилий, формирующихся на резце с рабочей боковой гранью, показала, что распределение вероятностей граничных значений длин сколов массива рабочей боковой гранью также не противоречит несмещенному закону Вейбулла (с критерием согласия Пирсона не менее 0,4). Площади контакта задней и нерабочей боковой граней резца с массивом, по данным [ 1, 5 ], имеют случайный характер и подчиняются законам равномерной плотности распределения вероятностей [ 1 ].

Толщина  $h_i$  снимаемой  $i$ -м резцом стружки и величина кинематического заднего угла  $\alpha_{Ki}$  зависят от угла поворота исполнительного органа, частоты и амплитуды изменения скорости перемещения комбайна и описываются выражениями [ 1 ]

$$h_i(t) = \bar{v} T_i \sin \phi_i(t) \left[ 1 + \frac{a_v}{\bar{v} T_i \lambda} \sqrt{2(1 - \cos \lambda T_i)} \cdot \sin \left( \lambda t + \frac{\pi - \lambda T_i'}{2} \right) \right] \quad (6)$$

$$\alpha_{Ki}(t) = \alpha_i - \frac{360(\bar{v} + a_v \cdot \cos \lambda t) \cdot \sin \phi_i(t)}{\pi D_H \omega} \quad (7)$$

где  $t$  — текущее время;  $\phi_i(t)$  — мгновенное значение угла поворота  $i$ -го резца;  $\omega$  — угловая скорость вращения исполнительного органа;  $T_i$  — продолжительность поворота исполнительного органа на центральный угол  $\Delta\gamma_i$  между  $i$ -м и предыдущим резцом в одной линии резания;  $T'_i$  — остаток деления  $T_i$  на величину  $2\pi\lambda^{-1}$ ;  $\bar{v}$  и  $a_v$  — соответственно среднее значение и амплитуда колебаний скорости перемещения комбайна; последняя является случайной величиной, плотность распределения вероятностей которой с коэффициентом согласия Пирсона 0,88 подчиняется нормальному закону [1];  $\alpha_i$  — конструктивное значение заднего угла  $i$ -го резца;  $D_{И}$  — диаметр исполнительного органа по вершинам резцов.

Математическая модель мгновенных усилий на резце с рабочей боковой гранью с учетом выражений (3) будет иметь вид

$$\begin{aligned} Z_i(l_i) &= A_{Pi} \left( \bar{k}_{\Pi i} h_i \cdot \xi_{\Pi i}(l_i) + \bar{k}_{B Pi} h_i (t'_i - k_h h_i) \cdot \xi_{Bi}(l_i) \operatorname{ctg} \theta_i + f' \bar{k}_{\Delta Y i} \frac{S_i}{\alpha_{Ki} + \alpha_0} \right); \\ Y_i(l_i) &= A_{Pi} \left( \bar{k}_{Y i} h_i \cdot \xi_{\Pi i}(l_i) + \bar{k}_{\Delta Y i} \frac{S_i}{\alpha_{Ki} + \alpha_0} \right); \\ X_i(l_i) &= A_{Pi} (\bar{k}_{B Pi} h_i (t'_i - k_h h_i) \cdot \xi_{Bi}(l_i) - \bar{k}_{\Pi i} h_i \cdot \xi_{\Pi i}(l_i) \operatorname{tg} \theta_{\Pi i} - \bar{k}_{B Hi} S_{Bi}). \end{aligned} \quad (8)$$

Как видно из приведенных выражений, математические модели усилий, формирующихся на режущем инструменте с рабочей боковой гранью в процессе разрушения им пласта, являются случайными функциями пути, пройденного резцом, случайный характер которых обуславливается случайным характером сопротивляемости угля резанию, длины скола массива, глубины резания, величины кинематического заднего угла и площади контакта задней и нерабочей боковой граней резца с разрушенным пластом. Влияние на величину мгновенных усилий детерминированных в конкретном процессе разрушения факторов: геометрических параметров резца, параметров схемы набора инструмента на исполнительном органе, горнотехнических условий и других величин, отсутствующих в приведенных выражениях в явном виде, учитывается коэффициентами  $\bar{k}_{\Pi i}$ ,  $\bar{k}_{B Pi}$ ,  $\bar{k}_{\Delta Y i}$  и  $\bar{k}_{B Hi}$ .

Сравнение мгновенных усилий, формирующихся на резце с рабочей боковой гранью, рассчитанных по математической модели (с использованием реализованных на ПЭВМ генераторов соответствующих распределений случайных величин) с усилиями, зафиксированными в ходе стендовых экспериментальных исследований разрушения резцом с рабочей боковой гранью углецементного блока, пока-

зывает адекватность модели экспериментальным данным как по величине математических ожиданий усилий (расхождение составило не более 5%, рис.4 а), так и по параметрам их распределений (значение критерия Пирсона не ниже 0,55, рис.4 б), а также по спектральному составу усилий, рис.4 в.

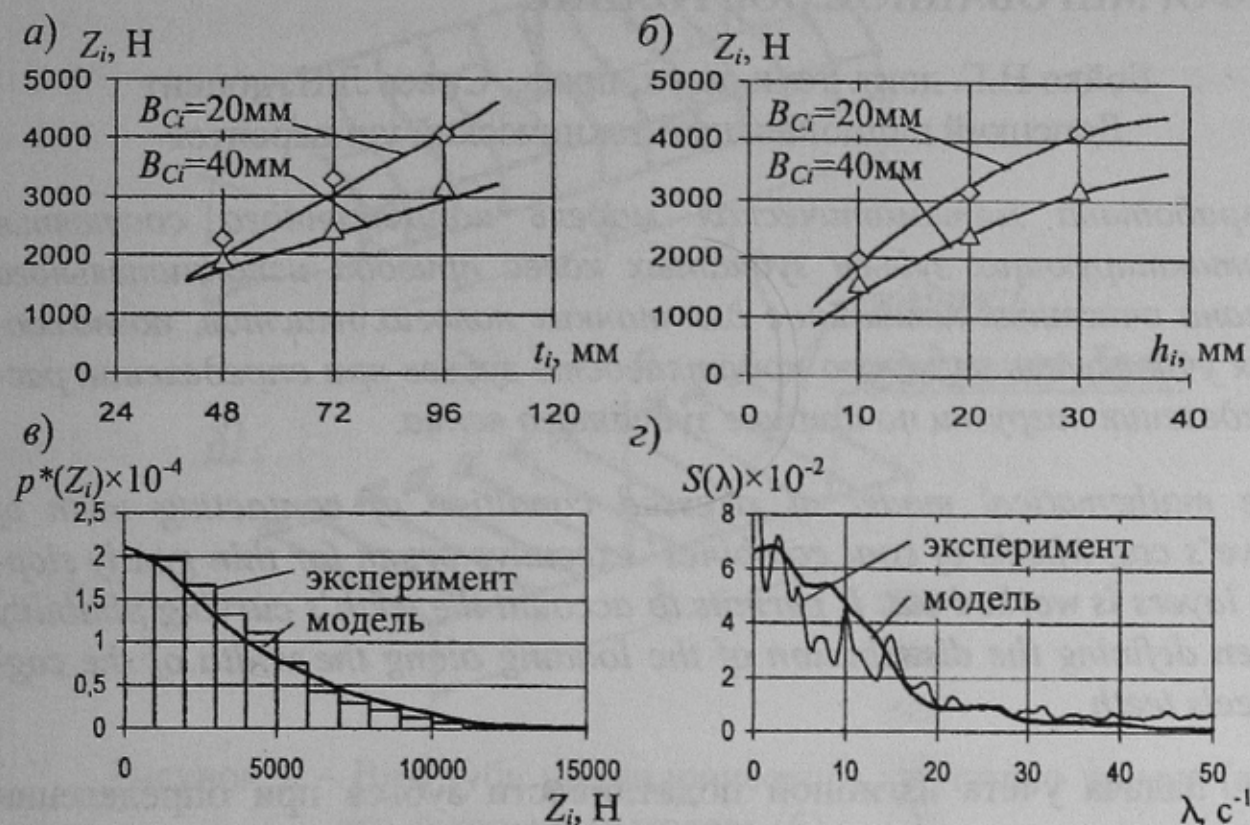


Рисунок 4 — Зависимость математического ожидания усилия резания резцом ЗРБ2-80П от ширины (а) и толщины (б) стружки, распределение плотности вероятностей (в) и спектральная плотность дисперсии усилия резания (г)

Список источников.

1. Исполнительные органы очистных комбайнов для тонких пологих пластов /Бойко Н.Г., Болтян А.В., Шевцов В.Г., Марков Н.А. — Донецк, "Донецчина", 1996. — 223 с.
2. ОСТ 12.44.258-84. Отраслевой стандарт. Комбайны очистные. Выбор параметров и расчет сил резания и подачи на исполнительных органах. Методика.
3. Резание угля. А.И. Берон, А.С. Казанский, Б.М. Лейбов, Е.З. Позин. — М. Недра, 1962. — 442 с.
4. Бойко Н.Г. Теория рабочих процессов комбайнов для добычи угля из тонких пологих пластов. Дисс. ... докт.техн.наук. - М., МГИ, 1985. - 287 с.
5. Позин Е.З., Меламед В.З., Тон В.В. Разрушение углей выемочными машинами. — М.:Недра, 1984. — 288с.
6. Разрушение углей и пород. Сборник статей /Под ред. А.М. Терпигорьева, М.М. Протодяконова. — М.: Углетехиздат, 1958. — 512 с.
7. Позин Е.З. Сопротивляемость углей разрушению режущими инструментами. — М.: "Наука", 1972. — 240 с.